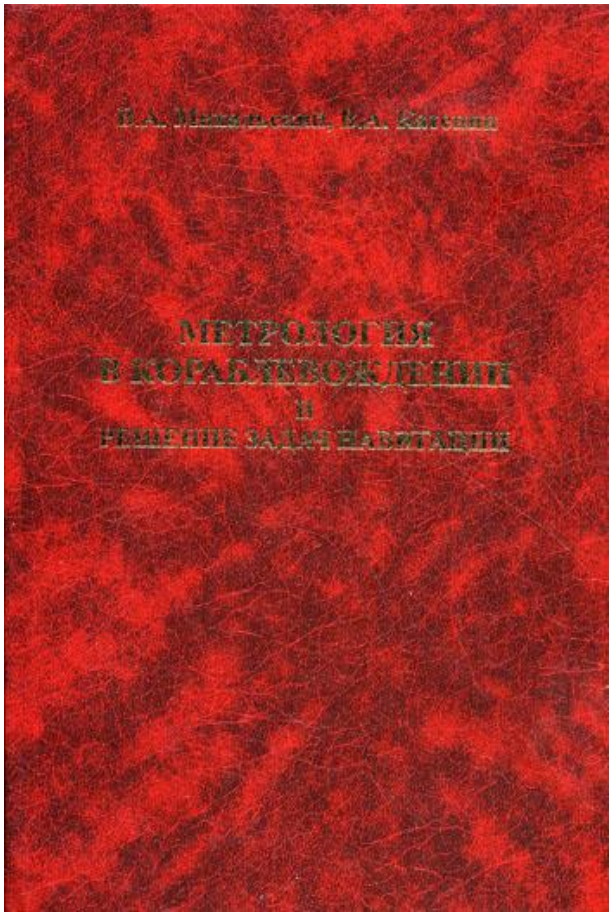


В.А. Михальский, В.А. Катенин

МЕТРОЛОГИЯ В КОРАБЛЕВОЖДЕНИИ **И** **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НАВИГАЦИИ**

Под общей редакцией В.А. Катенина

Михальский В.А., Катенин В.А. Метрология в кораблевождении и решение задач навигации. СПб.: Элмор, 2009. – 288 с.
ISBN 5-7399-0147-2

Аннотация

В монографии развита теория, построены статистические модели погрешностей навигационных измерений, обоснованы новые способы решения задач оптимизации навигации, навигационно-тактических и стрельбовых задач кораблевождения. Рассмотрены основные причины возникновения неопределённостей исходных данных для решения вероятностных задач кораблевождения, произведён анализ влияния неопределённостей на конечные результаты решения задач. Показано, что постоянно существующие и случайные неопределённости исходных данных значительно понижают эффективность кораблевождения, навигационно-гидрографического обеспечения и эффективность боевых действий ВМФ. Разработаны меры преодоления неопределённостей.

Монография предназначена для специалистов штурманской службы ВМФ всех уровней, специалистов, которые осуществляют развитие технических средств и методов навигации, а также для командного состава ВМФ разного уровня, поскольку речь идёт о понижении эффективности боевых действий ВМФ.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность кораблевождения и навигационного обеспечения боевых действий оценивают в настоящее время [20] без учёта неопределённостей исходных данных (НИД) о погрешностях навигационных параметров (НП). Не учитывают НИД и в процессе решения вероятностных задач кораблевождения, к которым относятся задачи обеспечения навигационной безопасности при ведении боевых действий и плавании корабля (НБП), навигационно-тактические (НТЗ) и стрельбовые задачи. Поскольку НИД в своём большинстве действуют постоянно и являются значительными, то качество решения вероятностных задач и эффективность кораблевождения под влиянием НИД потерпят неожиданный и непредсказуемый ущерб.

Для иллюстрации на рис. В.1,а показано решение задачи обхода минной банки, при котором линия пути *пл* проложена на безопасном расстоянии $D_{Б1}$ от навигационной опасности (НО) в предположении, что погрешности места ПЛ подчиняются закону распределения (ЗР) Гаусса.

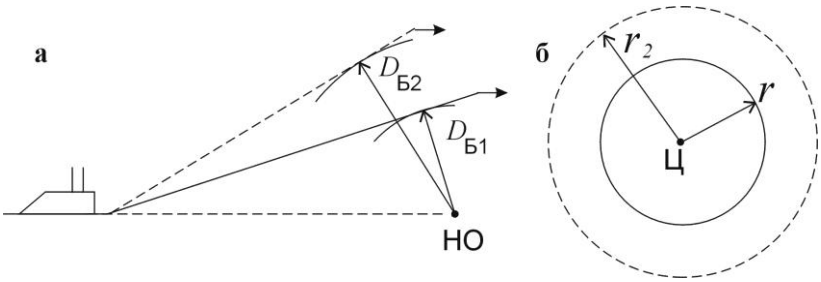


Рис. В.1. Примеры влияния неопределённости исходных данных

Если на самом деле эти погрешности распределены по ЗР Лапласа, то линию пути следовало проложить на расстоянии $D_{Б2} \approx 1{,}5\ D_{Б1}$, т. е. в полтора раза дальше. Но современная навигация [51, 54] опирается на ЗР Гаусса, линия пути прокладывается на расстоянии $D_{Б1}$, и заданная вероятность НБП не обеспечивается.

На рис. В.1,б приведен круг радиуса r рассеяния ракет относительно точки Ц прицеливания под действием погрешностей места точки старта, рассчитанный на основании результатов государственных испытаний (ГИ) навигационного комплекса (НК) для заданной вероятности поражения цели. Как мы увидим далее, действующая ныне методика ГИ позволяет принять решение о годности НК, реальная точность которого с вероятностью 50% от 1, 5 до 3, 5 раз хуже, чем заданная точность. Второй круг на рис. В.1,б имеет радиус $r_2=1{,}5r$. Очевидно, что часть ракет попадёт в площадь, ограниченную этими радиусами, и заданная вероятность поражения цели не будет обеспечена.

В последней таблице монографии произведён анализ ущерба, который может потерпеть Военно-Морской Флот (ВМФ) под воздействием не учитываемых НИД. Вся же книга посвящена анализу причин возникновения НИД и путей преодоления их влияния. Одновременно производится оценка реальной эффективности кораблевождения, предлагаются и обосновываются методы, которые выводят навигацию на современный уровень развития науки и техники.

Предполагается, что читатель знает навигацию в объёме [52, 57, 79], теорию погрешностей [53, 94] и знаком с теорией вероятностей в объёме табл. 6.14 МТ-2000 [177]. Поэтому поясняются лишь самые общие

из традиционных положений. Читатель может быть уверен в том, что все новые положения проверены экспериментально или моделированием.

К сожалению, ограниченный объём книги лишает нас возможности систематического изложения всех основных положений метрологии в кораблевождении. Далее рассматриваются только новые для кораблевождения положения, которые во многом базируются на полученных ранее научных результатах и обобщениях в области навигации Б. Н. Беляева, В. С. Болдырева, В. К. Гаранина, Н. М. Груздева, Б. Е. Иванова, В. Т. Кондрашихина, В. А. Коугии, А. В. Лаврентьева, В. П. Луконина, Г. П. Попеко, А. И. Сорокина.

Глава1. ЗАДАЧИ И ПРОБЛЕМЫ МЕТРОЛОГИИ В КОРАБЛЕВОЖДЕНИИ

1.1. Основные термины и определения теории погрешностей

Для дальнейшего понимания материала книги введем ряд терминов и определений.

Терминология измерений. *Параметр* - величина, характеризующая какое-либо свойство процесса, явления, системы. В этом же смысле используют термины *показатель, характеристика*.

Физическая величина - свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам, но индивидуальное для каждого объекта в количественном отношении. Координаты места корабля, элементы вектора его скорости и пройденного расстояния, все величины, измеряемые МСН, являются физическими величинами и называются *навигационными величинами*.

Значение величины - оценка физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

Истинное значение величины - значение, соответствующее идеальным образом в количественном отношении свойствам объекта.

Действительное значение величины - значение, найденное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для данной цели может быть использовано вместо него.

Эталонное значение величины - значение, найденное экспериментальным путем и используемое вместо истинного с учетом того, что его точность не так велика, чтобы погрешностью эталонного значения можно было пренебречь при его сравнении с измеренным значением.

Вероятнейшее (средневзвешенное) значение величины - значение величины, рассчитанное по результатам нескольких (n) измерений при условии максимума апостериорной плотности вероятности (в случае нормального распределения с этим условием совпадает минимум дисперсии).

Измерение - нахождение значения физической величины опытным путем (с помощью специальных технических средств). Иногда в этом же смысле используют термин *выработка*.

Отсчет (фиксация) - единичный результат измерений.

Реализация (серия, ряд, выборка) отсчетов - несколько выполненных подряд с некоторым интервалом времени отсчетов одного и того же параметра.

Наблюдение - более или менее длительный и целенаправленный процесс производства измерений с регистрацией их результатов.

Продолжительность наблюдений (длительность, длина реализации) - промежуток времени от начала до конца измерений.

Дискретность измерений (отсчетов, фиксаций) - временной (пространственный) интервал между последовательными отсчетами.

Длительность цикла измерений - промежуток времени между началами двух реализаций, следующих одна за другой с некоторым интервалом времени.

Прямые измерения - измерения, выполняемые путем непосредственного сравнения измеряемой величины с единицей измерений.

Косвенные измерения - измерения, при которых измеряемая величина рассчитывается как функция одного или нескольких прямых измерений. В большинстве МСН реализован принцип косвенных

измерений. В ряде случаев получение результата при косвенных измерениях называют *выработкой* величины.

Совокупные измерения – такие измерения, когда интересующие нас величины находят путем решения системы уравнений, в которые входят результаты измерений некоторых других величин. НП на выходе систем оптимальной обработки являются результатом совокупных измерений.

Дискретные (прерывные) измерения - измерения, выполняемые с некоторым интервалом времени, называемым *дискретностью измерений*.

Независимые (некоррелированные) измерения - измерения, результаты которых характеризуются нулевым или пренебрежимо малым коэффициентом взаимной корреляции.

Коррелированные измерения - измерения, результаты которых характеризуются достаточно большим коэффициентом взаимной корреляции.

Навигационный параметр (НП) - физическая величина, характеризующая положение (координаты места) или перемещение корабля в пространстве, а также положение истинного меридиана.

Навигационный параметр положения - навигационный параметр, который является функцией географических (или других используемых в навигации) координат места судна и навигационного ориентира (ориентиров), и измеряемый для определения места судна.

Навигационный параметр движения - величина, характеризующая направление и(или) скорость движения судна в заданной системе координат.

Обсервованный навигационный параметр положения - измеренный с помощью МСН навигационный параметр положения, исправленный всеми соответствующими поправками.

Счислимое значение навигационного параметра положения (счислимый НП положения) - значение навигационного параметра в счислимом (или обсервованном с помощью другого МСН) месте корабля.

Обсервованный навигационный параметр движения - измеренный с помощью МСН обсервации навигационный параметр движения или навигационный параметр движения, полученный в процессе обработки обсервованных координат корабля.

Навигационная изолиния - линия на земной поверхности, все точки которой соответствуют одному и тому же значению навигационного параметра положения.

Линия положения - отрезок прямой линии, заменяющей навигационную изолинию вблизи места судна.

Терминология погрешностей измерений. *Погрешность результата измерения НП* – отклонение результата измерения ($U_{изм}$) от действительного (истинного) значения ($U_{дст}$) измеряемого НП, определяемое по формуле $\delta U = \delta = U_{изм} - U_{дст}$.

В литературе обычно погрешность обозначают символом Δ. Однако в навигации этот же символ употребляется для обозначения поправки, а также приращения величины и разности двух величин. Чтобы исключить путаницу поправки с погрешностью, мы будем обозначать погрешность символом δ, а погрешность, рассматриваемую как случайную величину – символами x или y.

Абсолютная погрешность - погрешность измерений, выраженная в единицах измеряемой величины.

Относительная погрешность измерений - погрешность измерений, выраженная отношением абсолютной погрешности измерений к действительному значению измеряемой величины. Относительную погрешность выражают в процентах.

Нормированная погрешность измерений - погрешность измерений, выраженная отношением абсолютной погрешности измерений к значению СКП измеряемой величины. Нормированную погрешность выражают в единицах и долях СКП.

Средняя квадратическая (или стандартная) погрешность (СКП) m измерений - характеристика рассеяния погрешности измеряемой величины относительно её математического ожидания, равная корню квадратному из дисперсии *D* измеряемой случайной величины. СКП определяют по опытным данным по формуле Бесселя $m = [\sum (x_i - x^*)^2/(n - 1)]^{0,5}$, или по формуле Гаусса $m = [\sum (x_i - M_x)^2/n]^{0,5}$, если известно математическое ожидание M_x погрешности (случайной величины) X. В этих формулах (и далее): символ $\sum$ обозначает суммирование по всем i

от 1 до n; $x^* = \sum x_i/n$ – среднеарифметическое значение; n – количество измерений в выборке [x] отсчётов случайной величины (НП) X

$$[x] = x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n. \qquad (1.1.1)$$

Символами X, Y, Z обозначают случайные величины, символами x_1, x_2, …; y_1, y_2, … - их конкретные значения. На практике часто используют более удобную для расчётов и программирования формулу [31]

$$m = \{[\sum x^2_i - (\sum x_i)^2/n]/(n-1)\}^{0,5}. \qquad (1.1.2)$$

По источникам происхождения погрешности навигационных измерений подразделяются на аппаратурные (инструментальные, приборные), методические (погрешности метода измерений и обработки их результатов), субъективистские и погрешности, возникающие вследствие отклонения условий измерений от установленных, или стандартных (в навигации обычно наиболее важные). Каждый из этих видов погрешностей может подразделяться на подвиды в зависимости от конкретных источников возникновения погрешностей.

Элементарная погрешность измерений (составляющая погрешности) – погрешность измерений, обусловленная воздействием конкретного фактора.

Элементарная СКП измерений - средняя квадратическая погрешность элементарной составляющей.

Полная погрешность измерений – погрешность измерений, включающая в себя все известные существенные составляющие.

Полная СКП измерений – СКП полной погрешности измерений.

По влиянию на полную погрешность конкретные ее составляющие подразделяются на *существенные* и *слабодействующие*, которыми при расчетах можно пренебречь по малости их СКП. Обычно при определении слабодействующих составляющих руководствуются "правилом трех сигм" и исключают из рассмотрения составляющие, СКП которых не превосходит одной трети (иногда одной второй) полной СКП

(рассчитанной без учета рассматриваемых предположительно слабодействующих составляющих).

Превалирующие погрешности – одна (иногда две) элементарные погрешности, характеризуемые наибольшими СКП среди всех существенных элементарных погрешностей, образующих полную погрешность.

По характеру проявления погрешности навигационных измерений подразделяются на случайные, систематические и необычно большие (экстремальные).

По наличию внутренней корреляционной связи погрешности навигационных измерений подразделяются на *автокоррелированные* и *неавтокоррелированные*.

Законы распределения погрешностей. Законом распределения (ЗР) случайной величины (погрешности) X называют всякое соотношение, устанавливающее связь между значениями величины X и их вероятностями [31]. Полные случайные погрешности НП и их составляющие характеризуются различными ЗР и их композициями. Вид ЗР с достаточной точностью определяется двумя показателями: *асимметрией* (*скосом*) A и *эксцессом* E. Поскольку ЗР погрешностей НП являются, как правило, симметричными, то далее рассматривается только эксцесс. По экспериментальной выборке [x] эксцесс определяют по формуле [31, 224] $E = \sum (xi - x^*)^4/nm^4 - 3$, где m – СКП величины X, рассчитанная по этой же выборке.

Закон распределения случайной величины X может быть представлен в различных формах. Мы будем использовать: табличный ряд распределения (в т. ч. *статистический ряд* при экспериментальных исследованиях), *плотность вероятности* f(x) и её экспериментальный аналог – *гистограмму*, *функцию распределения* F(x) и её эмпирический вариант – *кумулятивную линию*, *двустороннюю* функцию распределения $F^д(x)$, или функцию распределения модуля величины X.

Основные формы ЗР взаимосвязаны: плотность вероятности является производной от функции распределения $f(x) = F'(x)$, и наоборот, функция распределения есть интеграл от плотности вероятности $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$. Наиболее часто употребляются функции распределения, т. к.

они являются вероятностями $F(x) = P(X \le x)$ и $F^{Д}(x) = P(|X| \le |x|)$ и позволяют легко рассчитать вероятность попадания величины X на заданный интервал от a до b по формуле $P(a \le X \le b) = F(b) - F(a)$.

Для того, чтобы воспользоваться готовыми таблицами ЗР, случайную величину X нормируют, представляя её значения в долях СКП m, и центрируют, рассматривая её варьирование относительно математического ожидания *M*, а именно $X_Н = (X - M)/m$; $a_Н = (a - M)/m$; $b_Н = (b - M)/m$. Тогда $P(a \le X \le b) = P(a_Н \le X_Н \le b_Н) = F(b_Н) - F(a_Н)$. Таблицы функций распределения $F(x_Н)$ основных ЗР приведены в приложении (табл. 1, 2 и 3). Графики функций f(y) (линия 1), F(y) (линия 2) и $F^{Д}(y)$ (линия3) представлены на рис. 1.1.1. Его нижняя часть иллюстрирует задачу определения вероятности НБП $P_{НБП} = P(D<D_{бзп}) = F(y_{бзп})$, где $y_{бзп} = D_{бзп}/m$; $D_{бзп}$ – безопасная дистанция, D – расстояние, на котором корабль проходит мимо НО, смещаясь с ЗТД под действием погрешностей места, m – суммарная СКП места корабля и положения границы НО по направлению на опасность.

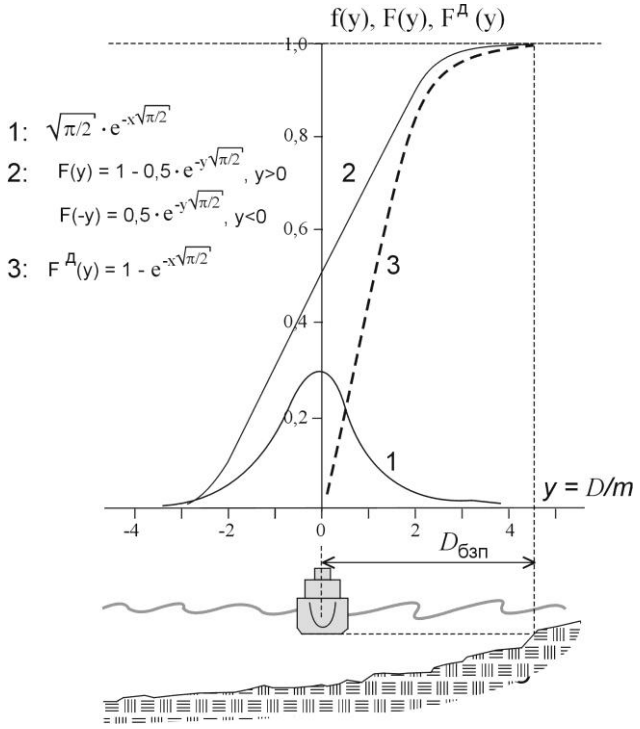


Рис. 1.1.1. Графики функций f(y), F(y), $F^{Д}(y)$ и определение вероятности НБП

В данном случае вероятность $P_{НБП}$ определяется с использованием линии 2. Если бы НО имелась и по левому борту, то использовали бы линию 3, т. е. $P_{НБП} = F^{д}(y_{бзп})$. На свободном месте рис. 1.1.1 размещены выражения для ЗР Лапласа, рассматриваемые далее.

Квантиль (Кв) некоторой (заданной) вероятности $P_{зд}$ – величина y, соответствующая этой вероятности.

Погрешности НП характеризуются несколькими ЗР: гармонической функции (ГФ) с $E_{ГФ}$= - 1,5; [23], равномерной плотности (Р) с $E_{Р}$= - 1,2; Гаусса (Г) с $E_{Г}$=0; М-распределения с $E_{М}$=1,6; Лапласа (Л) с $E_{Л}$=3; экспоненциальным (Э) с $E_{Э}$>3,5. Общее обозначение всех ЗР – символ q=(ГФ, Р, Г, М, Л, Э).

Доверительный интервал и предельная погрешность случайной величины X – интервал, например, шириной $2D_{бзп}$ на рис. 1.1.1, который строится относительно места корабля (измеренного значения x НП X) и накрывает истинное место (истинное значение НП X_0) с принятой доверительной вероятностью $P_{дв}$. Если величина X является погрешностью, то полуширину доверительного интервала называют в кораблевождении *предельной погрешностью* и рассчитывают по формуле

$$x^{\wedge} = K_{P1q}(P_{зд})m, \qquad (1.1.3)$$

где $K_{P1q}(P_{зд}) = Кв_{q}(P)$ – коэффициент предельного перехода от СКП m к предельной погрешности $x^{\wedge}$ для q-го ЗР величины X, равный квантилю этой вероятности. Величина $K_{P1q}(P_{зд})$ является одновременно коэффициентом верхней доверительной границы для величины X. Традиционное обозначение для предельной погрешности $m^{\wedge}$ не используем, т. к. оно относится к предельной погрешности самой СКП m, которая будет рассмотрена далее.

1.2. Энтропия и состоятельность задач кораблевождения

Требования к точности и надёжности кораблевождения

Документы международной ассоциации маячных служб [91] устанавливают заданную вероятность P' навигационной безопасности

плавания (НБП) судов в пределах от 0,95 до 0,999. В 1965 г. Ассамблея ИМО приняла Международный кодекс морской перевозки опасных грузов (МКМОПОГ), к которым среди прочих отнесены радиоактивные вещества. Конвенция о гражданской ответственности в области морских перевозок ядерных материалов (1971 г.) и Кодекс безопасности ядерных торговых судов, одобренный Ассамблеей ИМО в 1981 г., устанавливают требования к надежности перевозок и ответственности должностных лиц, аналогичные требованиям Международного агентства по атомной энергии (МАГАТЭ) к конструкции и эксплуатации ядерных реакторов. Это делает возможным для кораблей и судов с ядерными энергетическими установками и судов, перевозящих радиоактивные вещества, увеличение вероятности P' сверх величины 0,999.

Для варианта плавания в открытом море с большим запасом расстояния до НО при определении допустимого уклонения судна от заданной траектории движения (ЗТД) под действием погрешностей места в ИМО Резолюции А-953 (23) принята вероятность P’ = 0,95. В российском ВМФ для обеспечения НБП повседневного плавания приняты значения вероятности P’= 0,95 при плавании в открытом море и P’= 0,99 вблизи НО.

Требования к точности и надёжности выработки навигационных параметров (НП), и в т. ч. координат места корабля при обеспечении применения оружия формулируются в специальных Наставлениях и Руководствах по ведению боевых действий, а при разработке новых морских средств навигации (МСН) – в тактико-технических заданиях (ТТЗ) на разработку и изготовление МСН. Эти требования характеризуются вероятностью P’= 0,95 – 0,999. Исходя из этого, далее рассматривается величина P’= 0,997. Этими же документами устанавливается и заданная точность текущего места корабля или точность выработки координат и динамических параметров в момент применения оружия, при решении НТЗ или в повседневном плавании.

Требования к точности задаются в виде максимальной допускаемой радиальной погрешности M’ точки местоположения корабля или в виде максимальных допускаемых погрешностей $d'_{Ш}$ и $d'_{Д}$ выработки координат (широты (Ш) и долготы (Д)). Резолюция ИМО А-953 (23) 2003

г. [67] устанавливает величину M’ = 10 м при P’= 0,95 для стеснённых условий, и M’ = 100 м для открытого моря.

Официальная и реальная точность МСН

Приведём несколько примеров расхождения фактической точности измерения НП и определения места корабля, которая имеет место в реальных условиях измерений, и официальной точности НП и МСН, которая характеризуется показателями, записанными в эксплуатационных или руководящих документах.

а) В руководстве [215] издания 1970 г. (действующем до сих пор) СКП радиопеленгования определена как 0,7 – 1,9^{o} днём (без выделения условий штормовой погоды) и 0,8 – 3,5^{o} ночью. О том, как штурману выбирать значения СКП в этих широких диапазонах, ничего не сказано. Реальная точность радиопеленгования характеризуется значениями СКП 2 ^{o} днём при отсутствии качки, около 4 ^{o} при качке 15° (за счёт креновой радиодевиации), до 7° ночью (пропорционально расстоянию до радиомаяка) при слабых и до 9° при сильных помехах (под действием сигналов, отражённых ионосферой) [94]. Таким образом, в течение почти 30 лет штурмана пользовались заниженными в 2 – 2,5 раза значениями СКП при оценивании точности места кораблей по радиопеленгам.

б) В документах [210, 211] значения радиальной СКП обсервованного места (ОМ) на картах рабочих зон системы «Марс-75» рассчитаны в предположении, что СКП НП m = 0,2 мкс, и что коэффициент корреляции погрешностей НП r = 0. С другой стороны, выполненные при подготовке [94] обширные исследования показывают, что реальная СКП НП во многих условиях доходит до 0,5 мкс, а коэффициент r до 0,5 – 0,7. Поэтому показатели точности в [210, 211] занижены в 2 – 3 раза.

в) В табл. 1.2.1 приведены показатели точности навигационных комплексов (НК), принятых на снабжение в 1983 и в 1989 гг. в долях заданных в ТТЗ норм погрешностей $x'_{Ш}$ и $x'_{Д}$, принятых в соответствующих правилах штурманской службы в качестве официальных показателей точности НК:

• значения предельных погрешностей $x^{\wedge}_{ГИ}$, рассчитанные по материалам соответствующих протоколов государственных испытаний (ГИ) по обычной методике [54, 94], при которой:

$$m_{ГИ} = (\sum x^2_i / n)^{0.5}; \quad x^{\wedge}_{ГИ} = K_{P1} m_{ГИ}, \qquad (1.2.1)$$

где x_i - i-е значение из выборки [x] (1.1.1) погрешностей, полученной на ГИ; n – количество членов этой выборки, K_{P1} – коэффициент предельного перехода от СКП m к предельной погрешности $x^{\wedge}$ случайной величины X (погрешности рассматриваемого НП), точность которой характеризует СКП m в предположении, что случайная величина X распределена по ЗР Гаусса (нормальному ЗР).

• значения $x^{\wedge}_{ОЭ}$ предельных погрешностей, рассчитанных по (1.2.1) на основании невязок счисления, полученных в длительных походах *апл* (11 боевых служб для НК (83 г.) и 18 для НК (89 г.)), олицетворяющие опыт эксплуатации НК.

Таблица 1.2.1

Предельные погрешности выработки координат НК

Навигационный комплекс	Навигационный параметр	Предельная погрешность		
		Объявленная x’	По материалам ГИ $x^{\wedge}_{ГИ}$	Опыт $d^{\wedge}_{ОЭ}$ эксплуатации
НК (83 г)	Широта	$x^{\wedge}_{Ш}$	1,9 $x^{\wedge}_{Ш}$	2,8 $x^{\wedge}_{Ш}$
НК (83 г)	Долгота	$x^{\wedge}_{Д}$	1,86 $x^{\wedge}_{Д}$	3 $x^{\wedge}_{Д}$
НК (89 г)	Широта	$x^{\wedge}_{Ш}$	1,4$x^{\wedge}_{Ш}$	2,2$x^{\wedge}_{Ш}$
НК (89 г)	Долгота	$x^{\wedge}_{Д}$	1,3$x^{\wedge}_{Д}$	3,2$x^{\wedge}_{Д}$

Анализ таблицы приводит к выводу, что и в этом случае объявленная точность выработки координат оказалась в 2 – 3 раза хуже реальной точности. В течение многих лет штурмана пользовались сильно заниженными показателями точности этих НК

Показатели точности измеряемых НП – СКП m и ПП $x^{\wedge}$, а также радиальные СКП M и ПП $R^{\wedge}$, являются основными исходными данными

для решения вероятностных задач навигации. В трёх рассмотренных выше случаях, которые охватывают широкий интервал времени и разные МСН, реальные исходные данные отличаются от официальных, рекомендованных для использования, в 1, 5 – 3 раза в худшую сторону. Можно сказать, что уровень навигационной надёжности этих исходных данных невысок и, наоборот, очень высок уровень их неопределённости.

Посмотрим, к каким результатам это может привести при решении задач кораблевождения. На рис. 1.1.1,а показан манёвр обхода ПЛ минной банки (точечной НО). Для наглядности предполагается, что координаты банки определены безошибочно, официальная СКП места *пл* по направлению на банку равна $m_{офц}=1$, погрешности подчиняются ЗР Гаусса, неизвестная фактическая СКП $m_Ф=1.5m_{офц}$. При решении задачи с заданной вероятностью $P'=P_{зд}=0,997$, штурман проложит линию пути на безопасном расстоянии $D_{Бофц}=D_{Б1}=K_{Р1Г}m_{офц}=2,75$, в то время как фактическое расстояние должно быть $D_{БФ}=D_{Б2}=K_{Р1Г}m_Ф=4,13$. Здесь $K_{Р1Г}$ – односторонний квантиль заданной вероятности Р' закона Гаусса (Г). Поэтому *пл* пройдёт из-за неопределённости в величине $m_{офц}$ ближе к минной банке, чем надлежит, в $K_{непр}=D_{БФ}/D_{Бофц}=1,5$ раза, где $K_{непр}$ – коэффициент неопределённости. По таблице нормальной функции распределения [31] находим вероятность безопасного прохода банки $P_{НБП}=0,9643$.

На рис. 1.1.1,б показан круг радиуса r поражения точечной цели Ц ракетой. Для накрытия цели ракета должна попасть в площадь круга. Точность попадания ракеты характеризуется только (для наглядности) заданной радиальной СКП $M_{зд}$ точки старта. Для обеспечения заданной вероятности попадания Р'= 0,997 при ЗР Релея величина $M_{зд}$ должна удовлетворять условию $M_{зд}=r/K_{Р2\ Рл}=1/2,42$. Если фактическая радиальная СКП больше заданной в 1,5 раза $M_Ф=1,5M_{зд}$, то радиус фактического круга рассеяния $r_Ф/r_{зд}=K_{непр}=1,5$. Пользуясь таблицей распределения Релея-Мотрохова из МТ-2000 [177], определяем фактическую вероятность поражения цели вследствие погрешностей координат точки старта $P_Ф=0,923$.

Следовательно, несоответствие между официальной или заданной и фактической точностью измерения НП и определения места корабля, то есть низкий уровень навигационной надёжности, может привести к

значительному понижению эффективности кораблевождения и навигационного обеспечения боевых действий ВМФ.

Энтропия и навигационная надёжность решения задач кораблевождения

Традиционно [16, 52 – 54, 57, 192] в кораблевождении качество решения вероятностных задач не оценивается и даже не рассматривается. Считается, что все исходные данные для решения задачи, т. е. характеристики точности НП и величин известны точно и поэтому задача решается корректно. Например, при решении задачи определения параметров НБП корабля в простейших условиях прохождения мимо одной ненаблюдаемой НО безопасное расстояние $D_{бзп}$ (дальше для краткости обозначается ($D_Б$) и вероятность чистого прохода P(D>0) рассчитывают по формулам [55, 79, 197]:

$$D_Б > K_{P1}m;\ \ P(D \geq 0) = F(x);\ \ x = D/m, \qquad (1.2.2)$$

где m - СКП места корабля по направлению на опасность (рассчитываемая в [55, 77,94] с учетом СКП положения опасности); F (x) - функция распределения закона Гаусса; D – текущее расстояние от корабля до НО. При этом никогда не рассматривалась возможность того, что реальный ЗР погрешностей НП может отличаться от закона Гаусса и тогда величина F(x) будет иметь другое значение, а СКП m характеризуется ограниченной навигационной надёжностью. Таким образом, в простом выражении (1.2.2) имеется два источника неопределенности, вызывающие, в свою очередь, неопределенность конечного результата расчетов – величин $D_Б$ и P(D>0). Хотя в работах [22, 81] рассматриваются некоторые аспекты влияния неадекватности исходных данных на результаты расчётов по методу наименьших квадратов (МНК) и влияние неадекватности гидрометеоэлементов на оперативно-тактические расчёты, но воздействие этих работ на кораблевождение никак не проявилось. Первые меры по преодолению воздействия неопределённости исходных данных в кораблевождении приняты в [94], и мы к ним ещё вернёмся.

В теории информации [244] в качестве меры степени неопределенности передаваемой информации, в физике в качестве меры степени неопределенности физической системы [31], в теории общественных систем в качестве меры неустроенности принимается *энтропия*. В теории информации энтропию H(X) системы X принимают равной $H(X)= -\Sigma_1^n P_i .\log_2 P_i$, где P_i - вероятности состояний системы; n – число всех состояний. При основании логарифма, равном 2, энтропия измеряется в битах, при натуральном логарифме – в нитах.

В целях обеспечения возможности оценивать качество решения стохастических задач навигации в условиях неопределенности используемых ИД, необходимо в кораблевождении ввести понятия *энтропии* как меры степени неопределенности, и *навигационной надёжности,* как величины, обратной по отношению к энтропии. Далее для краткости будем употреблять термин *состоятельность*, расширяя соответствующее понятие математической статистики. Слово *достоверность* как противоположность энтропии не употребляем, так как оно используется в более широком смысле.

Состоятельность решения вероятностной задачи – возможность того, что задача действительно будет решена с заданной точностью или вероятностью. *Состоятельность показателя точности НП* в широком смысле – возможность того, что показатель точности НП, во-первых, является правильным, т. е. действительно соответствует распределению и свойствам погрешности НП, и, во-вторых, является эффективным (позволяет решать вероятностные задачи) и качественным (что применительно к статистическим оценкам определяется несмещенностью и состоятельностью в узком смысле [224]). В качестве примера несостоятельной оценки можно привести так называемую *максимальную погрешность*, которая записывается в формуляры МСН по результатам испытаний в качестве оценки точности, но не позволяет решать никакие навигационные задачи.

Состоятельность кораблевождения - возможность того, что оценки точности координат места, курса и скорости корабля; результаты решения навигационных задач и НТЗ являются правильными, эффективными и качественными. Правильность результатов определяется

тем, что они не содержат ошибок. Эффективными являются результаты (способы решения задач и пр.), которые обеспечивают безошибочное решение задач более высокого уровня. Качественными можно считать оценки и результаты, которые являются оптимальными (или квазиоптимальными) по критериям точности или достоверности.

Энтропия – категория, противоположная состоятельности и характеризующая неопределенности, присутствующие в исходных данных, методах и способах решения задач и в их результатах и в кораблевождении в целом. Чем больше энтропия, тем ниже состоятельность, и наоборот.

Количественная мера энтропии (и информации), введенная К. Шенноном, для кораблевождения неудобна и не наглядна. Предлагается в качестве количественной меры состоятельности использовать реально обеспечиваемую вероятность $P_{об}$ решения задачи (в том числе задачи оценки точности НП и точности кораблевождения в целом). Количественной мерой энтропии (в навигации, кораблевождении и в НГО) в таком случае может служить соответствующее вероятности $P_{об}$ ожидаемое фактически количество $N_Ф$ нарушений заданного условия на 1000 опытов (например, условия плавания корабля в пределах назначенной полосы движения), равное

$$N_Ф = (1 – P_{об})10^3. \qquad (1.2.3)$$

Чтобы каждый раз, упоминая число $N_Ф$, не говорить длинную фразу о 1000 опытах, нужно дать этому числу название, например, “мит”.

Можно доказать, что в случаях, когда в решении задачи участвуют два или более независимых вероятностных параметра, каждый из которых вносит в общую энтропию вклад N_1, N_2,... то суммарное количество нарушений N_S обладает кумулятивным свойством (теорема сложения энтропий)

$$N_{ФS1}=N_1+N_2- N_1N_210^{-3}; N_{ФS2}=N_{ФS1}+N_3- N_{ФS1}N_310^{-3}, \text{ и т.д.} \qquad (1.2.4)$$

Учитывая, что энтропия является качественной характеристикой решения задач кораблевождения и в решении самих задач не участвует, при расчетах энтропии можно ограничиться только первыми двумя положительными членами в выражениях (1.2.4) и не учитывать третий.

1.3. Влияние энтропии исходных данных на качество решения задач и причины её происхождения

Влияние энтропии исходных данных

Смысл введённых понятий раскрывают рассмотренные выше примеры (см. рис. В.1), рассчитанные в предположении, что коэффициент неопределённости $К_{нпр}$ = 1,5. Преобразуем полученные в этих примерах значения обеспечиваемой вероятности в значения чисел $N_Ф$ по (1.2.3) и сведём полученные результаты в табл. 1.3.1. Добавим к ним значения $N_Ф$ для $К_{нпр}$ = 2 и для случая прохода корабля между двумя НО, а также подобные величины в предположении, что погрешности подчиняются ЗР Лапласа (рассматривается далее).

Таблица 1.3.1

Энтропия решения задач в зависимости от коэффициента неопределённости $К_{нпр}$ и закона распределения погрешностей

Решаемая задача	$К_{нпр}$ для ЗР Гаусса			$К_{нпр}$ для ЗР Лапласа		
	1	1,5	2	1	1,5	2
Обход мин. банки	$N_Ф$ = 3	36	85	3	6	31
Проход между НО	$N_Ф$ = 3	45	134	3	12	55
Поражение цели	$N_Ф$ = 3	77	232	3	28	80

Из таблицы видно, что даже умеренная (при $К_{нпр}$ = 1,5) неопределённость исходных данных значительно увеличивает энтропию решения задач кораблевождения, а при существенной неопределённости ($К_{нпр}$>2) это увеличение становится навряд ли допустимым.

Рассмотрим теперь влияние неадекватности закона распределения, для чего вернемся к задаче НБП. Пусть мы считаем, что погрешности

места судна подчиняются закону Гаусса, а принятое для расчетов значение СКП m является генеральным значением и известно точно. Тогда при заданной вероятности НБП $P_{зд}$ = 0,997 и выполнении условия (1.2.2) линия пути корабля окажется проложенной на расстоянии D_{min}=3m от границ опасности, и энтропия решения этой задачи характеризуется допускаемым значением $N_{дп}=(1–P_{зд})10^3$=3 мит. Если же на самом деле погрешности подчиняется закону Лапласа (в варианте Кондрашихина), то для этого закона реально обеспечиваемая вероятность $P_{об}$=P(D=3m ≥ 0)= 0,988 (по табл. 1 приложения), а ожидаемое число нарушений условия D ≥ 0, приводящих к пересечению кораблём границы опасности, равно $N_Ф=(1–P_{об})10^3$=12 мит. Следовательно, энтропия ЗР в данном примере приводит к возрастанию энтропии решения задачи в четыре раза, от $N_{зд}$=3 до $N_Ф$=12 мит. Отношение энтропий можно представить как *энтропийный коэффициент* $k_Э$, равный $k_Э = N_Ф /N_{зд}$.

При обсуждении рассмотренных положений обычно выдвигается простой встречный аргумент: «Флот нормально плавает и решает поставленные задачи, и никакие неопределённости в навигации ему в этом не мешают». В связи с таким упрощением и нежеланием видеть проблему приведём несколько примеров. Действительно, к счастью, в истории отечественного ВМФ не было навигационных аварий или инцидентов, вызванных неверной оценкой точности места корабля, которые привели бы к катастрофическим последствиям. Однако, по сведениям очевидцев, имел место ряд случаев, из которых отметим следующие. а) Касание грунта *пл* при форсировании Тунисского пролива в подводном положении вследствие завышенной оценки точности счисления. б) Касание грунта двумя *апл* вблизи Камчатки и Курильских островов с инерциальными НК при невязках, превышающих 30 миль, но при этом с высокими оценками точности счисления. в) В конце 70-х гг. прошлого столетия на учениях «Океан» отряд кораблей эскадры Черноморского флота, возвращаясь в базу после артиллерийских стрельб, прошёл, вследствие ошибок счисления и неверной оценки его точности, по им же выставленному накануне минному заграждению. Это не помешало отряду получить за выполнение задачи оценку «хорошо». Выдающийся русский флотоводец адмирал С. О. Макаров учил нас:

«Помни войну!». Война поставила бы совсем другую оценку за подрыв на собственных минных заграждениях. г) В этот же период времени в полигоне боевой подготовки Северного флота столкнулись две независимо маневрирующие *апл*, одна из которых шла по прилегающему фарватеру с большой невязкой и с ошибочным представлением о высокой точности своего места. До момента столкновения она прошла ещё через два полигона, занятых *пл*.

Проанализируем последний случай. Если считать площадь подводной лодки по ватерлинии равной s=1500 м^2, а площадь полигона (его доступной части) S=32 мили^2, то вероятность нахождения каждой из *пл* на любом участке, равном двум её площадям, составляет $P_1=2s/S = 2{,}8\ 10^{-5}$. Тогда вероятность того, что вторая ПЛ окажется на второй половине двойной площади и произойдёт столкновение, равна по теореме умножения вероятностей $P(1\cap 2) = P^2_1 = 8\ \ 10^{-10}$. Это бесконечно малая величина. Для того чтобы событие с такой априорной вероятностью случилось, условия для его возникновения должны повторяться множество раз. Установленный факт пересечения ещё двух занятых полигонов подтверждает сделанное предположение. Дополнительно к этому нужно отметить, что все приведённые случаи были зафиксированы необходимостью постановки в док или присутствующим на борту посредником. О том, сколько было незафиксированных и оставшихся неизвестными (в мирное время) подобных случаев можно только гадать, ориентируясь на выполненные расчёты вероятности столкновения.

Таким образом, можно считать, что табл. 1.3.1, содержащая тревожащие сведения, не противоречит опыту плавания и боевой подготовки кораблей ВМФ, и необходимо искать пути преодоления неопределённости навигационных исходных данных.

Причины возникновения энтропии исходных данных

В зависимости от причин происхождения энтропию можно подразделить на два вида: оценочную и методическую.

Оценочная энтропия обусловлена неопределенностями в априорных оценках точности исходной информации для решения задач кораблевождения. Выражения (1.1.3) для предельной погрешности и

(1.2.2) для безопасного расстояния содержат по два аргумента: квантиль ЗР погрешностей (коэффициент предельного перехода), и значение СКП. Обе эти величины могут, как показано выше, иметь неопределённости и явиться источником энтропии для предельной погрешности x^, которая, в свою очередь вызывает энтропию решения конечных задач кораблевождения (ЗК). Основными причинами возникновения оценочной энтропии являются:

1. Отличие реального ЗР погрешностей обрабатываемых НП от закона Гаусса, принятого для расчётов при решении ЗК. ЗР влияет на энтропию ЗК двояко: непосредственно, как в рассмотренном выше примере, и косвенно, через другие величины, например, через доверительный интервал для СКП.

2. Случайный характер эмпирической оценки СКП, вследствие чего при её оценивании по N выборкам [x] погрешностей, взятым из одной генеральной совокупности, и расчётах по формуле Бесселя получается N значений m_j, где j – номер выборки. Совокупность m_j определяет некоторый *доверительный интервал*, накрывающий генеральное значение СКП и характеризующий степень случайности оценки СКП.

3. Способ задания в справочных навигационных пособиях величины СКП в виде широкого диапазона без указания, как выбирать конкретное значение СКП в рекомендуемом диапазоне. Например, в табл. 4.3 МТ-2000 СКП некоторых НП даны в виде диапазонов с соотношением границ $К_{длз}$=1,5 – 2, а в астрономических величинах до 4; в табл.4.4 СКП МСН счисления диапазоны характеризуются величиной $К_{дпз}$ = 2 – 4. Очевидно, что, если штурман принимает среднее значение СКП в диапазоне, то коэффициент неопределённости $К_{нпр}$ = (1,3 и 1,6) при $К_{длз}$ = (2 и 4) соответственно.

4. В процессе изучения СКП конкретных видов НП часто остаются без внимания некоторые составляющие погрешностей. Например, в [210, 211] не рассмотрены погрешности фазовой радиодевиации (ФРД) и вариации погрешностей в зависимости от изменения погодных условий [94]. Эти составляющие в высокочастотных РНС (РС-10) являются превалирующими по величине среди всех составляющих. В низкочастотных РНС («Марс-75») они соизмеримы с превалирующими составляющими погрешностей. Поэтому пренебрежение подобными

факторами в [210, 211] приводит к занижению величины СКП, которое характеризуется коэффициентом $К_{нпр}$ =1,5 – 2,5.

5. Особенно важной причиной неадекватности величины СКП ряда МСН является методика ГИ и применяемый в ней критерий соответствия (КС) точности проверяемого МСН требованиям ТТЗ. Этот фактор характеризуется коэффициентом $К_{нпр}$ =1,5 – 3,5.

6. Следствием последней причины является использование в вероятностных расчётах вместо СКП m максимальной погрешности x_m в выборке [x] (1.1.1), полученной на ГИ. При выполнении на кораблях вероятностных расчётов предлагается считать, что предельная погрешность НП, соответствующая заданной вероятности P', равна $x^{\wedge}_{P} = x_m$, хотя величина x_m не имеет вероятностного содержания. При этом может оказаться коэффициент $К_{нпр} = 2 – 3$ и более.

7. Сложная структура погрешностей МСН и принадлежность некоторых важных составляющих погрешностей к классу случайных процессов, что заставляет рассматривать, кроме обычных для кораблевождения показателей точности, временной параметр – интервал корреляции, а также вид и показатели автокорреляционной функции (АКФ), имеющие большое значение при оптимальной обработке НП и оценивании качества МСН на ГИ.

8. Неадекватность оценки точности счислимого места корабля условиям плавания при использовании традиционных способов оценки точности с помощью коэффициентов точности счисления (КТС) вследствие их усредняющего характера. Например, в океанах и открытых морях имеют место 4 области скорости течений, в которых КТС приближённо равны 0,4; 0,7; .0,9 и 1,3 уз/ч. Среднее значение КТС с учётом площади разных областей составляет величину 0,7 уз/ч. Применительно к плаванию в областях очень сильных течений использование среднего значения КТС приводит к возникновению энтропии с коэффициентом $К_{нпр} \approx 2$.

9. Отсутствие математических моделей погрешностей разных видов абсолютного счисления. Это приводит к использованию слабо подходящих оценок и возникновению трудноопределимой энтропии.

10. Это же приходится говорить и об обсервационном счислении и фильтрации, а также в значительной мере и об инерциальном счислении.

Подводя итог, можно сказать, что оценочная энтропия имеет много причин происхождения и очень существенную величину, характеризуемую во многих случаях коэффициентом $К_{нпр} \geq 2$ и энтропией решения задач кораблевождения $N_Ф \geq 85 – 232$ (см. табл. 1.3.1). Следовательно, оценочная энтропия может легко и существенно понизить качество навигационного обеспечения боевых действий ВМФ и их эффективности без всякого противодействия противника.

Методическая энтропия обусловлена неопределенностями, возникающими в процессе решения задач кораблевождения. Она вызывается следующими основными причинами:

11. Пренебрежением (или незнанием) корреляцией погрешностей НП, когда корреляция имеет место. Например, оценка радиальной СКП М места по двум линиям положения (ЛП) при коэффициенте корреляции погрешностей ЛП r = 0,8 может привести к энтропии величины М, характеризуемой коэффициентом $К_{нпр} =$ 1,18. В этих же условиях оценка средневзвешенного значения из двух НП может привести к энтропии с $К_{нпр} =$ 1,35.

12. Выполнение фильтрации обсервованных НП на основе неполных характеристик точности НП, когда не выделяется флюктуационная составляющая СКП и не учитывается интервал корреляции случайного процесса погрешностей. В ходе фильтрации на реальном промежутке времени от десятков минут до единиц часов может быть сглажена только флюктуационная (изменяющаяся по величине и знаку) составляющая погрешности, остальные составляющие остаются неизменными. Поскольку в отечественных навигационных вычислительных системах (НВС) этот факт не учитывается [5, 197, 215, 219, 249, 288 и др.], то при оценке точности НП считается, что сглажена вся случайная погрешность. Если, например, флюктуационная и остальные составляющие равнозначны по величине, эффективность сглаживания флюктуационной погрешности составляет 90%, то возникающая энтропия даст коэффициент $К_{нпр} = 3 – 5$. Кроме того, в алгоритмах наших НВС не реализовано понятие «интервал корреляции» погрешностей, поэтому поступающие в каждом машинном цикле значения НП считаются независимыми и процесс «фильтрации» выходит на стационарный режим за считанные секунды. За это время корабль

физически не может сместиться в сторону невязки, чтобы скомпенсировать её. По этим причинам режим фильтрации обсервованной информации исключён из алгоритмов некоторых НК и ЭНИС «Сегмент» [132].

13. Некоторые существенные теоретические и методические ошибки в решение задачи НБП современной навигацией, приводящие к возникновению энтропии с $К_{нпр}$ = 2 – 3 и более.

14. Некоторые приближённые способы ручного решения задач оптимизации, например, отыскания вероятнейшего места в фигуре погрешностей, которые мы не рассматриваем, т. к. эти способы постепенно уходят в прошлое.

В данном разделе, по существу, рассмотрены основные недостатки современной навигации, которые в значительной степени понижают эффективность навигационного обеспечения боевых действий, поскольку каждая из причин приводит к возникновению энтропии с $К_{нпр}$ = 1,5 – 2 и более, что даёт $N_Ф$ = 85 – 232, а энтропии, обусловленные двумя или более причинами, складываются. Чтобы как-то иначе подтвердить эти неутешительные выводы скажем, что основным документом, регламентирующим решение вероятностных задач навигации, практически до сих пор остаётся Руководство [215] издания 1970 г., которое устарело полностью.

В последующих главах даются решения проблемы высокой энтропии кораблевождения, устраняющие все эти недостатки.

1.4. Структура метрологии в кораблевождении

Общая метрология (в переводе с греческого «наука об измерениях») занимается испытаниями и проверкой точности измерительных систем (СИ) и приборов, теорией погрешностей, статистической оценкой показателей точности СИ и др. задачами [39, 40, 42, 185, 186]. Метрологические проблемы в пределах государства успешно решаются благодаря тому, что существует государственная система метрологического обеспечения.

Источником возникновения проблемы высокого уровня энтропии в кораблевождении, или главной проблемой метрологии в кораблевождении является отсутствие такой научной дисциплины. Её

задачи решаются в настоящее время в разных слабо связанных между собой науках или не решаются вовсе. Так, теория погрешностей изучается в математических основах кораблевождения (или в аналогичных по содержанию науках), математические модели погрешностей МСН и иногда их статистические модели – в технических средствах навигации (или кораблевождения) и частично в навигации.

Статистические модели погрешностей в своём большинстве (например, модели абсолютного, инерциального, обсервационного счисления и др.) в должном объёме не изучаются нигде. Анализ и априорная оценка точности НП на выходе систем оптимальной обработки НП, методы проведения ГИ, контроля точности МСН, определения их статистических характеристик изучаются (далеко не в полном объёме и без привязки к особенностям навигационной информации и МСН) только в Военно-Морской Академии в разных научных дисциплинах. Достаточно сказать, что кораблевождение, основанное на информации, поступающей от многих типов МСН, не имеет собственных научно обоснованных методик и критериев проведения ГИ и современных методик определения статистических характеристик МСН.

С другой стороны, погрешности НП, действующие и исследуемые в кораблевождении, способы определения их показателей, компенсации и учёта значительно отличаются от погрешностей, рассматриваемых в общей метрологии. а) Погрешности НП имеют более сложную структуру и характер изменчивости вследствие значительного воздействия многообразных природных факторов. б) Для кораблевождения характерны не только одномерные, как в общей метрологии, но в равной степени и двумерные погрешности. в) Измерения в кораблевождении в большинстве случаев выполняются на движущемся корабле, чего не учитывает общая метрология. г) Погрешности НП непосредственно определяют эффективность кораблевождения и навигационного обеспечения ВМФ. Это повышает уровень ответственности и заставляет более тщательно изучать показатели точности МСН, обращая, например, внимание на то, какой из ЗР, не противоречащих опытным данным, лучше им соответствует в области больших вероятностей.

Всё это делает несостоятельным простой перенос методов общей метрологии, математической статистики и теории динамических систем в

кораблевождение, как это делалось (успешно или не очень) до сих пор. В кораблевождении необходимо иметь комплексную науку, рассматривающую проблему энтропии с единых позиций. Эту науку, в соответствии с [185] можно назвать «Метрологией в кораблевождении» (МК). Возникшая проблема преодоления энтропии в кораблевождении может быть решена только при широком использовании штурманских наук (навигации, навигационной безопасности плавания, теории погрешностей навигационных измерений, теорий МСН различного типа, кораблевождения при ведении боевых действий, океанологии) и привлечении некоторых общетеоретических наук. К ним относятся теория вероятностей, математическая статистика, теория погрешностей измерений, методы построения статистических моделей погрешностей, теория статистических решений, теория случайных функций, теория прогнозирования, теории динамических систем.

Необходимые нам информация и методы, которые несут эти науки, должны быть взаимно согласованы, развиты и дополнены недостающими теоретическими положениями и методами, структуированы и синтезированы в единое новое направление науки – метрологию в кораблевождении. Разделы этой науки в укрупнённом виде представлены на рис. 1.4.1.

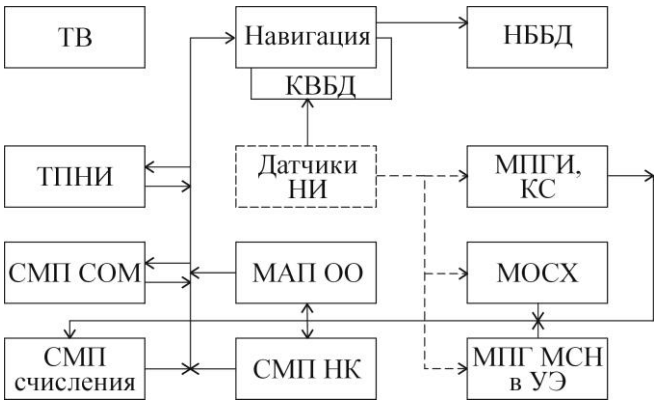


Рис. Рис. 1.4.1. Блок-схема метрологии в кораблевождении

Потребителем результатов этой науки, входящей в состав кораблевождения, являются, прежде всего, кораблевождение при ведении боевых действий (КВБД) с отдельно выделяемым разделом

навигационная безопасность при ведении боевых действий (НББД) и навигация. Теоретической основой МК является теория вероятностей и частично теории, перечисленные выше. Основными разделами МК являются:

- теория погрешностей навигационных измерений (ТПНИ):
- статистические модели погрешностей (СМП) средств определения места (СОМ), счисления и навигационных комплексов;
- анализ погрешностей оптимальной обработки (АПОО) информации;
- методы проверки и контроля точности (МПТ) МСН и НК в условиях эксплуатации;
- методы определения статистических характеристик (МОСХ) МСН;
- методики проведения государственных испытаний (МПГИ) и критерии проверки соответствия (КС) точности МСН требованиям ТТЗ.

На рис. 1. 4. 1 не отражена задача подбора и анализа характеристик средств измерений различных физических величин, т. к . эта задача систематически решается в работах ГНИНГИ МО РФ.

На основании государственных стандартов (ГОСТ) [39, 45, 186] Методических указаний [175] и Справочника [185] метрологическое обеспечение и МК (МК) можно сформулировать следующим образом. Это установление и применение научных и организационных основ, методик определения показателей точности МСН, правил и норм, необходимых для достижения единообразия и требуемой точности и состоятельности навигации и навигационных измерений. Это наука об измерениях НП и величин и о погрешностях навигационных измерений, методах определения характеристик (показателей) точности НП и МСН, методах проверки точности МСН на ГИ, методах и способах достижения требуемой или максимально возможной в условиях плавания точности и состоятельности навигации и навигационных измерений.

МК является специфическим элементом государственной системы обеспечения единства измерений (ГСИ) – комплекса установленных стандартами взаимоувязанных правил, положений, требований и норм, определяющих организацию и методику проведения работ по оценке и обеспечению точности измерений.

Глава 2. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

2.1. Генеральная совокупность законов распределения погрешностей навигационной информации

Исследование совокупности законов распределения НП

Решение многочисленных НТЗ и стрельбовых задач, задачи определения показателей НБП корабля, задачи разработки методики испытаний МСН и др. основано на использовании предельных погрешностей НП. Традиционно предельную погрешность НП рассчитывают [53, 192, 197] по формуле (1.1.3), в которой K_{P1} – двусторонний квантиль $t_{РГ}$ заданной большой вероятности Р’ ЗР Гаусса (о чем говорит нижний индекс “1”). Например, для Р’= 0,997 коэффициент K_{P1} = 2,997. ЗР Гаусса (или Релея при двумерном варианте) традиционно [192] используется в кораблевождении при решении почти всех вероятностных задач.

Вопрос о ЗР погрешностей НП (и места корабля) имеет большое теоретическое и практическое значение. Например, для закона Лапласа в варианте Кондрашихина квантиль вероятности Р’= 0,997 равен $t_{РЛ}$ = 4,65, т. е. данный закон увеличивает предельную погрешность в 1,5 раза по сравнению с ЗР Гаусса. Пренебрежение этим фактом, как показано в главе 1, повышает энтропию решения задачи НБП (рис. В.1, а) до 12 мит.

Энтропия задачи поражения цели (рис. В.1,б) увеличивается в таких условиях до 42 мит (вычисления выполнены с использованием табл. 1 приложения). Всё это может привести к грубым просчетам при обеспечении боевых действий ВМФ без всякого противодействия противника.

В отечественном кораблевождении сложилась противоречивая ситуация, когда в уставном документе [94] коэффициенты $К_{Р1}$ и $К_{Р2}$ рассчитываются (в соответствии с предложением В. Т. Кондрашихина [77]) в предположении подчинения погрешностей ЗР Лапласа, в то время как в пособии [177] эти же расчёты выполняются для ЗР Гаусса. Это ставит задачу подробного исследования фактических ЗР погрешностей НП и анализа всей их совокупности с целью выбора теоретических ЗР, дающих наилучший результат при решении различных задач навигации.

Использование закона Гаусса в кораблевождении теоретически объясняют [55] наличием условий, описываемых центральной предельной теоремой (ЦПТ) теории вероятностей [31], согласно которой ЗР погрешности, образующейся под действием нескольких примерно равнозначных независимых между собой факторов и состоящий поэтому из нескольких независимых составляющих, сравнимых по своему рассеиванию, близок к закону Гаусса. В пользу этого закона можно добавить и теорему о композиции законов распределения [272], согласно которой ЗР суммы двух (и более) нормальных составляющих также является нормальным. Однако применительно к ПНИ имеются серьёзные теоретические возражения против безоговорочного применения ЦПТ. Рассмотрим их.

1. Предположение о ЦПТ не соответствует структуре погрешностей большинства НП. Анализ рассмотренных в [94] моделей погрешностей различных НП показывает, что погрешности НП чаще всего определяются одним - двумя решающими факторами, иногда изменяющимися по силе воздействия. Так, погрешности высокоточных РНС определяются в основном фазовой радиодевиацией [94, 132] и суточным ходом метеорологических элементов атмосферы; погрешности GPS, при С/А-коде – генератором искусственного шума, накладываемого на сигналы спутников, при Р-коде - остаточными ионосферными искажениями; погрешности широты, вырабатываемой ИНС –

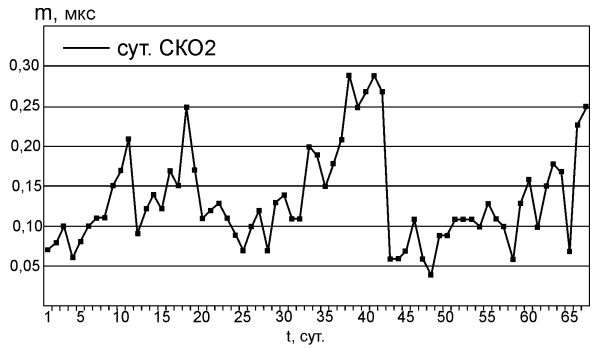
квазипериодической суточной составляющей, погрешности долготы – этой же составляющей и уходом долготы с постоянной скоростью; погрешности счисления – сносом корабля течением. Во всех этих и других случаях не выполняется требование ЦПТ о соизмеримости дисперсий составляющих и ЗР измеряемого параметра определяется в основном ЗР той составляющей, которая обусловлена решающим фактором. Если этот фактор не один, то ЗР погрешности НП является композицией ЗР этих составляющих.

2. В теории измерений [179] доказано, что в случае существования условий для нормального распределения погрешностей измерений, описываемых ЦПТ, но при СКП, изменяющейся в бесконечных пределах $-\infty<m<\infty$, и при рассмотрении двойного интеграла

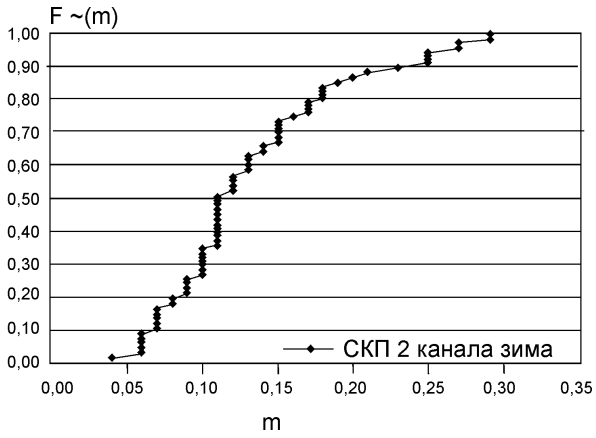
$$F(x, m)=P(X<x|m)=\int_{-\infty}^{ч'} f(x,m)dx \int_{-\infty}^{\infty} f(x,m)dm,$$

получается функция распределения Лапласа (теорема Мудрова-Кушко). То же происходит и в случае, когда известен широкий диапазон, в котором находится СКП, и значение СКП для решения вероятностных задач принимается в этом диапазоне произвольно.

Модели погрешностей НП в большинстве случаев характеризуются значительной изменчивостью СКП и часто, как упоминалось выше, задаются в виде широкого диапазона (например, в [54, 177]). Для иллюстрации изменчивости СКП на рис. 2.1.1,а приведён график изменения по суткам СКП НП в системе «Марс-75», которая рассчитана по записям НП в течение 67 зимних суток. Каждое значение СКП рассчитано по 144 независимым отсчётам НП. Видно, что СКП изменяется от 0,04 до 0,29 мкс, т. е. в 7 раз (увеличиваясь при прохождении грозовых атмосферных фронтов и уменьшаясь с наступлением хорошей погоды). Таким образом, в кораблевождении существуют условия для применения теоремы Мудрова-Кушко.



а



б

Рис.2.1.1. Графики изменения СКП и экспериментальная интегральная функция ее распределения СКП

Опираясь на теорему Мудрова-Кушко, В. Т. Кондрашихин предложил считать, что погрешности НП подчиняются ЗР Лапласа в несколько измененном им варианте [77]. Главный его аргумент состоит в том, что ЗР Лапласа “обеспечивает при решении задачи НБП судов более осторожные оценки”. Однако экспериментальное подтверждение этого вывода в [77] основано на наблюдении всего лишь одного НП

3. На основании [23, 94] можно априорно считать, что основные составляющие погрешностей НП характеризуются следующими законами распределения: квазипериодическая – ЗР гармонической функции (ГФ); погрешность ухода НП с постоянной скоростью – ЗР равномерного распределения (Р); погрешность, отвечающая условиям ЦПТ – ЗР Гаусса (Г); погрешность с изменяющейся или находящейся в широком диапазоне

и точно неизвестной СКП – ЗР Лапласа (Л) или Лапласа в варианте Кондрашихина (Л-К) [77]; погрешность, сочетающая в себе свойства (Г) и (Л) - ЗР М-распределения [151, 152]; постоянно действующий случайный процесс погрешности с небольшой дисперсией, на который иногда накладывается действующий короткое время случайный процесс с большой дисперсией – экспоненциальный ЗР (Э).

В условиях теоретического разнообразия возможных ЗР и их композиций ответ на вопрос о ЗР погрешностей навигационной информации в целом может дать только экспериментальное исследование. Из опубликованных учебников и монографий только в работе [78] приведены результаты идентификации вида ЗР погрешностей радиопеленгования и фазовой РНС. Показано, что эти погрешности подчиняются закону Гаусса. Однако к качеству этих исследований есть существенные претензии: а) в обоих случаях наблюдения выполнялись в лабораториях учебных заведений днем, т. е. в условиях стационарности погрешностей и постоянства их СКП; б) согласие ЗР Гаусса с опытными данными проверялось по критерию Пирсона, результат применения которого, как известно [224], сильно зависит от выбираемого исследователем уровня значимости, что позволяет достигнуть согласия со многими ЗР; в) другие ЗР не рассматривались и ЗР, наилучшим образом согласующийся с опытными данными, не выбирался; г) не рассматривалось распределение погрешностей в области больших вероятностей, интересующей кораблевождение в наибольшей степени. Следовательно, литературные источники не дают ответа на вопрос об общем ЗР погрешностей навигационной информации.

Для экспериментальной идентификации вида ЗР случайной величины X производят измерения НП и рассчитывают погрешности измерений, получая выборку погрешностей [x] (1.1.1) в определенных условиях измерений. Вид ЗР погрешностей симметричной случайной величины X с точностью до момента четвертого порядка определяет эксцесс, вычисляемый по формуле, рассмотренной в разд. 1.1.1. ЗР погрешностей НП являются симметричными.

Экспериментальные данные, которые были использованы для определения вида ЗР погрешностей НП, включают выборки погрешностей 42 навигационных параметров в разных условиях

измерений. (Диапазон средств от устаревающих РНС типа РСДН-3 и относительного счисления до системы GPS и высокоточных НК). Из этих выборок 23 являются актуальными в настоящее время и в перспективе. Общее количество независимых измерений в 42 выборках превышает 30000. Это позволяет предположить, что экспериментальный материал достаточно представителен для изучения генеральной совокупности ЗР погрешностей НП. Эмпирические данные в обобщённом виде и результаты определения показателей ЗР приведены в табл. 4 приложения. В третьей графе приведены СКП измерения НП по соответствующей выборке, в четвёртой графе – значения эксцесса, в пятой – показатель изменчивости СКП в пределах выборки при её делении на несколько участков (используется для сопоставления экспериментальных данных с теоремой Мудрова-Кушко). Пятая графа содержит количество N независимых измерений, в шестой и седьмой графах приведены разности $\Delta_Г$ и $\Delta_Л$ для применения «критерия знаков».

ПРИМЕЧАНИЯ. В таблице приняты следующие нестандартные обозначения: 6÷8 спутников - количество спутников в рабочем созвездии системы; Ш и Д - широта и долгота; ЦБМ - цепь Баренцева моря; ЦЧМ - цепь Черного моря; ЦФЗ - цепь Финского залива; ЗС и КС - зеленая и красная сети; h - высота светила; L_C - длина невязки; навигационные комплексы обозначены годом принятия на снабжение, для них СКП выработки координат не приводятся; ГИ - материал получен на государственных испытаниях; ОЭ - материал получен из опыта эксплуатации; $U_C/U_Ш$ - соотношение сигнала и шума на входе приемоиндикатора. Показатели для ИНС даются для общего ознакомления; в дальнейших расчетах они не использовались из-за очень малого числа измерений (по 6).

Для каждой j-й выборки рассчитана оценка эксцесса E_j. Далее совокупности оценок E_j и E_{Aj} рассматривались как случайные величины Y и Y_A (А – символ актуальной совокупности), для которых были получены оценки показателей распределения обычными методами математической статистики [23, 224].

В табл. 2.1.1 приведены элементы статистических рядов случайных величин Y и Y_A и накопленные частости $F\sim_i$. Величина F~ представляет

собой экспериментальную функцию распределения всей совокупности эксцессов Y или Y_A, то есть характеризует обобщенное, или генеральное распределение эксцессов и, следовательно, законов распределения погрешностей рассматриваемых НП. В табл. 2.1.1 обозначены: k_i – количество попаданий значений эксцесса в i – й разряд статистического ряда; $P_i = k_i/N$ – частость попаданий в i – й разряд; $F_i = \Sigma_1^i P_i$ – накопленная частость.

Таблица 2.1.1

Статистические ряды случайных величин Y и Y_A.

Границы разрядов	Случайная величина Y				Случайная величина Y_A		
	k_i	$P_i = k_i/N$	$F_i = \Sigma_1^i P_i$		k_i	$P_i = k_i/N$	$F_i = \Sigma_1^i P_i$
-1,25;-0,74	3	0,071	0,071		1	0,043	0,043
-0,75;-0,24	3	0,071	0,142		2	0,087	0,130
-0,25; 0,24	2	0,048	0,190		2	0,087	0,217
0,25; 0,74	7	0,167	0,357		4	0,174	0,391
0,75; 1,24	7	0,167	0,524		6	0,261	0,652
1,25; 1,74	8	0,190	0,714		2	0,087	0,739
1,75; 2,24	2	0,048	0,762		1	0,043	0,782
2,25; 2,74	1	0,024	0,786		1	0,043	0,825
2,75; 3,24	1	0,024	0,810		0	0	0,825
3,25; 3,74	3	0,071	0,881		2	0,87	0,912
3,75; 4,24	0	0	0,881		0	0	0,912
4,25; 4,74	2	0,048	0,929		1	0,043	0,955
4,75; 5,24	1	0,024	0,953		0	0	0,955
5,25; 5,74	1	0,024	0,977		1	0,43	0,998
6; 14	1	0,023	1,000				

На рис. 2.1.2 приведены гистограммы распределения случайных величин Y и Y_A.

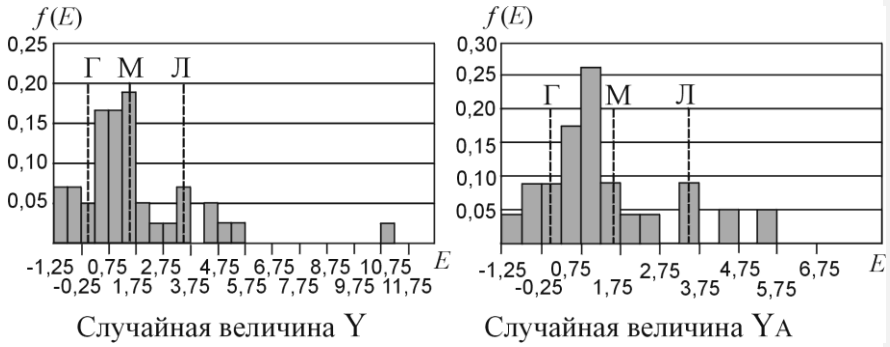


Рис. 2.1.2. Гистограммы распределения величин Y и Y_A.

Оценки математических ожиданий (M) и средние квадратические отклонения (σ) равны: M_Y =1,61; σ_Y = 2,62; M_{Ya} = 1,32; σ_{Ya} = 2,06.

Характеристики некоторых ЗР случайных величин приведены в табл. 2.1.2.

Таблица 2.1.2

Характеристики некоторых одномерных законов распределения

Распределение	Область значений	Плотность вероятности	Сред-нее	Диспер-сия	Эксцесс (скос)
Нормальное (Гаусса)	-∞<x<∞ -∞<*M*<∞ 0<m<∞	$\frac{1}{m\sqrt{2\pi}}e^{-0,5(x-M)^2m^{-2}}$	*M*	m^2	0 (0)
Лапласа (двойное показательное)	-∞<x<∞ -∞<α<∞ 0<β<∞	$\frac{1}{2\beta}e^{-\lvert X-\alpha\rvert\beta^{-1}}$	α	β^2	3 (0)
Лапласа в варианте Кондрашихина	-∞<x<∞ -∞<*M*<∞ 0<m<∞	$f(x)=B\,e^{-(x-M)B}$ $F(x)=1-e^{-(x-M)B}$ $B=\sqrt{\pi/2}/m$	*M*	$1,11^2\times m^2$	3,5 (0)
Промежут. (М-распределения)	-∞<x<∞ -∞<*M*<∞ 0<m<∞	$\int_a^{b=as} f_\Gamma(x,m)\,dm\times\left[\int_0^{\infty}\int_a^{b=as} f_\Gamma(x,m)\,dm\,dx\right]^{-1}$	*M*	$1,05^2\times m^2$	1,56 (0)
Крайних знаний (Фишера-Типпета)	-∞<x<∞ -∞<α<∞ 0<β<∞	$\beta^{-1}\exp(-y-e^{-y})$ $y=(x-\alpha)\beta^{-1}$	α+ 0,577β	$\frac{(\pi\beta)^2}{\sigma}$	2,4 (1,3)
Равномерное	-∞<*M*<∞	f(x)=1/(b-a)			

(прямоугольное)	$0<h<\infty$ $M-h/2 \le x \le M+h/2$	$b - a = h$ $F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < a \\ (x-a)/(b-a) \\ 1 \text{ при } x > b \end{cases}$	$(a+b)/2$	$\frac{h^2}{12}$	-1,2 (0)
Гармонической функции	$\lvert x \rvert < A$	$f(x)=[\pi(A^2-x^2)^{0,5}]^{-1}$ $F(x) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\frac{x}{A}\right)$ при $-A \le x \le A$; $F(x)=0$ при $x<-A$; $F(x)=1$ при $x>A$ A – амлитуда колебаний	0	$A^2/2$	-1,5 (0)

Из двух приведённых в табл. 2.1.2 законов Лапласа в кораблевождении используется [94] ЗР Лапласа в варианте Кондрашихина [77]. Этот ЗР отличается от классического ЗР Лапласа увеличенной величиной СКП и имеет тот же эксцесс $E_{Л-К} = E_{Л} = 3$. Для обеспечения возможности пользоваться некоторыми таблицами мы искусственно приписываем ЗР Лапласа в варианте Кондрашихина эксцесс, равный 3,5. Далее этот ЗР проходит под названием ЗР Лапласа.

Расчёт необходимых таблиц

Экспериментальные оценки эксцесса погрешностей НП находятся в широком диапазоне от - 0,9 (а у отдельных ИНС, не рассмотренных в табл. 2.1.1, от - 1,24) до 11. Рассмотренные выше ЗР характеризуются следующей теоретической величиной эксцесса: $E_{ГФ} = -1,5$; $E_{Р} = -1,2$; $E_{Г} = 0$, $E_{М} = 1,6$ (рассматривается ниже); $E_{Л} = 3$; $E_{Л-К} = 3,5$; $E_{Э} > 3,5$. Можно считать, что все они и их композиции присутствуют в погрешностях навигационной информации различного вида. В таком случае возникает практическая необходимость в создании общей шкалы эксцессов и соответствующих им ЗР, которая содержала бы квантили больших вероятностей для обеспечения расчета предельных погрешностей. Эту задачу позволяет решить положение о том, что все перечисленные выше ЗР (за исключением закона гармонической функции) относятся к единому классу экспоненциальных распределений [182] с общей аналитической моделью для плотности распределения:

$$f(x) = A \exp\left[-\left|(x-X_Ц)/\lambda m\right|^s\right], \qquad (2.1.1)$$

где $A = s/2\lambda m\Gamma(1/s)$; $\lambda = [\Gamma(1/s)/\Gamma(3/s)]^{0,5}$; m – СКП; $\Gamma(z)$ –гамма-функция; $X_Ц$ – координата центра рассеивания; s– некоторая характерная для данного распределения постоянная – его показатель степени. Для обеспечения возможности практического использования совокупности ЗР необходимо рассчитать несколько таблиц.

Значения плотности распределения $f(x_H)$ для разных ЗР, вычисленные по (2.1.1) для нормированного аргумента $x_H = x/m$ и $X_Ц=0$ при положительных x_H приведены в табл. 5 приложения. Эти значения позволяют, например, произвести моделирование погрешностей с заданным законом распределения.

Значения квантилей t_{Pq} (коэффициентов предельного перехода $K_{P1q} = t_{Pq}$ от СКП m к предельной погрешности x^) рассчитанные методом аналитического и численного интегрирования функции (2.1.1), и шкала эксцессов приведены в табл. 2.1.3.

Таблица 2.1.3

Значения коэффициента предельного перехода K_{P1q} в зависимости от эксцесса погрешности

Вероят-	Эксцесс погрешности										
ность P	-1,2	-0,6	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	5,4
0,999	1,73	2,80	3,30	3,45	3,65	3,90	4,20	4,53	4,89	5,51	5,75
0,997	1,73	2,53	3,00	3,05	3,17	3,36	3,56	3,80	4,11	4,64	5,13
0,99	1,71	2,28	2,58	2,64	2,71	2,80	2,91	3,03	3,26	3,67	3,40
0,95	1,67	1,85	1,96	1,97	1,98	2,00	2,03	2,06	2,12	2,39	2,75
0,9	1,63	1,63	1,64	1,64	1,64	1,64	1,65	1,65	1,65	1,66	1,66

С помощью табл. 2.1.3 можно рассчитывать предельные двусторонние погрешности НП по формуле

$$x^\wedge = K_{P1q}\, m \qquad (2.1.3)$$

для заданной вероятности P и конкретного фактического q-го ЗР данного НП. Способ расчета предельной погрешности по (2.1.2) может использоваться при автоматическом решении задач и наличии необходимой информации. Однако, для сохранения единства расчетов предельных погрешностей (и в том числе параметров НБП) штурманской

службой (предварительных, обобщенных и ручных расчетов на кораблях и в штабах) целесообразно выбрать какие-либо конкретные ЗР.

Обоснование и выбор единого ЗР. Критерий знаков разностей

Рассматривая табл. 2.1.1 и рис. 2.1.2, можно, имея в виду свойство функции распределения $F(x) = P(X \le x)$ заметить, что при решении в настоящее время задачи НБП на основе ЗР Гаусса (Е = 0), заданная вероятность обеспечивается только в $n_0 = 100\tilde{F}_0 = 19$ случаях из 100, т. е. в 19% случаев. В остальных 81% случаев заданная вероятность не обеспечивается. Поэтому, например, в задаче НБП (рис. В.1, а) линия пути корабля окажется ошибочно проложенной ближе к НО, чем требуется, и заданная вероятность НБП обеспечена не будет. Как отмечено в [77], закон Лапласа "обеспечивает более осторожные оценки". Количественно эта осторожность при использовании ЗР Лапласа при ($E_Л$ = 3,5) выражается числом $n_{3,5} = 100\tilde{F}_{Л\text{-}К} = 88$, что в 4 раза превышает величину n_0, обеспечиваемую законом Гаусса. Для М-распределения ($E_М$ = 1,6) число $n_{1,6} = 72$.

Критерий знаков разностей. Ввиду важности поднятого вопроса рассмотрим, в какой мере удовлетворяют требованиям кораблевождения ЗР Гаусса и Лапласа в наиболее интересующей нас области больших вероятностей, для которых рассчитываются предельные погрешности. Поскольку подобная задача в математической статистике ранее не решалась [23, 63, 224], требуется разработать специальный критерий для оценки степени пригодности ЗР для расчёта предельных погрешностей. Для этого предлагается воспользоваться *критерием знаков разностей*. Рассматриваются максимальные в диапазоне больших вероятностей разности $\Delta_Г$ и $\Delta_Л$ между экспериментальной функцией распределения $\tilde{F}(x)$ и теоретическими функциями распределения законов Гаусса и Лапласа $F_q(x)$, где q = (Г, Л) – общий символ этих ЗР

$$\Delta_q = \max [\tilde{F}(x) - F_q(x)] . \qquad (2.1.4)$$

При отрицательной разности Δ_q экспериментальная функция распределения проходит ниже и правее теоретической, поэтому квантиль

$$K_{P1q} < \tilde{K}_{P1} , \qquad (2.1.5)$$

и предельная погрешность НП определяется с недостатком; при решении задачи НБП линия пути оказывается проложенной ближе к опасности, чем требуется, и заданная вероятность НБП не обеспечивается. При положительной разности Δ_q экспериментальная функция распределения лежит левее и выше теоретической, квантиль $K_{P1q} > \tilde{K}_{P1}$, предельная погрешность НП определяется с избытком, расстояние от линии пути до НО имеет некоторый запас. Величины Δ_q приведены в табл. 4 приложения в сотых долях. Знак при нуле сохраняется после округления числа до нуля.

Анализ знаков разностей Δ_q в табл. 4 показывает, что в области больших вероятностей в 37 случаях функции $\tilde{F}_j(x)$ проходят правее функции $F_Г(x)$ ЗР Гаусса, и только в 6 случаях - левее ее. С другой стороны, в 38 случаях функции $\tilde{F}_j(x)$ находятся левее функции $F_Л(x)$ ЗР Лапласа, и только в 5 - правее ее. Это значит, что по данному критерию ЗР Гаусса в 14% случаев обеспечивает корректное решение вероятностных задач кораблевождение с заданной энтропией, а в 86% - не обеспечивает. Закон Лапласа в 88% случаев обеспечивает заданную энтропию и в 12% - не обеспечивает.

Из проведённого анализа можно сделать вывод о том, что при решении вероятностных задач кораблевождения, характеризующихся повышенной ответственностью, в качестве единого ЗР погрешностей НП целесообразно использовать ЗР Лапласа. К тому же функция распределения этого ЗР приводится к простому виду

$$F_Л(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = 0.5 + (x/|x|)0.5\, F^д_Л(x), \qquad (2.1.6)$$

где $F^д_Л(x)$ – двусторонняя функция распределения Лапласа. По (2.1.6) рассчитана табл. 1 приложения.

2.2. Закон М-распределения погрешностей НП

В процессе проведённого выше сопоставления ЗР Гаусса и Лапласа выясняется, что 75% фактических ЗР погрешностей НП лежат в промежутке между ЗР Гаусса (Е = 0) и Лапласа ($E \approx 3{,}5$), и только 25%

фактических ЗР - за пределами этого интервала. Такой же вывод следует из анализа значений оценок эксцесса погрешностей, 81% которых находится внутри интервала от $E_Г$ = 0 до $E_Л$=3,5, и 19% - снаружи. С позиций теории это положение можно объяснить тем, что при навигационных измерениях часто существуют условия, описываемые обеими упомянутыми выше теоремами (ЦПТ и Мудрова-Кушко). То есть погрешности НП образуются под действием нескольких факторов и имеют несколько составляющих, некоторые из которых представляют воздействие природной среды и изменяются во времени, вызывая соответствующее изменение СКП.

Задача плавного заполнения промежутка между ЗР Гаусса и Лапласа в математической статистике поставлена и решена в виде закона Грамма-Шарлье [280]. Недостаток этого ЗР, применительно к кораблевождению, состоит в том, что для расчетов вероятностей и квантилей этого ЗР требуется знание эксцесса погрешности и использование четырех производных от плотности вероятности закона Гаусса. Для практических целей кораблевождения использовать этот ЗР невозможно. Кроме того, этот закон связан с ЗР Гаусса и не покрывает важную для кораблевождения область больших погрешностей, превышающих 3m (рис. 2.2.1,а, на котором в правом верхнем углу наблюдается пустое место).

Ещё один способ заполнения рассматриваемого промежутка между ЗР даёт полученная нами табл. 2.1.3. Аргументом табл. 2.1.3 является эксцесс – характеристика погрешности, которая: а) ранее в статистических моделях погрешностей НП никогда не определялась; б) требует для определения большого числа измерений [224]; в) характеризуется значительным естественным рассеянием (примерно на порядок больше, чем рассеяние СКП), что следует из выполненных нами наблюдений при расчётах табл. 4 приложения. Это делает в настоящее время данный способ малопригодным для практики.

В связи с отсутствием в математике промежуточного ЗР, приемлемого для использования в кораблевождении, возникает задача разработки нового ЗР.

Новый закон М-распределения случайных величин, свободный от указанных выше недостатков, основан на использовании имеющейся у

штурмана информации [54, 94, 177] о диапазоне, в котором находится или изменяется СКП измерения НП. При изменении СКП в бесконечных пределах случайная величина подчиняется, согласно [179], ЗР Лапласа. Если же величина изменения СКП ограничена, то получается необходимый нам новый промежуточный закон М-распределения. Функция плотности вероятности закона имеет вид

$$f_M(x, g) = \int_a^{b=2ag} f(x,m)dm \left[\int_0^{\infty} dx \int_a^{b=2ga} f(x,m)dm, \right]^{-1}, \qquad (2.2.1)$$

где f(x, m) - плотность нормального распределения; g=b/a – характеристика диапазона изменения СКП (в табл. 2.1.2 обозначена буквой s); a, b – нижняя и верхняя границы диапазона изменения СКП; m - среднее значение СКП; коэффициент 2 учитывает естественную изменчивость СКП как случайной величины. Поскольку интегралы в (2.2.1) не выражаются через элементарные функции, задача вычисления значений функции распределения $F_M(x, g) = \int_0^{\infty} f_M(x, g)dx$ может быть решена двумя методами. Первый из них состоит в численном интегрировании способом Симпсона. Полученные этим способом значения двусторонней интегральной функции $F^{д}_{M}(x, g)$ М-распределения представлены в табл. 2.2.1.

Таблица 2.2.1

Значения двусторонних функций распределения законов Гаусса ($F^{д}_{Г}$), Лапласа ($F^{д}_{Л}$) и М-распределения ($F^{д}_{M}$)

$x_n=x/m$	Функция распределения $F^{д}_{M}(x_n)$ для g								$F''_{Л}(x_n)$
	1 $F''_{Г}(x_n)$	1.1	1,3	1,5	2	2.5	3,5	5	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.0	0,6827	0,6871	0,6929	0,7019	0,7063	0,7081	0,7090	0,7099	0,7144
2.0	0,9545	0,9516	0,9461	0,9365	0,9299	0,9253	0,9195	0,9148	0,9185
3.0	0,9973	0,9960	0,9937	0,9895	0,9864	0,9841	0,9811	0,9784	0,9767
4.0	0,9999	0,9998	0,9995	0,9987	0,9980	0,9973	0,9964	0,9955	0,9934
5.0	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995	0,9992	0,9981
6.0	-	-	-	-	-	1,0000	0,9999	0,9999	0,9995

Графики этих функций приведены на рис. 2.2.1,б. Видно преимущество ЗР М-распределения перед законом Грамма-Шарлье

(рис.2.2.1,а): покрыт весь промежуток между ЗР Гаусса и Лапласа более плавными линиями.

Среднее положение между ЗР Гаусса и Лапласа в области $x_H = 2 – 4$ занимает, как это видно из табл. 2.2.1, М-распределение с показателем $g = 1{,}5 – 2$.

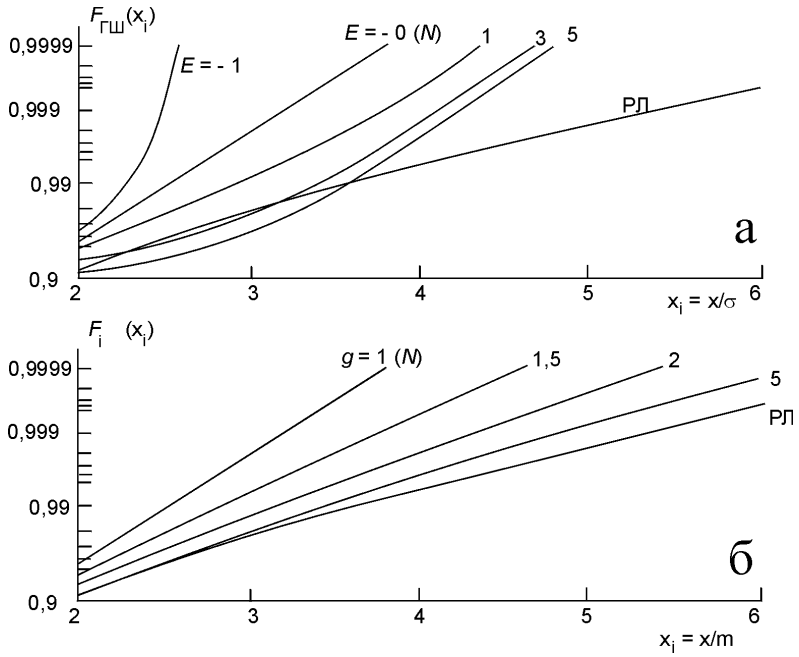


Рис. 2.2.1. Графики двусторонних функций распределения:
а – закона Грамма-Шарлье; б – М-распределения

Это иллюстрирует рис. 2.2.2, на котором показаны разности значений плотности распределения $\Delta_q = f_M - f_q$, где q = (Г, Л) для ЗР Гаусса (сплошная линия) и Лапласа (пунктирная линия). Видно почти симметричное расположение ЗР Гаусса и Лапласа относительно ЗР М-распределения.

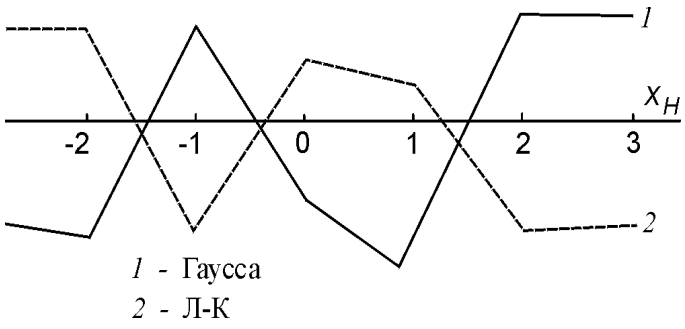


Рис. 2.2.2. Разности значений плотности распределения

Полученные выше оценки математического ожидания и СКО эксцесса генеральной совокупности ЗР НП равны M_E =1,61; σ_E = 2,62. Очевидно, что закон М-распределения с показателем g = 2 практически совпадает со средним законом распределения для всей совокупности ЗР. Далее именно этот вариант с g = 2 рассматривается как средний для погрешностей навигационных измерений закон М-распределения, которому соответствует эксцесс E_M =1,6. Для того чтобы представить этот закон в виде (2.1.1), воспользуемся известным соотношением [182] $E = \Gamma(1/s)\Gamma(5/s)/[\Gamma(3/s)]^2$, с помощью которого находим, что s_M =1,24. Теперь можно вычислить остальные величины: $\Gamma(1/1{,}24) = 1{,}157$; $\Gamma(3/1{,}24) = 1{,}257$; $\Gamma(5/1{,}24) = 6{,}25$; $\lambda = 0{,}92$; $1/\lambda = 1{,}09$; $\lambda^{1{,}24} = 0{,}902$; A = 0,429/ m. Обозначим $z = (x-X_Ц)/m$, тогда

$$f_M(z) = A\exp(-|z/\lambda|^s) = 0{,}429\exp(-|z/0{,}92|^{1.24}). \qquad (2.2.2)$$

Для расчёта функции распределения $F_M(y) = \int_{-\infty}^{y} f_M(z)dz$ разложим функцию $f_M(z)$ в ряд Тейлора

$$f_M(z) = 0{,}43[1 - 1.09\, z^{1.24} + 1.09^2\, z^{2,48}/2! - 1.09^3\, z^{3.72}/3! + \\ + 1.09^4\, z^{4.96}/4! - 1.09^5\, z^{6.2}/5! + \ldots\ . \qquad (2.2.3)$$

Путём интегрирования (2.2.3) рассчитана таблица функции распределения закона М-распределения (табл. 2 приложения).

Материалы, приведенные в табл. 4 приложения, ещё раз подтверждают соответствие ЗР М-распределения экспериментальным данным.

Область применения ЗР М-распределения. Во-первых, при необходимости он может использоваться для теоретического описания экспериментальных распределений, лежащих в промежутке между ЗР Гаусса и Лапласа. Во-вторых, этот ЗР (при g=2) является средним законом, “центром группирования” для всех рассмотренных ЗР погрешностей НП. Поэтому его целесообразно использовать для расчетов предельных погрешностей в задачах, допускающих решение “в среднем” (подобно тому, как в настоящее время используется закон Гаусса, который, как показано выше, не является средним ЗР). Особенно это касается случая обработки разнородных НП с разными ЗР. В третьих, этот ЗР может использоваться при проверке невязок и расхождений НП Δ на отсутствие грубых погрешностей, по формуле

$$\Delta \le K_{P1M}(m^2_1 + m^2_2)^{0.5}, \qquad (2.2.4)$$

где K_{P1M} квантиль заданной вероятности ЗР М-распределения; m_1 и m_2 – СКП сравниваемых НП или мест корабля. Значения квантилей больших вероятностей приведены в табл. 2.1.3. Сравнивая квантили ЗР М-распределения и Гаусса для вероятностей 0,997 и 0,99 (соответственно K_{P1M} = 3,36, $K_{P1Г}$= 3, 00; K_{P1M} =,80, $K_{P1Г}$= 2,58) видим, что ЗР М-распределения обеспечивает меньшее количество «ложных тревог». В четвёртых, ЗР М-распределения может использоваться в тренажёрах и при разработке учебных задач при необходимости формирования случайных погрешностей, характеризуемых средним ЗР для погрешностей всей навигационной информации. Таблица 2.4.6 случайных чисел, подчиняющихся ЗР М-распределения, для обеспечения моделирования навигационных задач приведена в приложении (табл. 5).

2.3. Метод наименьших квадратов при произвольном законе распределения

Одно из возражений против использования ЗР Лапласа и М-распределения в кораблевождении и в пользу ЗР Гаусса [54] состоит в

том, что применительно к ЗР Гаусса разработан метод наименьших квадратов (МНК), широко используемый при решении оптимизационных задач. Однако несоответствие ЗР погрешностей большинства НП закону Гаусса есть объективная реальность, и в действительности на вход МНК поступают НП со своими ЗР, независимо от того, признаём их мы, или нет. Эту реальность нельзя игнорировать ни под какими предлогами, а нужно учитывать. Кроме того, отмена или замена МНК каким-либо другим методом в связи с использованием других ЗР не предполагается, т. к. сделанные выше предложения касаются расчетов предельных погрешностей НП. Наконец, при обработке по МНК измеряемых навигационных параметров, ЗР которых отличаются от гауссовского, получаются квазиоптимальные значения величин, смещённые относительно оптимальных, и эффективность обработки понижается [81, 82]. Это можно учесть с помощью специального *коэффициента закона распределения* K_q, на который умножается результат оценки точности НП после применения МНК. Рассмотрим этот слабо изученный вопрос подробно и заодно изучим понятие «близости» какого-либо ЗР к закону Гаусса, которое конкретно не определено [31, 78].

Степень приближения фактического распределения к нормальному иллюстрирует следующий пример. Пусть имеется полученная моделированием выборка [x] объема $\eta = 1000$ из генеральной совокупности случайной величины X, подчиненной равномерному закону при h = 1, $m_x = 0{,}288$ и E = - 1,2. По каждой последовательной паре (n = 2) членов выборки рассчитывается среднее арифметическое значение $y_j = 0{,}5(x_1 + x_2)_j$. Значения y_j образуют выборку [y] новой случайной величины Y, распределение которой характеризуется рассчитанными оценками параметров $m_y = 0{,}215$ и $E_y = - 0{,}67$. Затем по каждой последовательной четверке (n=4) членов выборки [x] рассчитывают среднее арифметическое значение $z_j = 0{,}25(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)_j$. Случайная величина Z характеризуется оценками параметров $m_z = 0{,}149$; $E_z = 0{,}06$. И так далее для n = 6, 8,.. . Уже при n = 4 оценка эксцесса $E_z = 0{,}06$ достаточно близка к нулю, чтобы считать распределение случайной величины Z нормальным. Действительно, рассчитав по методике [224] СКП

математического ожидания эксцесса $\sigma_E = 0{,}022$ убеждаемся, что эксцесс нормального распределения $E_Г = 0$ находится в пределах доверительного интервала $\pm 3\sigma_E$, что оправдывает вывод о нормальности случайной величины Z.

Рассмотрим еще одну сторону этого вопроса. Если бы выборка [x] была нормальной, то и выборки [y] и [z] по теореме о композиции законов распределения были бы нормальными с СКП $m_y = m_x^{-0,5} = 0{,}204$; $m_z = m_x 4^{-0,5} = 0{,}144$, Оценим потерю эффективности (ПЭ) от усреднения n значений равномерно распределенной случайной величины по сравнению с нормальной случайной величиной по формуле

$$ПЭ_k = 100(m_k / m_X - 1),\ \%, \qquad (2.3.1)$$

где k - общий символ случайных величин Y, Z,... . В данном примере значения потери эффективности оказались равными $ПЭ_y = 5{,}5\%$, $ПЭ_z = 3{,}4\%$.

Таким образом, степень приближения одного закона распределения к другому может быть связана с конечным результатом применения закона распределения. Если в целях сокращения энтропии задачи сглаживания (вариантом которой является задача усреднения) считать допустимой потерю эффективности до $2 \div 3\%$, то достаточное приближение к нормальному ЗР со стороны равномерного закона возникает при $n > 6$. Подобные вычисления проведены также для закона Лапласа. Результаты расчетов представлены в виде графиков потери эффективности в зависимости от числа n на рис. 2.3.1 - линия 1 для равномерного закона и 2 для закона Лапласа.

Величина коэффициента $К_q = ПЭ_{kq}$ получена методом моделирования (табл. 2.3.1) и оказалась в среднем равной при малом (до четырех) количестве обрабатываемых по МНК измерений $К_Р = 1{,}06$; $К_Г = 1$; $К_М = 1{,}02$; $К_Л = 1{,}04$; для других ЗР среднее значение величины $К_q$ получается интерполяцией между этими значениями. В случае большого количества измерений эффективность МНК не страдает.

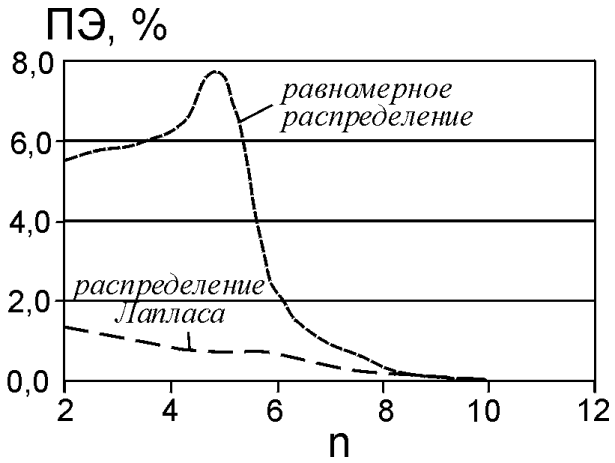


Рис. 2.3.1. Потеря эффективности усреднения при законах распределения равномерном и Лапласа

Таблица 2.3.1

Значения коэффициентов K_q

Закон распределения	Количество слагаемых				
	2	4	6	8	10
Равномерный	1,07	1,04	1,02	1,0	1,0
Гаусса	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
М-распределения	1,02	1,01	1,0	1,0	1,0
Лапласа	1,04	1,02	1,01	1,0	1,0

Анализ табличных данных приводит к следующим выводам: а) Коэффициент K_q имеет существенное значение при строгом решении задачи МНК в случае объединения 2 и 3 измерений (в том числе при определении вероятнейшего места корабля по трем линиям положения и вероятнейшего значения координат по показаниям трех инерциальных систем). Для большего количества измерений коэффициент K_q приближается к 1. б) Коэффициент K_q имеет небольшую величину и при не очень строгих расчетах в условиях неопределенности по СКП может быть принят равным 1.

2.4. Законы распределения двумерных погрешностей

Двумерные законы распределения

Решение многочисленных навигационно-тактических и стрельбовых задач, задачи определения показателей НБП и др. основано

на использовании двумерных средних квадратических и предельных погрешностей обсервованного и счислимого мест корабля. Наибольшее применение в кораблевождении нашли эллипсы погрешностей и особенно радиальные погрешности, которые рассчитываются в предположении, что погрешности НП подчиняются ЗР Гаусса. Традиционно радиальную предельную погрешность места рассчитывают по формуле [53, 192, 197] $R_Р = K_{Р2}M$. Здесь М – радиальная СКП точки местоположения (места) корабля; $K_{Р2}$ – коэффициент перехода от радиальной СКП М к радиальной предельной погрешности $R_Р$, который является квантилем t заданной большой вероятности Р закона распределения Релея - Мотрохова, о чем говорит нижний индекс “2”.

В разд. 2.1 показано, что ЗР погрешностей отдельных НП находятся в широком диапазоне, от ЗР гармонической функции ($E_{ГФ}$ = -1,5 [23] до экспоненциального (E > 4÷6). Показано также, что использование ЗР Гаусса для расчёта предельных погрешностей линейных величин приводит к многократному возрастанию энтропии решения вероятностных задач кораблевождения. Вопрос о ЗР погрешностей места корабля имеет большое теоретическое и практическое значение, т. к. можно предположить, что замена реальных двумерных ЗР законом Релея также приведёт к значительному возрастанию энтропии решаемых задач.

Закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) определяется в соответствии с теоремой об умножении законов распределения независимых случайных величин X и Y по формуле [31] $f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$, где f(x, y), $f_1(x)$ и $f_2(y)$ – плотности вероятности случайных величин (X, Y), X и Y. Эти плотности соответствуют выражению (2.1.1), поэтому общую аналитическую модель плотности двумерного распределения погрешностей НП для независимых погрешностей по осям координат 0x и 0y найдем в предположении одинаковых ЗР $f_1(x) = f_2(y)$ в виде

$$f(x, y) = A_x A_y \exp\{[-|(x-X_Ц)/\lambda m_x|^s]+[-|(y-Y_Ц)/\lambda m_y|^s]\}, \qquad (2.4.1)$$

а при не одинаковых ЗР $f_1(x)$ и $f_2(y)$, различающихся показателями s_1 и s_2, – в виде

$$f(x, y) = A_x A_y \exp\{[-|(x-X_Ц)/\lambda_x m_x|^{s1}]+[-|(y-Y_Ц)/\lambda_y m_y|^{s2}]\}, \qquad (2.4.2)$$

где m_x и m_y - СКП величин X и Y; величины A_x и A_y соответствуют (2.1.1) и в варианте (2.4.1) отличаются только значениями СКП m_x и m_y. Построенные по (2.4.1) фигуры равной плотности вероятности для случая $m_x=2m_y$ и P =0,997 приведены на рис. 2.4.1 .

Из рис. 1 видно, что фигуры равной плотности представляют собой: прямоугольник при E = - 1,2; эллипс при E = 0; ромб при E = 3; эллипсообразные фигуры, переходящие от прямоугольника к ромбу, при E, находящемся в пределах от - 1,2 до 3, и форму гиперболического четырёхугольника (похожего на бубнового туза) при E > 3. Очевидно, что рисовать на карте конкретные фигуры среднеквадратических и предельных двумерных погрешностей для решения, например, задачи НБП, нецелесообразно.

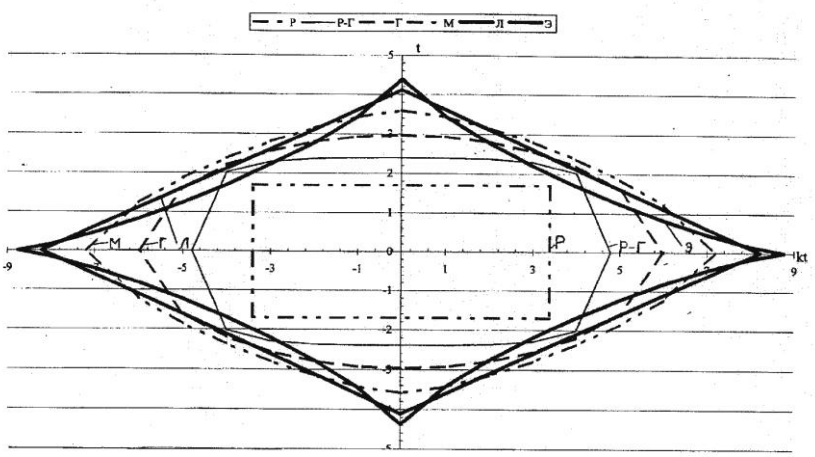


Рис.2.4.1. Фигуры равных плотностей вероятности при k = 2, P = 0,997

Однообразие фигур двумерных погрешностей для всех рассмотренных ЗР обеспечивают: подера эллипса, прямоугольник погрешностей и круг погрешностей с радиусом, равным радиальной СКП M или кратным е величинам. Подера эллипса и прямоугольник

погрешностей изучаются далее. Здесь рассмотрим вариант задания двумерной погрешности в виде круга радиуса kM.

Вероятность попадания в предельный круг погрешностей

Пусть рассеивание двумерной погрешности характеризуется кругом радиуса M, равным [55, 77, 94, 192]

$$M = (m^2_x + m^2_y)^{0,5}. \qquad (2.4.3)$$

Верхняя доверительная граница $R^{\wedge}_{(h)} = R_{h\text{K}}$ для предельной радиальной погрешности (для предельного круга погрешностей) R_K равна

$$R^{\wedge}_{(h)} = R_{h\text{K}} = \text{K}_{hRq}\, \text{M}_h, \qquad (2.4.4)$$

где $\text{K}_{hRq} = \text{K}_{\text{P2q}}$ - коэффициент предельного перехода от радиальной СКП M к предельной радиальной погрешности $R^{\wedge}$ (или R_K) для q – го ЗР, определяемый из условия обеспечения заданной вероятности попадания случайной точки (X, Y) в круг рассеивания K_k [78]; $k = \text{K}_{hRq}$ (k вводится для упрощения записей); M_h – верхняя доверительная граница для радиальной СКП.

Рассмотрим задачу о вероятности $\text{P}((X,Y)\subset\text{K}_k)$ попадания случайной точки (X, Y) в площадь круга радиуса $R^{\wedge}_{(h)}$. Вероятность попадания случайной величины X на интервал её значений от a до b равна, как известно [31], $\text{P}(X\subset(a, b))= \int_a^b f(x)\, dx$, где $f(x)$ – плотность вероятности величины X. Так же определяется и вероятность попадания случайной величины Y на интервал от c до d: $\text{P}(Y\subset(c, d)) = \int_c^d f(y)dy$. Вероятность попадания системы двух независимых случайных величин (X, Y), или случайной точки, в площадь прямоугольника П, образованного пересечением бесконечных полос шириной ab и cd, равна

$$\text{P}((X, Y)\subset\text{П}) = \int_a^b \int_c^d f(x, y)\, dx\, dy. \qquad (2.4.5)$$

Вероятность попадания системы двух случайных величин, или двумерной случайной величины (*X, Y*) в площадь круга К радиуса *R* равна

$$P((X, Y)\subset K) = \iint\limits_{K} f(x, y)\, d\,x\, d\,y. \qquad (2.4.6)$$

Для решения задачи переходят от декартовых координат к полярным [240]

$$x = r\cos\varphi\,;\; y = r\sin\varphi\,;\; r = (x^2 + y^2)^{0.5};\; \varphi = \text{arctg}\, y/x.$$

Якобиан такого преобразования равен r [240], поэтому

$$\iint\limits_{K} f(x, y\,\mathrm{d}\,x\mathrm{d}\,y = \int_0^{2\pi}\int_0^{R} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)r\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\,r. \qquad (2.4.7)$$

Решение этого интеграла для ЗР Гаусса ($f(x) = f_Г(x)$) при равных СКП по осям координат $m_x = m_y$ приводит к закону Релея. Решение для не равных СКП m_x и m_y выполнил А. Н. Мотрохов [177, 192]. В пособии МТ-2000 содержится таблица 4.13 распределения Релея - Мотрохова «Вероятность радиальной погрешности». Квантили больших вероятностей для ЗР равномерной плотности, М-распределения и Лапласа, полученные решением (2.2.8) численного способом по формуле Симпсона [26, 220], приведены в табл. 7 приложения.

Данные, приведенные в табл. 7, позволяют сравнить энтропию ЗР Гаусса, применяемого вместо ЗР Лапласа при расчётах вероятности поражения цели (вероятности её накрытия кругом заданного радиуса r). В случае выбора $r_Г$ = 2,41М в предположении ЗР Гаусса, когда реальное рассеивание ракет характеризуется двумерным ЗР Лапласа, и следовало принять $r_Л$ = 3,85 М, вероятность поражения опускается до 0,958. При этом энтропия равна 42 мит вместо допускаемых 3 мит.

* * *

Таким образом, выполненный анализ фактических одномерных и двумерных ЗР погрешностей НП и места корабля относящихся к классу экспоненциальных распределений, приводит к выводу о необходимости

использования закона Лапласа для расчета предельных погрешностей при решении навигационных задач с повышенной ответственностью, и закона М - распределения при решении задач “в среднем”.

Глава 3. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТОЧНОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. Структура и виды погрешностей навигационных измерений

Общие замечания. В ТПНИ [53, 54, 78, 94, 98, 192] общие вопросы характеристики и анализа погрешностей навигационных измерений разработаны достаточно глубоко. Наша цель – решить те новые задачи, которые поставлены развитием науки и техники, без необходимости не повторяя известных положений.

По характеру проявления погрешности каждого НП в общем случае подразделяются в ТПНИ на случайные (Сл), систематические (Ст) и промахи. По нашему мнению, по этому признаку необходимо различать также погрешности автокоррелированные (АКП) и неавтокоррелированные (НАКП). Понятие «промах» исторически подразумевает ошибку человека, в то время как их основными источниками являются процессы, происходящие в МСН и природные явления. Поэтому более правильно говорить о «необычно больших», или «грубых» погрешностях.

Деление погрешностей на случайные и систематические является условным. Ст погрешности могут при изменении условий рассматриваться как случайные (рандомизация Ст погрешностей), Ст и Сл погрешности могут превращаться друг в друга при изменении продолжительности наблюдений.

Случайная погрешность измерений НП является в большинстве случаев следствием действия нескольких причин. Каждая j-ая причина

обусловливает свою составляющую случайной погрешности $\delta_{слj}$, иногда называемую *элементарной* случайной погрешностью**.** Поэтому случайная погрешность представляет собой сумму всех элементарных погрешностей. На основании выполненного в [94] исследования статистических моделей погрешностей структуру случайных погрешностей НП в общем виде можно представить как

$$\delta_{сл} = \sum_1^n \delta_{слj} = \delta_{ш} + \delta_{кп} + \delta_{сп} + \delta_{дп} + \delta_{сдп} + \ldots, \qquad (3.1.1)$$

где n - количество составляющих (элементарных погрешностей [39]); $\delta_{ш}$ – шумовая; $\delta_{кп}$ - короткопериодная; $\delta_{сп}$ - среднепериодная; $\delta_{дп}$ - долгопериодная; $\delta_{сдп}$ – сверхдолгопериодная составляющая. В конкретных случаях некоторые из этих составляющих могут отсутствовать, и теоретически возможно присутствие дополнительных составляющих. Если хотят подчеркнуть, что в число n входят все существенные элементарные погрешности, то величину $\delta_{сл}$ называют *полной случайной* погрешностью. Элементарные случайные погрешности между собой, как правило, не коррелированы, поэтому СКП полной случайной погрешности в соответствии с теоремой сложения дисперсий [31] рассчитывают по формуле

$$m_{сл} = (\sum_1^n m^2_{слj})^{0,5} = (m^2_{ш} + m^2_{кп} + m^2_{сп} + m^2_{дп} + m^2_{сдп} + \ldots)^{0.5}. \qquad (3.1.2)$$

Систематические погрешности (СтП) измерения и выработки НП исключаются из результатов измерений разными способами. Поэтому в ТПНИ рассматривают не исключенные СтП (не исключенные остатки СтП) - составляющие погрешности измерений, обусловленные погрешностями определения, вычисления и введения (учета) поправок на влияние соответствующих СтП. В ряде случаев в этом смысле приходится рассматривать и СтП, поправки на действие которых не введены вследствие малости, либо незнания закона изменения СтП, а также погрешности, обусловленные изменением введенных поправок во времени или пространстве.

Суммы всех отдельных составляющих Θ_j неисключенной СтП измерений, определяют *границы неисключенной СтП измерений НП* (+Θ) и (-Θ), вычисляемые по одной из формул (соответственно для числа слагаемых n < 3 и n > 3) [39]:

$$\Theta = \pm \sum_1^n \Theta_j ; \quad \Theta = \pm \left(\sum_1^n \Theta_j^2 \right)^{0,5} . \qquad (3.1.3)$$

Поправку Δ_j за j-ю СтП определяют одним из двух способов - экспериментальным или расчетным. При первом способе поправку и ее СКП рассчитывают по формулам:

$$\Delta_{СТj} = U_{эт j} - U_{изм} ; \; m_{\Delta j} = (m^2_{эт j} + m^2_{изм j})^{0,5} . \qquad (3.1.4)$$

Суммарную поправку и ее СКП определяют по формулам:

$$\Delta_{ст} = \sum_1^n \Delta_{СТj} ; \quad m_\Delta = \left(\sum_1^n m^2_{\Delta j} \right)^{0,5} . \qquad (3.1.5)$$

В случае использования расчетного способа эталонное значение в (3.1.4) заменяется действительным $U_{дстj}$, которое получается из теоретических предпосылок. СКП $m_{дстj}$ обычно принимается равным нулю.

Для обеспечения возможности учета СтП при оценке точности НП используют свойство, или применяют процедуру *рандомизации* СтП [135].

Способы рандомизации систематических погрешностей НП. Можно предложить следующие четыре способа.

а) Прежде всего, уже расчеты величины Θ по (3.1.3) превращает сумму СтП Θ_j в случайную величину. Действительно, величина +Θ или –Θ представляет собой участок, в котором находится истинное значение погрешности X при (в общем случае) одинаковой вероятности для каждого конкретного значения внутри участка. Следовательно, величина X является равномерно распределенной случайной величиной с СКП $m^2 = \Theta^2/12$.

б) Случайной становится СтП и при расчете поправки по (3.1.4, 5).

в) Третий способ рандомизации заключается в рассмотрении совокупности систематических погрешностей $\delta_{ст}=\delta$. Например, каждая j-я РЛС с электрическими фазовращателями в канале формирования излучаемого импульса имеет СтП измерения дистанции δ_j, обусловленную неточностью начальной установки роторов фазовращателей. Для каждой РЛС эта СтП может быть определена (достаточно сложным способом, связанным со специальным маневрированием корабля) и учитываться в качестве поправки $\Delta_j = - \delta_j$ при измерениях дистанции, а может и не определяться (что чаще всего и бывает на практике). Если поправка не определяется, то понижение точности измерения дистанции должно быть учтено при определении полной СКП измерения дистанции. Для такого учета необходимо определить n значений δ_j, например, в процессе ГИ n первых образцов РЛС данного типа и затем, рассматривая совокупность значений δ_j как выборку значений случайной величины, рассчитать СКП постоянной погрешности измерения дистанции $m_{пст}$ (по формуле Гаусса). Впоследствии величину $m_{пст}$ используют как одну из характеристик точности измерения дистанции для всех РЛС, изготовленных по данной технологии.

г) Четвертый способ рандомизации основан на использовании специфических свойств погрешностей. Для примера на рис. 3.1.1 приведены графики изменения средних за 5 суток погрешностей в трёх каналах РНС «Марс-75» при наблюдениях в течение 12 месяцев.

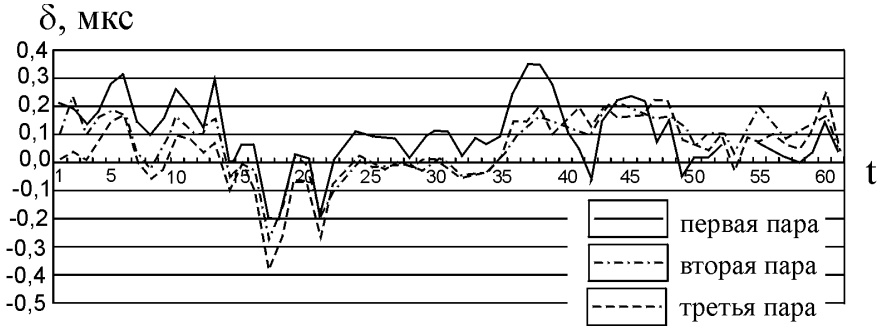


Рис. 3.1.1 Графики изменения средних за 5 суток погрешностей НП в системе «Марс-75» в зависимости от номера интервала времени

Видно, что имеет место сезонная составляющая погрешности с периодом изменения, равным 12 месяцев. При навигационных измерениях эта погрешность входит во все отсчеты серии измерений НП с одной величиной и знаком и является систематической. С другой стороны, при наблюдениях в продолжении нескольких лет она представляет собой случайную погрешность с характерным периодом, равным 12 месяцев. СКП $m_{сз}$ этой составляющей полностью характеризует и систематическую погрешность кратковременных наблюдений. В этом случае происходит естественная рандомизация систематической погрешности.

В условиях, когда все не исключенные составляющие СтП рандомизированы, и известны их СКП $m_{стj}$, СКП полной СтП рассчитывают по формуле

$$m_{ст} = (\sum_1^n m_{СТj}^2)^{0,5} \quad . \qquad (3.1.6)$$

Необычно большие (анормальные, грубые) **погрешности**. *Анормальными* для данного ряда погрешностей называют погрешности, закон распределения которых (форма и/или параметры) отличается от закона распределения этого ряда погрешностей [41]. Применительно к кораблевождению такая формулировка подходит только для этапа испытаний МСН или специального исследования их погрешностей. В практике кораблевождения ряды погрешностей обрабатываются только в процессе фильтрации высокого уровня, и даже в этом случае невозможно идентифицировать форму ЗР. Поэтому речь может идти о необычно больших (грубых, экстремальных) погрешностях по сравнению с априорными значениями погрешностей в тех или иных условиях наблюдений, а также для ряда значений НП, получаемого в процессе фильтрации. Неисключенные своевременно грубые погрешности резко увеличивают энтропию решаемой задачи.

По источникам происхождения грубые погрешности (ГП) можно разделить на аппаратурные и личностные. *Аппаратурные погрешности* возникают в МСН в процессе измерений НП и обработки информации под действием внешних или необычно возросших внутренних помех,

своевременно не обнаруженных неисправностей, необнаруженных изменений условий работы МСН, а также вследствие естественных выбросов погрешностей за установленный уровень, возникающих со случайной периодичностью. Иногда ГП такого рода ассоциируются с нарушением информационной надежности МСН [58]. Особенностью аппаратурных ГП является возможность их длительного присутствия в результатах измерений НП и решения задачи. Это повышает роль способов обнаружения таких погрешностей с использованием избыточной и/или привлечением дополнительной информации. Грубые аппаратурные погрешности МСН подробно изучены в работе [131]. В этой работе также обоснованы и разработаны оригинальные способы обнаружения ГП путём анализа периметра треугольника погрешностей и обнаружения дискретных погрешностей неверного разрешения многозначности фазовых измерений в РНС.

При способе анализа периметра измеренный на карте периметр П треугольника погрешностей сравнивается со средним значением СКП линий положения $m^* = [(m^2_1 + m^2_2 + m^2_3) / 3]^{0.5}$ (на основании теоремы сложения дисперсий [31]) по условию

$$П > К_{пер}\, m^*, \qquad (3.1.7)$$

при выполнении которого считается, что одна или две ЛП, образующие треугольник, содержат ГП. Здесь $К_{пер}$ – коэффициент периметра, выбираемый из табл. 3.1.1 в зависимости от вида треугольника и величины коэффициента корреляции r. Таблица основана на исследовании методом моделирования ЗР периметра треугольника.

Таблица 3.1.1

Значения коэффициента $К_{пер}$

Вид треу-гольника	Любой	Ориентиры со всех сторон		Ориентиры с одной стороны	
r	0	0.4	0.8	0.4	0.8
$К_{пер}$	12.5	15.9	19.4	11.6	8.8

Навигационный способ привязки места корабля для обнаружения дискретных ГП, возникающих при ошибочном разрешении многозначности фазовых измерений рассмотрен в [131].

Личностные грубые ошибки (промахи) возникают при ручном решении и интерпретации результатов ручного и автоматического решения задач кораблевождения. Вероятность $P_{ГПЛ}$ возникновения грубых погрешностей в процессе ручных расчетов подготовленным штурманом зависит от сложности задачи и определяется выражениями [132]:

$$P_{ГПЛ}=0{,}0032N_Д, \text{ при } N_Д \le 50;\ P_{ГПЛ}=0{,}1+0{,}00122N_Д, \text{ при } 50<N_Д<350, \quad (3.1.8)$$

где $N_Д$ - количество элементарных действий, выполняемых в процессе ручного решения задачи и характеризующее ее сложность. Расчеты показывают, что уже при $N_Д$=30 вероятность грубой ошибки недопустимо велика $P_{ГПЛ}$=0,1. Поэтому необходимо принимать специальные меры для удержания вероятности $P_{ГПЛ}$ в пределах допускаемой величины, например, $P_{ГПЛ}$<0,05, при которой возникновение ошибки можно считать событием практически невозможным. К таким мерам относятся:

а) автоматизация решения сложных задач (например, далее в монографии предлагается регрессионно-последовательный метод фильтрации; заменяющий сложный способ обсервационного счисления);

б) разработка и применение простых способов решения задач кораблевождения, характеризуемых числом $N_Д$ < 10-15 (реализованы в [94, 132] и в последних главах монографии);

в) применение, в случае невозможности обеспечения малого числа действий, метода дублирования, состоящего в производстве наблюдений и/или вычислений дополнительными лицами и/или способами;

г) применение способов проверки отсутствия грубых ошибок в результатах решения задач (вариант метода дублирования).

В случае двойного независимого дублирования вероятность прохождения грубой погрешности через систему обработки информации равна, как известно

$$P_{ГП} = P_1 P_2, \quad (3.1.9)$$

где P_1 и P_2 - вероятности возникновения грубых погрешностей в каждом из дублирующих каналов обработки.

3.2. Развитие теории средней квадратической погрешности

Полная СКП. Приведём вначале два известных базовых выражения.

Если Y есть функция нескольких случайных величин $Y= \varphi(X_1,..., X_n)$, то СКП этой функции выражается формулой [31, 208, 224]

$$m_y^2 = \sum_1^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 m_i^2 + 2 \sum_{i<j}^N \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)_{x_i} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_{x_j} m_i m_j r_{ij}, \qquad (3.2.1)$$

где $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$ - частная производная величины Y по переменной X_i, вычисленная при измеренном аргументе x_i; r_{ij} - коэффициент корреляции погрешностей x_i и x_j; символ i<j под вторым знаком суммы обозначает, что рассматриваются все парные сочетания значений x_i. Например, при n = 3 рассматриваются сочетания x_1 и x_2, x_1 и x_3, x_2 и x_3; N- количество этих сочетаний. Выражение (3.2.1) иногда называют *теоремой о распространении случайных погрешностей* [78], или теоремой об СКП функции.

Полную стандартную случайную погрешность НП, включающую СКП всех существенных случайных составляющих, или суммарную СКП, представляющую собой сумму некоторых составляющих, можно рассчитать по формуле (3.2.1). Поскольку все частные производные в этом случае равны единице, эта формула принимает вид [78]

$$m_{\Pi} = \left[\sum_1^n m_i^2 + 2 \sum_{i<j} m_i m_j r_{ij} \right]^{0,5}. \qquad (3.2.2)$$

Полная стандартная погрешность измерения НП, состоящая из СКП случайной и СКП суммы не исключенных рандомизированных систематических погрешностей, равна

$$m_{\Pi} = [m^2_{сл} + m^2_{ст}]^{0,5}, \qquad (3.2.3)$$

где $m_{сл}$ и $m_{ст}$ - полные СКП случайной и суммы рандомизированных систематических составляющих. Полная СКП есть полная характеристика фактической точности НП. При исключении или незнании каких-либо составляющих характеристика точности НП становится заниженной, а точность НП – завышенной, содержащей дополнительную энтропию. Поэтому ТПНИ не может отставить в сторону систематические погрешности и заниматься только случайными, подражая в этом теории вероятностей.

Стандартную погрешность однократного измерения НП в навигационной практике оценивают на основании априорных (приписанных [39]) значений элементарных составляющих или полных СКП. Стандартные погрешности элементарных составляющих, большинства средств обсервации и счисления даются в [94] и рассматриваются далее.

Доверительные интервалы для СКП. Если случайная величина X подчиняется ЗР Гаусса, то ее СКП m_x распределена по закону χ^2, (распределение квадрата нормальной случайной величины) [245]. На этом основании в математической статистике разработано два способа построения доверительных интервалов для СКП. Согласно одному из них [207]

$$m_1 = \max(0; (1-\varepsilon_p)\tilde{m} \le m \le (1+\varepsilon_p)\tilde{m} = m_h, \qquad (3.2.4)$$

где ε_P - табулированная величина [207], m~ - точечная оценка СКП.

Значения коэффициента верхней доверительной границы $K_{hmГ} = (1+\varepsilon_P)$ в зависимости от доверительной вероятности $P = P_{дв}$ и количества n независимых измерений, по которым определена точечная оценка СКП $\tilde{m}$, приведены в табл. 8 приложения (раздел *распределение Гаусса*).

Для случая, когда случайная величина X имеет произвольное распределение, отличающееся от нормального, задача построения доверительного интервала для СКП $m = m_x$ случайной величины X в математической статистике решения не имеет. Указывается лишь [224, 272], что приближенное решение может быть основано на доказательстве того, что дисперсия $D=D_x$ равна математическому ожиданию ее

выборочной оценки D = M($\tilde{D}$), и на полученном выражении для дисперсии оценки дисперсии D($\tilde{D}$). Ввиду сложности этого выражения мы приведем его к наиболее простой форме

$$D(\tilde{D}) = [\mu_4 - \mu^2_2(n-3)/(n-1)]n^{-1}, \qquad (3.2.5)$$

где μ_4 и μ_2 - центральные моменты случайной величины X четвертого и второго порядка, равные $\mu_4=(E+3)D^2$; $\mu_2=D$; E - эксцесс случайной величины X. При этом дисперсия рассматривается как случайная величина с полученными выше математическим ожиданием и дисперсией и ее доверительный интервал определяется выражением

$$D_l(P_{дв}) = \tilde{D} - t_p\sigma_{\tilde{D}} < D < \tilde{D} + t_p\sigma_{\tilde{D}} = D_h(P_{дв}), \qquad (3.2.6)$$

где $\tilde{D}$, D_l, D_h - точечная оценка дисперсии, ее нижняя и верхняя доверительные границы; $t_P = F^{-1}_q(P_{дв})$ - квантиль доверительной вероятности $P_{дв}$ для q-го закона распределения. Подставляя сюда значения эксцесса для рассматриваемых ЗР и переходя от дисперсии к дисперсии СКО в соответствии с рекомендациями [31], получаем выражение для доверительного интервала для СКП в виде

$$m_l(P_{дв}) = K_l\, m \le m < K_h\, m = m_h(P_{дв});\ K_l = [0;\ \sqrt{1 - t_p K_n}\ ];$$
$$K_h = \sqrt{1 + t_p K_n}\ , \qquad (3.2.7)$$

где $m_l(P_{дв}) = m_l$ и $m_h(P_{дв}) = m_h$ - нижняя и верхняя доверительные границы; K_l и $K_h = K_{hmq}$ - коэффициенты нижней и верхней доверительных границ; нуль в выражении для K_l принимают при отрицательном подкоренном выражении; t_P - квантиль доверительной вероятности $P_{дв}$; K_n - коэффициент, зависящий от числа n независимых измерений и рассчитываемый в соответствии с [31].

При таком решении допускается два приближения. Во-первых, второй центральный момент μ_2 в (3.2.5) заменяется оценкой дисперсии $\tilde{D}$. Во-вторых, закон распределения квадратической суммы $\sum_1^n[X_i - M(X)]^2$, используемой для расчета оценки дисперсии, считается

нормальным даже при малом числе n. Степень влияния этих приближений на результаты решения в литературе практически не рассмотрена. Поэтому результаты расчётов рабочей таблицы (табл. 8 приложения со значениями коэффициента K_{hmq} верхней доверительной границы для СКП) проверены и уточнены статистическим моделированием.

Посмотрим, как влияет отличие коэффициентов K_h для различных законов распределения на состоятельность и энтропию задачи НБП. Пусть, например, СКП выработки координат НК проверялась на испытаниях при n = 10 (соответствует реальной продолжительности испытаний НК средней точности, равной 2 суткам). Для заданной вероятности $P_{зд} = P_{дв} = 0{,}997$ коэффициенты верхней доверительной границы равны $K_{h,m,Г} = 2{,}36$; $K_{h,m,Л} = 2{,}57$, а их отношение равно 1,09. Это значит, что при распределении погрешностей по закону Лапласа линия пути корабля (рис. В.1) окажется проложенной в 1,09 раза ближе к опасности, чем надлежит, что приводит к уменьшению обеспечиваемой вероятности до $P_{об} = 0{,}995$ и возрастанию энтропии до $N_Ф = 5$, т.е. почти вдвое. В случае $P_{зд} = P_{дв} = 0{,}99$ вероятность $P_{об} = 0{,}985$, а $N_Ф = 15$ с увеличением энтропии в 1,5 раза.

В случаях, когда экспериментально определён закон распределения СКП, доверительный интервал для неё может быть найден с использованием функции распределения F(m) этого ЗР, как для любой случайной величины. Например, эмпирическая функция распределения СКП НП в системе «Марс-75» зимой представлена на рис. 2.1.1,б. Статистики данного распределения равны: $M_m = 0{,}13$; $m_{min} = 0{,}04$; $m_{max} = 0{,}29$; $\sigma_m = 0{,}06$ (все СКП в мкс); E = 0,26; A = 0,96; n = 67. Общее количество независимых измерений равно 9648. Такая представительность исходных данных позволяет принять генеральное (истинное) значение $m_0 = M_m = 0{,}13$ мкс. Для отыскания верхней доверительной границы с доверительной вероятностью $P_{дв} = 0{,}95$ (уровнем значимости $\alpha = 1 - P_{дв} = 0{,}05$) снимаем с графика функции $\tilde{F}(m)$ на рис. 2.1.1,б квантиль вероятности $P = \alpha/2 = 0{,}025$ – значение Кв(0,025) = 0,06. Для того, чтобы доверительный интервал, построенный относительно точечной оценки СКП $\tilde{m} = 0{,}06$, накрыл значение $m_0 = 0{,}13$, его верхнюю доверительную границу нужно рассчитать по формуле

$$m_h = K_h \tilde{m}; K_h = M_m / Кв(\alpha/2) = 0{,}13/0{,}06 = 2{,}17. \quad (3.2.8)$$

Нижнюю доверительную границу рассчитывают по формуле

$$m_l = K_l \tilde{m}; K_l = Кв(1 - \alpha/2)/M_m = 0{,}26/0{,}13 = 2. \quad (3.2.9)$$

3.3. Максимальная погрешность навигационного параметра

Максимальной погрешностью $\delta_m = x_m$ в выборке погрешностей [x] (1.2.1) называют наибольшую по модулю погрешность, имеющую место в этой выборке. Максимальную погрешность используют в критериях соответствия точности МСН предъявляемым требованиям как экспериментальную оценку нормы предельной погрешности (т.е. оценку полуширины ψ основания функции плотности вероятности (ПОФ) величины X) в методиках испытаний МСН [187] и записывают в формуляры МСН и нормативную документацию в качестве основной характеристики точности измерения или выработки НП. Это заставляет нас изучить данную характеристику.

Найдем теоретическую функцию распределения для случайной величины X_m, воспользовавшись результатами [224]. Пусть исходное распределение случайной величины X задано функцией распределения $F_q(x)$, стандартной погрешностью m (или СКО σ) и нулевым математическим ожиданием. Требуется найти функцию распределения максимальных погрешностей $F_q(x_m, n)$. Здесь n - количество независимых измерений в выборке [x], q - общий символ закона распределения, опускаемый в промежуточных выкладках.

Для каждого выборочного значения x_i на основании свойства функции распределения [31] справедливо утверждение $P(|X| < x_i) = F^д(x_i) = p_i$, и, следовательно, с учетом свойства противоположных событий [31], $P(|X| > x_i) = 1 - F^д(x_i) = 1-p_i = \Theta_i$. Поскольку в произведенной выборке [x] по определению все $x_i<x_m$, то для ЗР, обладающих монотонно возрастающими функциями распределения, $p_i<p_m$, а $\Theta_i>\Theta_m = \Theta$. Согласно теореме о повторении опытов [31], если производится n независимых опытов, в каждом из которых событие $A = (X>x_m)$ может появиться с

вероятностью Θ, то, в частности, вероятность того, что событие А не произойдёт ни разу, равна $P(A, n) = (1 - \Theta)^n$. С другой стороны, вероятность P(A, n) эквивалентна вероятности того, что все значения случайной величины $X < x_m$, поэтому

$$P(X \le x_m) = F(x_m, n) = (1-\Theta)^n = F^д(x_i)^n, \qquad (3.3.1)$$

где $F^д(x_i)$ - двусторонняя функция распределения величины X. Таким образом, получено выражение для функции распределения максимальной погрешности x_m в выборках [x] объемом n (независимых измерений), взятых из генеральной совокупности X. Графики функции $F(x_m, n)$ для небольших n представлены на рис. 3.3.1 (плавные линии). Здесь же показаны результаты моделирования распределения максимальной погрешности (ломаные кумулятивные линии). Хорошее совпадение данных моделирования и теории подтверждает корректность полученных результатов.

Поскольку точность МСН в документах характеризуется максимальной погрешностью δ_m или x_m, в то время как все вероятностные задачи кораблевождения решаются с использованием стандартной погрешности m, важно осуществить переход от величины δ_m к m. Способ перехода основан на двух вариантах расчета нормированной ширины $\Psi_x(P)$ основания двусторонней функции распределения случайной величины, усеченной на уровне вероятности P (в рассмотренном на рис. 3.3.1 случае P = 0,997). При первом варианте используем СКП, и $\Psi_x(0,997) = 2,997M_{СКП}$. При втором варианте рассматриваем максимальную погрешность (МП), и $\Psi_x(0,997) = kM_{МП}$, где $k = 2,997(M_{МП})^{-1}$. Здесь $M_{СКП}$ и $M_{МП}$ – математические ожидания СКП и МП.

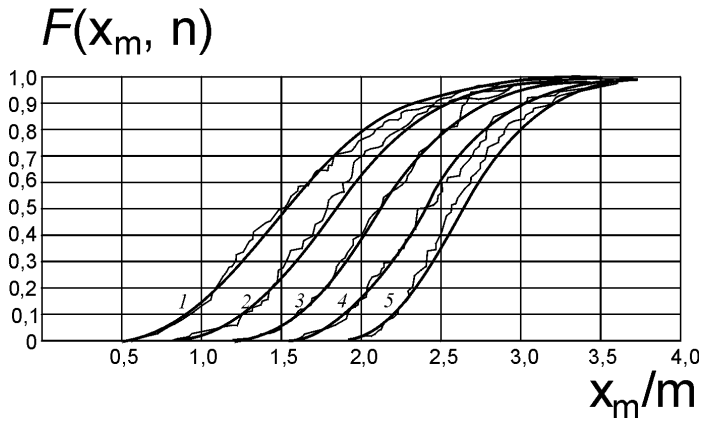


Рис. 3.3.1. Функции распределения максимальной погрешности

Уравнивание величин Ψ_x позволяет получить коэффициент K_{max} перехода от максимальной погрешности к СКП по формуле

$$m = K_{max}\delta_m. \qquad (3.3.2)$$

Значения коэффициента K_{max} представлены в табл. 3.3.1

Таблица 3.3.1

Коэффициент K_{max} перехода от максимальной погрешности к СКП

Закон распределения	Количество n независимых измерений на испытаниях							
	1	5	10	20	30	50	100	286
Гаусса	0,70	0,60	0,54	0,50	0,48	0,47	0,41	0,33
Лапласа	0,74	0,64	0,58	0,53	0,51	0,49	0,42	0,21

Сравним коэффициент K_{max} с известным в математической статистике [242] коэффициентом размаха $K_{рзм}$. Очевидно, что максимальное значение размаха $R = 2|\delta_m|$ (если максимальные положительное и отрицательное отклонения от среднего в выборке [x] равны по абсолютной величине). В этом частном случае для получения одинакового значения СКП по размаху и по максимальной погрешности должно быть $K_{рзм} = 0{,}5K_{max}$. Сравнив табличные значения обоих коэффициентов, убеждаемся, что это условие в целом выполняется, особенно при большом n.

Полученную по (3.3.2) СКП нельзя использовать для расчёта предельной погрешности величины X, т. к. крутизна функции распределения СКП много меньше крутизны функции распределения

максимальной погрешности, и предельная погрешность будет определена со значительным недостатком. Это ставит задачу определения доверительных границ для максимальной погрешности.

Доверительные интервалы для максимальной погрешности. Для построения доверительного интервала для предельной погрешности $\hat{\delta}$, выборочной оценкой которой является максимальная погрешность δ_m = y (y - общее обозначение параметра) в выборке [x], взятой из генеральной совокупности случайной величины X, используем способ назначения интервала квантилей, вероятность попадание в который соответствует заданной доверительной вероятности. Интервал строится относительно измеренного значения так, чтобы этот интервал с заданной вероятностью $P_{дв}$ накрывал истинное значение параметра y. Например, может быть [31, 224] $K_1\tilde{y} < y < K_h\tilde{y}$, где K_1 и K_h - коэффициенты нижней и верхней доверительных границ.

Точечной оценкой ПОФ является величина x_m, поскольку в критерии соответствия принимают $\tilde{\Psi} = x_m$. Вероятность попадания величины X_m на интервал, *a*c = c – *a*, ограниченный квантилями, например, c – *a* = $Кв_{Xm}(0{,}997) – Кв_{Xm}(0{,}003)$ равна $P(a<X_m<c) = 1 - 2\cdot0{,}003 = 0{,}994$. Разделим отрезок ac на две части *a*c = *a*b+bc, выбрав в качестве точки b значение, равное ПОФ, т.е. ψ = b. Определим Ψ как Ψ = *a*(b/*a*) = *a*K_h. Очевидно, что, если $x_m > a$, то величина $\Psi_h = x_mK_h > \Psi$, а вероятность $P(\psi_h>\Psi) = P_{об} = 0{,}997$. На этом основании величину Ψ_h можно назвать верхней доверительной границей интервальной оценки ПОФ, или обеспечиваемой границей для заданной вероятности $P_{об}$, а коэффициент K_h = b/*a* - коэффициентом верхней доверительной границы. При всех $x_m >$ *a* величина $\Psi_h > \Psi$, т.е. соблюдается требование, чтобы доверительный интервал накрывал оцениваемую величину Ψ.

Величина b является квантилем заданной вероятности $P_{зд}$ исходного q-го закона распределения величины X, b = $Кв_x(P_{зд}) = F^{(-1)}{}_X(P_{зд})$, где Кв и $F^{(-1)}$ - обозначение квантиля (второе обозначение показываем, поскольку оно также используется в кораблевождении).

Величина *a* является квантилем дополнения до доверительной вероятности распределения максимальных погрешностей *a* = $Кв_{Xm}(1-P_{дв}) = F^{(-1)}{}_{Xm}(1-P_{дв})$, поэтому

$$K_h = b/a = Кв_x(P_{дв})[Кв_{Xm}(1-P_{дв})]^{-1}. \quad (3.3.3)$$

Квантили $Кв_x(P_{дв}) = F(x_H)$ законов Лапласа и М-распределения погрешностей приведены в табл. 1 и 2 приложения. Квантили $Кв_{Xm}(1-P_{дв})$ рассчитываем на основании (3.3.1) $F(x_m, n) = F^д(x)^n = 1 - P$, где для простоты обозначений принято $P_{зд} = P_{дв} = P$. Логарифмируя, получаем $n\ln F^д(x) = \ln(1-P)$; потенцируя, имеем $F^д(x) = \exp[\ln(1-P)n^{-1}]$. Отсюда, обозначив $x = x_m$, получаем

$$K_h x_m = F_x^{-1}\left\{\ln(1-P)/n\right\} \quad (3.3.4)$$

Таким образом, все величины, входящие в (3.3.3), выражены через вероятность $P_{дв}$ и количество независимых измерений n, что позволяет рассчитать коэффициенты верхней K_{Xh} и нижней K_{Xl} доверительных границ для ПОФ. Коэффициент нижней доверительной границы получается таким же способом, но из условия $K_l = b/c$. Оценка ПОФ (предельной погрешности $\hat{\delta}$) доверительным интервалом окончательно имеет вид

$$\hat{\delta}_l = \Psi_l = K_l x_m \le \Psi \le K_h x_m = \Psi_h = \hat{\delta}_h. \quad (3.3.5)$$

Коэффициенты K_h и K_l доверительных границ для максимальной погрешности представлены в табл.9 приложения. Полученный результат позволяет рассчитывать предельные погрешности НП по формуле $x^\wedge = x_m K_h$, исключив необходимость перехода к СКП по (3.3.2).

3.4. Теория автокорреляции погрешностей навигационных параметров

Анализ нестационарных случайных процессов погрешностей НП

Большинство факторов, вызывающих погрешности НП, случайным образом плавно изменяются во времени и/или в зависимости от условий измерений и представляют собой случайные функции различных аргументов. Поэтому и погрешности НП являются случайными функциями этих же аргументов. Метрология в кораблевождении главным

образом рассматривает применительно к погрешностям НП случайные функции времени, называемые *случайными процессами* [31]. Выше предложено погрешности НП, которые являются случайными процессами, называть *автокоррелированными*. Основным свойством таких погрешностей является взаимная коррелированность погрешностей x_i и x_j, вычисленных по формуле $xy - y_{дст}$, при достаточно малых промежутках времени $\tau = k\Delta_t = k\Delta$ между рассматриваемыми погрешностями x_i и x_j (или между отсчетами НП y_i и y_j). Здесь $y_{дст}$ – действительное значение НП; $\Delta_t = \Delta$ – дискретность снятия отсчетов (фиксаций) НП. С увеличением интервала τ (т.е. числа k) корреляционная связь между погрешностями $\delta_i = x_i$ и $\delta_j = x_j$ уменьшается. Ковариация R_{ij} и коэффициент корреляции r_{ij} между i-й и j-й погрешностями в выборке [x] зависят от интервала τ. Функциональную зависимость, характеризующую изменение величин R_{ij} и r_{ij} с увеличением промежутка времени τ, называют *автоковариационной функцией* $P(\tau)$ и *автокорреляционной функцией* (АКФ) $\rho(\tau)$. Иногда первую из этих функций называют автокорреляционной, а вторую – нормированной автокорреляционной функцией. Мы будем придерживаться первых названий, т. к. они проще, логичнее и соответствуют векторной алгебре, где используется *ковариационная* матрица.

Говоря строго, автоковариационной функцией называют второй смешанный центральный момент случайных величин $X(t_1)$ и $X(t_2)$; $(t_2 - t_1) = \tau$. Однако приведенное выше понятие легче воспринимается при данном элементарном изложении.

Случайные процессы погрешностей НП бывают *стационарными* и *нестационарными*. Стационарными в широком смысле называют случайные процессы, математическое ожидание и дисперсия которых постоянны, а АКФ зависит от длины промежутка времени τ и не зависит от положения этого промежутка на оси времени. Для стационарности в полном смысле требуется еще и постоянство плотности вероятности ординат процесса [31, 219]. Применительно к стационарным процессам разработаны сравнительно простые методы их изучения и обработки, в том числе многие положения корреляционной теории. Однако случайные процессы НП далеко не всегда являются стационарными.

Основной причиной нестационарности случайных процессов погрешностей некоторых НП является влияние внешней среды. Например, на рис. 3.4.1 приведены несколько реализаций процесса погрешностей НП в системе РСДН-3 при измерениях по ионосферным сигналам, нестационарного по математическому ожиданию, которое значительно изменяется вследствие плавного подъема в течение ночи ионосферного слоя, отражающего сигналы наземных станций РНС.

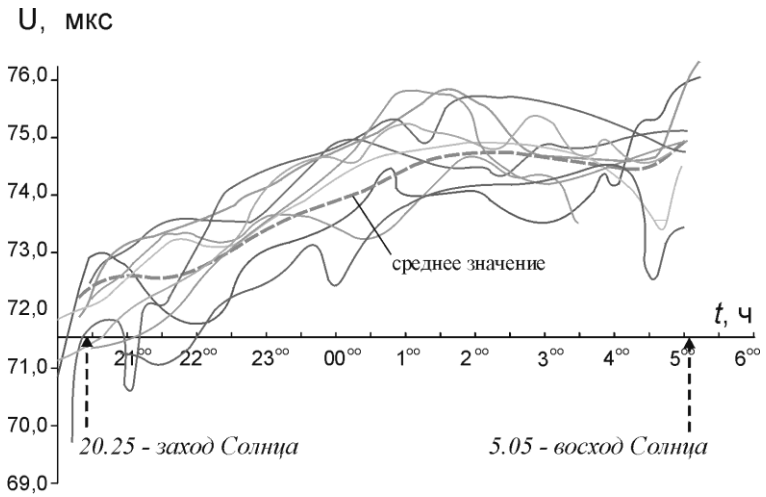


Рис. 3.4.1. Графики изменения погрешностей НП, измеренных по ионосферным сигналам. Условные знаки отмечают моменты захода и восхода Солнца на трассах распространения сигналов

На рис.3.4.1 приведен график изменения в продолжение 67 зимних суток стандартной погрешности НП в системе «Марс-75», рассчитанной по наблюдениям за сутки по 144 независимым отсчетам. Во многих случаях СКП в рядом лежащих сутках различаются в 2 раза и более, а дисперсии – более, чем в $f > 4$ раза из-за наличия или отсутствия грозовой деятельности при прохождении атмосферных фронтов и создаваемых ими помех. Для $n = 144$ показатель критерия Фишера равен $F = 1{,}51$. Поскольку $f > F$, СКП в соседних сутках нужно отнести к разным генеральным совокупностям, и, следовательно, процесс погрешностей НП является нестационарным по дисперсии. Такая же картина открывается при изучении скорости течений океанов и морей, и

во многих других случаях. Нестационарность можно считать свойством случайных процессов погрешностей НП в большинстве случаев, когда на формирование погрешностей оказывает существенное влияние внешняя среда. Основные причины нестационарности случайных процессов погрешностей МСН, обнаруженные в ходе изучения статистических моделей погрешностей, приведены в табл. 3.4.1.

Таблица 3.4.1

Основные причины возникновения нестационарности погрешностей МСН

МСН, метод	Причины возникновения нестационарности
Гирокомпасы; пеленгование	Резкое маневрирование. Сильная качка.
Дистанции по РЛС	Субрефракция. Отражение сигналов от неизвестных горизонтов гористого берега на больших расстояниях.
«Марс-75», РСДН-3	Влияние ионосферных сигналов вблизи границ рабочей зоны. Грозовая деятельность. Осадки на трассах распространения сигналов.
РНС на высоких частотах	То же плюс фазовая радиодевиация.
ГНСС	Возбуждённая ионосфера в периоды восхода и захода Солнца, магнитных бурь, зимой в высоких широтах.
ИНС и НК	Нарушения штатного режима работы – увеличение промежутков времени между обсервациями, включением ГАЛ, протяжёнными коррекциями

Методы преодоления нестационарности, предлагаемые при изучении случайных процессов погрешностей НП:

а) делить процессы погрешностей на конкретные участки, в которых процесс можно считать стационарным; например, раздельно изучать погрешности РНС в условиях наличия или отсутствия грозовой деятельности атмосферных фронтов; раздельно изучать погрешности ГНСС в условиях спокойной и возбуждённой ионосферы;

б) раздельно рассматривать случайные процессы составляющих погрешности в соответствии с их структурой;

в) вводить в рассмотрение виды случайных процессов, которые ранее в ТПНИ не анализировались, например, линейно-пилообразные процессы и гармонические случайные процессы;

г) для оценки доверительных интервалов стандартных погрешностей и случайных величин использовать экспериментальные функции их распределения, и др.

Пример применения последнего из перечисленных методов рассмотрен в разд. 3.2.

Анализ стационарных случайных процессов погрешностей НП

Случайные процессы погрешностей навигационных измерений в своем большинстве можно разделить на два вида - процессы с характерным периодом T^* изменения погрешности и с характерной частотой $\beta = 2\pi(T^*)^{-1}$ (квазипериодические, или узкополосные процессы), и процессы без характерного периода (широкополосные процессы).

Узкополосные случайные процессы погрешностей НП имеют экспоненциально-косинусную АКФ [31, 219] и соответствующую нормированную функцию спектральной плотности. Для удобства анализа и использования при решении различных задач обозначим отношение параметров этой АКФ через $\gamma = \alpha/\beta$. В таком случае АКФ и функция нормированной спектральной плотности $s(\omega)$ приобретают вид:

$$\rho(\upsilon) = [exp(-\alpha|\tau|)]cos\,\beta\tau = [exp(-\gamma|\upsilon|)]cos\upsilon; \qquad (3.4.1)$$

$$s(k,\gamma,\beta) = \frac{G}{2\pi\beta}; \; s(k,\gamma,T^*) = \frac{T^*G}{4\pi^2}; \qquad (3.4.2)$$

$$G = \frac{\gamma}{\gamma^2 + (k+1)^2} + \frac{\gamma}{\gamma^2 + (k-1)^2},$$

где $\upsilon = \beta\tau = 2\pi\tau/T^*$ - фаза колебаний; $k = \omega/\beta = T^*/T$ - аргумент функции (3.4.2) нормированный величиной β; T - текущее значение периода колебаний.

Графики величины $\rho(\upsilon, \gamma)$ представлены на рис. 3.4.1, на котором обозначены только крайние линии с $\gamma = 0{,}1$ и $\gamma = 1$. Остальные линии соответствуют значениям γ, равным 0,2; 0,3; … ;0,9. Видно, что параметр γ всегда находится в интервале от 0 до 1. Действительно, при $\gamma = 0$ имеем

первый частный (и крайний) случай – чисто косинусную АКФ $\rho(\upsilon) = cos\upsilon$.

При $\gamma = 1$ имеем второй крайний случай, когда косинусная составляющая практически не проявляется и АКФ может быть аппроксимирована более простой экспоненциальной функцией. Ограниченность значений параметра γ определенным интервалом длиной $h = 1$ и примерная равновозможность появления всех значений внутри интервала позволяет в первом приближении считать случайную величину γ распределенной равномерно с математическим ожиданием 0,5 и СКО $\sigma = \beta/12^{0,5} = 0,29$. Если априорно принять $\gamma = 0,5$, то СКО уменьшается и становится равной $\sigma = 0,2$. Все это необходимо при решении оптимизационных задач навигации.

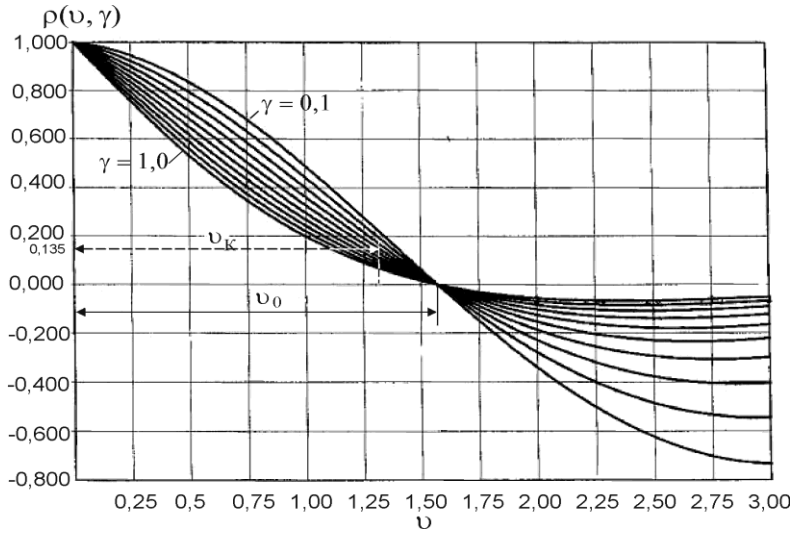


Рис. 3.4.1. Экспоненциально-косинусная АКФ в функции фазы $\vartheta = \upsilon$ при разных значениях параметра γ

Графики величины G, демонстрирующие зависимость спектральной плотности от параметра γ, приведены на рис.3.4.2. Видно, что с уменьшением γ дисперсия случайного процесса концентрируется все ближе к характерной частоте (или к характерному периоду).

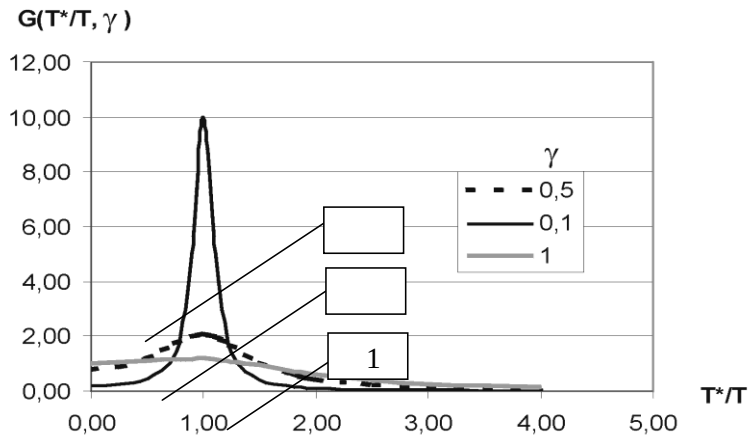


Рис. 3.4.2. График коэффициента G спектральной плотности

Широкополосные случайные процессы погрешностей НП имеют экспоненциальную АКФ и соответствующую спектральную плотность [31, 219]. Заменим в соответствующих выражениях параметр α на более удобный для использования и анализа интервал корреляции $\tau_К = 2/\alpha$, частоту $\omega = 2\pi/T$ на период T, а интервал времени $\tau = \upsilon/\beta$ на фазу колебаний. Тогда

$$\rho(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|) = \exp\left(-2\tau_К^{-1}|\tau|\right) = \exp(-\gamma|\upsilon|); \qquad (3.4.3)$$

$$s(\Gamma) = \frac{\tau_К T^2}{2\pi(\Gamma^2 + \pi^2\tau_К^2)} = \tau_К G'; \quad G' = \frac{A^2}{2\pi(A^2 + \pi^2)}; \; A = \frac{T}{\tau_к}. \qquad (3.4.4)$$

Графики экспоненциальной АКФ и соответствующего параметра спектральной плотности представлены на рис. 3.4.3 в функции отношения $\tau/\tau_К$ и $T/\tau_К$. Видно, что характерный период T* при такой АКФ отсутствует.

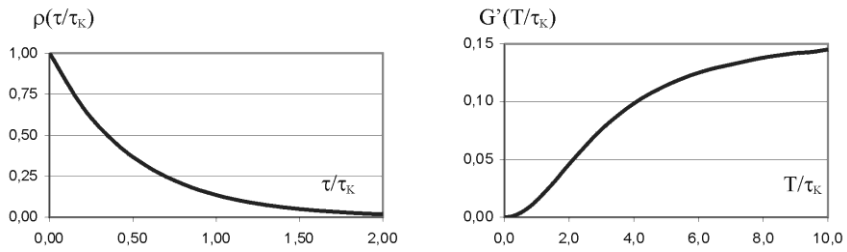


Рис. 3.4.3. Графики экспоненциальной АКФ (а) и параметра G' спектральной плотности (б)

Отметим, что обе рассмотренные выше функции, и (3.4.1), и (3.4.3) не дифференцируются в точке с аргументом, равным 0, т. к. испытывают в этой точке разрыв [219]. Дифференцируемыми в точке 0 являются следующие функции, похожие по своим свойствам на (3.4.1), (3.4.3):

$$\rho(\upsilon) = [exp(-\gamma|\upsilon|)](cos\upsilon + \gamma\, sin|\upsilon|); \qquad (3.4.5)$$

$$\rho(\tau) = [exp(-\alpha|\tau|)](1 + \alpha|\tau|) \qquad (3.4.6)$$

Интервал корреляции τ_K или *фазу корреляции* υ_K (или ϑ_K) погрешностей навигационных измерений, производимых с помощью МСН, определяют из условия $\rho(\tau_K) = A$; $A = 0{,}05 \div 0{,}2$ с учетом следующих соображений. Чем меньше А, тем меньше корреляционная связь между погрешностями, определяемыми (или рассматриваемыми) при дискретности $\Delta_t = \tau_K$, и тем меньше ее влияние на конечный результат решения вероятностных задач кораблевождения. В этом смысле хорошо было бы принять в качестве величины τ_K или υ_K нулевой интервал τ_0 или нулевую фазу υ_0, при которой АКФ вида (3.4.1) пересекает ось абсцисс первый раз (см. рис.3.4.1) и равна нулю. Однако при экспоненциальной АКФ вида (3.4.3) функция $\rho(\tau)$ асимптотически приближается к оси абсцисс, нигде не пересекая ее (рис. 3.4.3, а), поэтому вариант $\tau_K = \tau_0$ не является общим. Кроме того, при условии $\tau_K = \tau_0$ величина τ_K оказывается максимально большой. Это приводит к некоторому сокращению

количества N независимых измерений, эквивалентного продолжительности наблюдений t_H случайного процесса. Число n можно рассчитать по формуле

$$N = 1 + t_H/\tau_K, \qquad (3.4.7)$$

где t_H - продолжительность наблюдений, в течение которой набирается статистическая информация, например, в процессе государственных испытаний МСН. В таком случае правильный выбор числа N влияет на время проведения, а значит, и на стоимость испытаний.

Поэтому для определения величины τ_K приходится выбирать одно из значений А в интервале от 0,05 до 0,2. Как будет показано далее, в задачах кораблевождения можно пренебречь корреляцией погрешностей, характеризуемой коэффициентом r ≤ 0.2 Удобным для выполнения расчетов и достижения единого подхода оказывается значение А = 0,135, при котором:

- $\tau_K = 2/\alpha$ при экспоненциальной АКФ вида (3.4.3); (3.4.8, а)
- $\tau_K = 0{,}21T^*$ или $\upsilon_к = 1{,}31$ при АКФ вида (3.4.1). (3.4.8, б)

Действительно, А = *exp*(- 2) = 0,135, и А = *exp*(-0,5·1,31)*cos*1,31 = 0,134 при среднем γ = 0,5. В обоих случаях получается практически одинаковая величина.

В океанологии интервал корреляции определяют как $\tau_K = 1/\alpha$, несмотря на некоторое несоответствие: при экспоненциальной АКФ А = *exp*(-1) = 0,368, в то время как при экспоненциально-косинусной АКФ А = *exp*(-0,5)*cos*1 = 0,329. Мы при изучении течений будем принимать интервал корреляции равным $\tau_K = 1/\alpha$.

Гармонический или близкий к гармоническому случайный процесс погрешностей НП имеет место, например, в погрешностях выработки широты и инерциального курса некоторыми типами ИНС вследствие превалирования суточной и иногда полусуточной составляющей погрешностей, обусловленной воздействием приливного

течения. В погрешностях ГНСС прослеживается суточная составляющая, возникающая вследствие изменения параметров ионосферы с периодом, равным 24 ч в зависимости от её освещённости Солнцем, и др. В теории погрешностей навигационных измерений [54] гармонические случайные процессы не рассматриваются. Краткая характеристика таких процессов даётся в [23]. Для примера на рис. 3.4.4 представлены три графика реализаций погрешностей широты на выходе одного из типов НК средней точности.

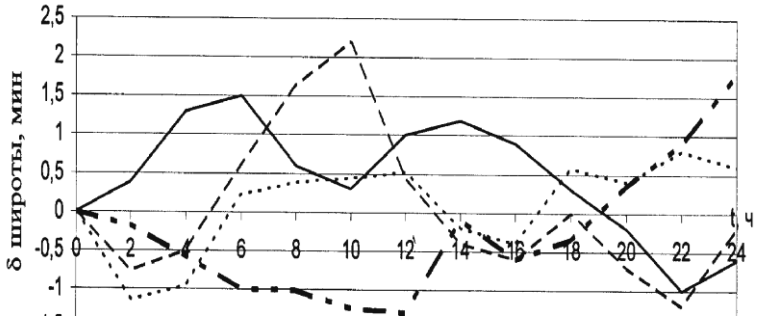


Рис. 3.4.4. Графики реализаций погрешностей широты

Хорошо видно присутствие погрешностей с суточным периодом, а в двух из этих реализаций также погрешностей, обусловленных полусуточным приливным течением. Гармонический случайный процесс может быть охарактеризован АКФ вида

$$\rho(\tau) = 2^{-0,5} A \cos\beta\tau; \quad \beta = \frac{2\pi}{T_0}, \qquad (3.4.9)$$

где A и T_0 - амплитуда и период колебаний; $A/\sqrt{2}$ = m – СКО процесса [208]. Случайность процесса определяется тем, что априорно неизвестными являются амплитуда, начальная фаза, а иногда и период колебаний. При процессах, близких к гармоническим, эти параметры испытывают некоторые обычно случайные колебания. В таком случае в (3.4.9) используются оценки их математических ожиданий. Далее рассмотрено влияние гармонических процессов на процедуру оценивания СКП и коэффициента корреляции и на образование двумерной погрешности.

Линейно-пилообразный случайный процесс характерен для погрешностей выработки долготы и курса расчетного некоторыми типами ИНС и НК, погрешностей траектории движения корабля при обсервационном счислении и др. Подобные процессы ни в ТПНИ [54], ни в теории случайных функций [119, 272] не рассматривались.

На рис. 3.4.5 представлено 5 графиков реализаций погрешностей выработки долготы $\delta_Д$ на выходе НК средней точности

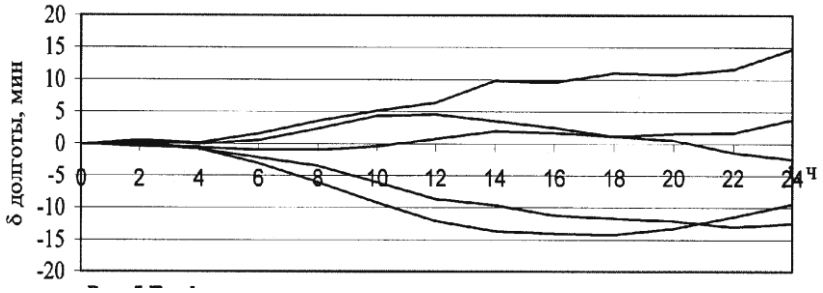


Рис.3.4.5. Графики реализаций погрешностей долготы

Видно, что главную роль в формировании погрешностей играет уход (тренд) долготы с постоянной на j-м интервале $t_{ЦКj}$ скоростью $v_{трj}$, на который накладываются суточная погрешность и снос корабля течением. Этот процесс на интервале времени $\tau < t_{ЦК}$, т. е. в пределах цикла коррекции (ЦК) является нестационарным по математическому ожиданию (рис. 3.4.6,а), которое равномерно изменяется со случайной скоростью V_M и характеризуется выражениями:

$$M_x(\tau) = \tau V_M; \quad \sigma_м = \tau \sigma_v, \qquad (3.4.10)$$

где τ - промежуток времени от начала цикла коррекции или продолжительность цикла коррекции $t_{ЦК}$; σ_V - СКЗ скорости изменения математического ожидания $M_x(\tau)$.

На интервале времени $\tau >> t_{ЦК}$ при циклически выполняемых коррекциях случайный процесс изменения математического ожидания и погрешности выработки долготы представляет собой стационарный линейно-пилообразный случайный процесс с постоянным временем $t_{ЦК}$ нарастания погрешности на каждом участке ("зубе") и случайной амплитудой A_j "зубьев".

Стандартная погрешность выработки НП при таком процессе определяется как СКП случайной величины, подчинённой равномерному закону распределения с диапазоном изменения погрешности $h_j = Aj$, и на этом основании равна для отдельного j-го "зуба" и в среднем по длине процесса счисления

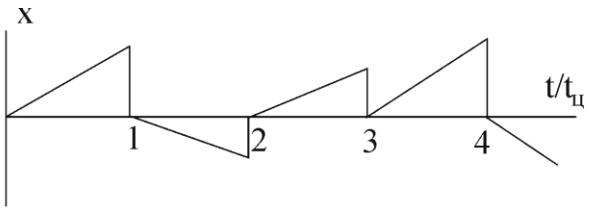
$$m_j=A_j/2\sqrt{3};\ m_{ср}=A_{ср}/2\sqrt{3};\sigma_V = m_{ср}/t_{ЦК};\ A^2_{СР} = n^{-1}\sum A^2_j, \qquad (3.4.11)$$

где n - количество "зубьев"; Aj – амплитуда j-го “зуба”. В плавании величина $A_j = C_{Дj}$ определяется по невязкам долготы $C_{Дj}$ (или по графикам разностей навигационных параметров ИНС).

Нормированная АКФ пилообразного случайного процесса аппроксимируется двухзвенной линейной функцией (рис.3.4.6, б):

- $\rho(\tau) \approx 1 - 1{,}43\tau\, t_{ЦК}^{-1}$, при $\tau \le \tau_0$; (3.4.12)
- $\rho(\tau) \approx 3{,}33(\tau - \tau_0)\, t_{ЦК}^{-1}$ при $\tau > \tau_0$,

где $\tau_0 \approx 0{,}7t_{ЦК}$; $\tau_К \approx 0{,}65t_{ЦК}$.



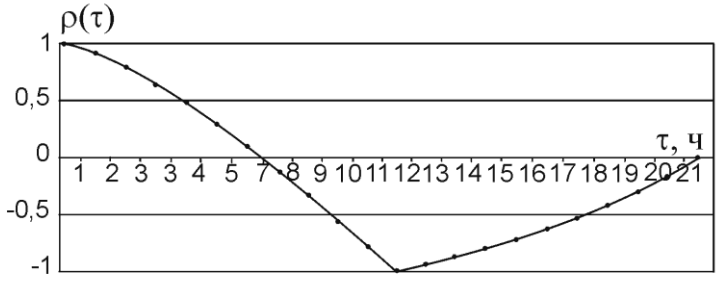


Рис. 3.4.6. Линейно-пилообразный случайный процесс (а)
и его АКФ (б)

Суммарный случайный процесс Y(t) возникает, когда погрешность НП представляет собой сумму двух (или нескольких) случайных процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$, так что любая ее реализация имеет вид $y(t) = a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$, где a_1 и a_2 - постоянные. В таком случае автоковариационная функция суммарного процесса равна по теореме сложения ковариаций [23, 31]

$$P_{y,y}(\tau) = a^2_1 P_{1,1}(\tau) + a_1a_2[P_{1,2}(\tau) + P_{2,1}(\tau)] + a^2_2 P_{2,2}(\tau), \qquad (3.4.13)$$

где $P_{1,1}(\tau)$ - автоковариационная функция случайного процесса $X_1(t)$; $P_{1,2}(\tau)$ - взаимная ковариационная функция процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$; $P_{2,1}(\tau)$ - то же процессов $X_2(t)$ и $X_1(t)$; $P_{2,2}(\tau)$ - автоковариационная функция процесса $X_2(t)$.

Если процессы $X_1(t)$ и $X_2(t)$ некоррелированы, то член в квадратных скобках в (3.4.13) равен нулю. Формула (3.4.13) выражает теорему сложения автоковариационных функций.

Составляющие случайного процесса погрешности

Ни в ТПНИ [54], ни в общей метрологии [39 – 42, 45] , ни в теориях случайных функций и динамических систем [219, 239, 250] разделение случайных процессов погрешностей на составляющие, зависящие от продолжительности наблюдений или обработки измеряемых НП, не производится.

Если погрешность δU или d измерения НП U (сумма случайной и рандомизированной изменяющейся систематической составляющих) представляет собой случайный процесс X(t) с СКП m, нулевым математическим ожиданием и АКФ $\rho(\tau)$, то на небольшом интервале времени наблюдений $t_H < \tau_K$ при расчёте среднеарифметического значения d^* приходится рассматривать погрешность, которая является случайным процессом, в виде суммы флюктуационной и постоянной составляющих:

$$d(t) = d_{\Phi}(t) + d_{пст}(t); \quad m^2 = m^2{}_{\Phi}(t) + m^2{}_{пст}(t), \qquad (3.4.14)$$

где $d_{\Phi}(t)$ и $m_{\Phi}(t)$ – случайная на интервале времени t погрешность, которую назовём для определённости *флюктуационной*, и её СКП; $d_{пст}(t)$ и $m_{пст}(t)$ – *постоянная* на этом интервале t погрешность и её СКП. В зависимости от величины t и её изменения происходит трансформация постоянной погрешности во флюктуационную и обратно. Поясним это с помощью рис. 3.4.7. Здесь показан график случайного процесса погрешности $d(t)$ и интервал времени $t = t_H$, на котором измеряются погрешности d_i и рассчитывается среднеарифметическое значение d^*. Для погрешностей d_0 и d_K, имеющих место в начальный и конечный моменты интервала t_H, погрешность $d^* = d_{об}$ является общей, а разности между текущими значениями процесса $d(t)$ и d^* - частными погрешностями, например, $d_{0ч} = d_0 - d^*$ и $d_{Kч} = d_K - d^*$. Согласно [78], коэффициент корреляции между значениями d_0 и d_K вычисляется как $r_{0K} = m^2_{d^*}/m^2$, где m - СКП процесса погрешности. Отсюда получаем $m^2_{d^*} = r_{0K}m^2$ – выражение для линейной регрессии СКП $m^2_{d^*}$ по t, которое позволило бы вычислять $m^2_{d^*}$, если бы функция на рис. 3.4.7 была линейной. В случае нелинейной функции изменения $m^2_{d^*}$ вместо линейного коэффициента r_{0K} должно употребляться нелинейное корреляционное отношение [224], роль которого исполняет автокорреляционная функция, рассматриваемая ниже.

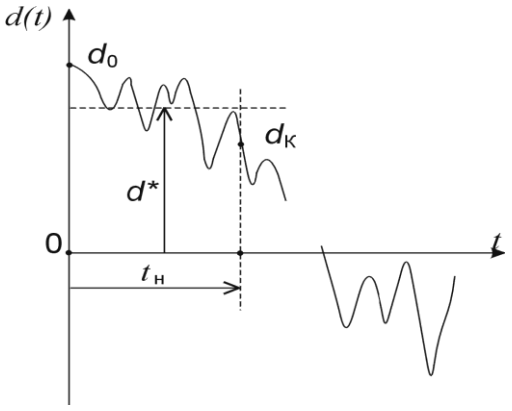


Рис. 3.4.7 График случайного процесса погрешности $d(t)$

Легко представить себе, что в начальный момент среднеарифметическое значение $d^* = d_0$, в то время, как флюктуационная погрешность $d_Ф = 0$. С увеличением промежутка времени $t_Н$ величина d^* уменьшается, а $d_Ф$ возрастает. Одновременно изменяются в разные стороны как флюктуационная СКП $m_Ф$, так и СКП среднего на интервале $t_Н$ значения m_{d^*}, которую для определённости назовём *постоянной* СКП на интервале времени $t_Н$. В соответствии с этим в начальный момент коэффициент $r_{0К} = 1$, т. к. $d^* = d_0 = d_К$ и с увеличением времени $t_Н$ он уменьшается. Изменяюшийся во времени коэффициент корреляции $r_{0К}=r(t)$ называют автокорреляцтонной функцией (АКФ) и обозначают $\rho(\tau)$. Автоковариационной функцией называют функцию $P(\tau)$, равную $P(\tau) = m^2\rho(\tau)$, где m – случайная СКП погрешности НП. Один из вариантов функции $P(\tau)$ изображен на рис. 3.4.8.

Связь постоянной и флюктуационной составляющих СКП с полной СКП можно установить с помощью следующих выражений, которые вытекают из свойства автоковариационной функции (3.4.14) с учётом того, что $m_{пст} = m_{об}$, а $m_Ф = m_ч$:

$$m^2_{пст} = m^2_{сл}\rho(\tau);\ m^2_Ф = m^2_{сл}[1-\rho(\tau)];$$
$$m_{сл} = [m^2_{пст}(\tau)+m^2_Ф(\tau)]^{0,5};\ \tau = t_Н, \qquad (3.4.15)$$

где $m_{сл}$ – случайная составляющая СКП погрешности НП, включающая как “чисто” случайную на интервале времени наблюдений, так и изменяющиеся на этом интервале систематические составляющие. Назовём для определённости результат (3.4.15) теоремой о составляющих случайного процесса погрешностей.

Это положение иллюстрирует рис. 3.4.8, на котором приведена автоковариационная функция $P(\tau)$ и для интервала $t_1 = \tau_1$ показаны квадраты постоянной $m^2_{пст}$ и флюктуационной $m^2_Ф$ составляющих. Промежуток времени $t_2 = \tau_2$ есть интервал корреляции. При $t_Н > \tau_К$ СКП $m_{пст}$ обращается в нуль, а $m_{сл} = m_Ф$.

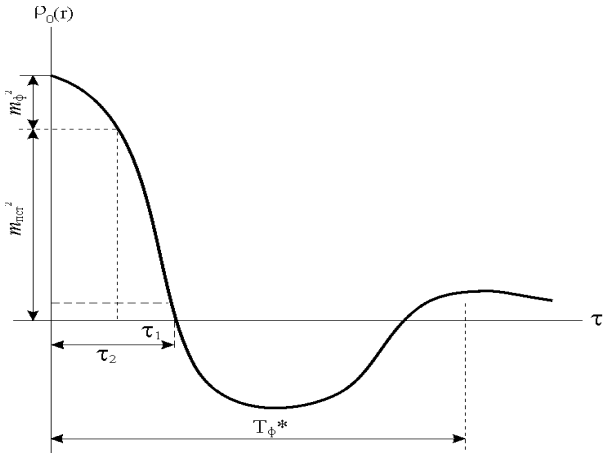


Рис.3.4.8. График автоковариационной функции с постоянной и флюктуационной СКП

Важность подразделения случайных погрешностей НП на флюктуационную и постоянную составляющие определяется тремя факторами. Во-первых, в процессе фильтрации, сглаживания, обсервационного счисления и при других способах оптимальной обработки навигационной информации с избыточностью по времени ее поступления может быть уменьшена (сглажена) только флюктуационная составляющая погрешности на интервале фильтрации. Постоянная составляющая остается неизменной. Игнорирование факта существования этих двух составляющих случайной погрешности влечет за собой при $m_Ф < m_{пст}$ значительные ошибки в расчетах и, в частности, существенное завышение точности и возрастание энтропии оценок точности плавания кораблей и решаемых ими задач. В худшем случае по этой причине возникает непреодолимая расходимость фильтра, которая заканчивается отказом от применения фильтрации

Во-вторых, эмпирическая оценка СКП измерения НП на ограниченном времени $t_Н$, будь то результат специального эксперимента или оптимальной обработки информации, позволяет идентифицировать, выявить только флюктуационную СКП на этом интервале. Пренебрежение этим фактом в условиях, когда $m_Ф<m_{пст}$, и отнесение оценки $m_Ф$ к стандартной случайной погрешности $m_{сл}$ НП, приводит к оценкам, неадекватным условиям измерений, завышению точности НП и

возрастанию энтропии всех последующих расчетов. Это же можно сказать и об изучаемых в навигации штурманских способах оценивания СКП НП в походных условиях, например, по размаху. Это ведёт к сильному возрастанию энтропии и является напрасной потерей учебного времени. В третьих, изменчивость вектора скорости течения также характеризуется выражениями (3.4.15).

Практическим признаком того, что реализованный в конкретной НВС метод фильтрации или обсервационного счисления корректен, является требование к штурману ввести два значения СКП НП – полную и флюктуационную.

Остается добавить, что величина τ_K у некоторых НП имеет весьма большую величину. Например, в составе погрешностей высокоточной низкочастотной РНС «Марс-75» и др. имеется сезонная составляющая с τ_K = 2 - 3 месяца и СКП m = 0,1 мкс. Полная погрешность GPS ($m_П$ = 8 - 10 м) характеризуется периодом повторения T^*= 8 сут (τ_K = 2 - 3 сут) и т.д. Подобные составляющие вместе с не изменяющимися остаточными систематическими составляющими образуют систематическую погрешность $d_{ст}$, при наличии которой математическое ожидание $M_X = d_{ст} \neq 0$ и характеризуется СКП $m_{ст} = m_M$. В таком случае автоковариационная функция равна

$$P_X(\tau) = m^2_{сл}\rho(\tau) + m^2_{ст}. \qquad (3.4.16)$$

Стандартная погрешность скорости изменения ординат случайного процесса. Некоторые задачи навигации предусматривают определение скорости движения корабля по достаточно продолжительным наблюдениям обсервованных НП. При решении таких задач может возникнуть потребность в знании стандартной погрешности m_V скорости V_x изменения ординат случайного процесса X(t). Эта СКП определена в [219] и может быть приведена для экспоненциально-косинусной и экспоненциальной АКФ соответственно к виду:

$$m_v = m_x(\alpha^2+\beta^2)^{0,5} = m\beta(\gamma^2+1)^{0,5} = 2\pi T^{-1}(\gamma^2+1)^{0,5}; \qquad (3.4.17,a)$$

$$m_v = m_x\alpha = 2mx/\tau_K. \qquad (3.4.17,б)$$

Неавтокоррелированные погрешности

Такие погрешности не представляют собой случайные процессы. К ним можно отнести погрешности: округления цифровых значений величин; округления при выборке значений из таблиц; интерполяции; координат объектов, нанесенных на навигационные карты, включая глубины и изобаты; графических построений на картах, планах и дисплеях; фиксации положения корабля на линии навигационного створа (в створной зоне) и др.

Дополние к структуре погрешностей НП

С точки зрения возможностей сглаживания (фильтрации) погрешностей НП, их идентификации в процессе обработки результатов измерений и расчета и учета поправок стандартную погрешность НП необходимо рассматривать как сумму флюктуационной $m_Ф(t_Н)$ и постоянной $m_{пст}(t_Н)$ СКП, определяемую выражением (3.4.25), в котором:

$$m_Ф(t_Н) = \{m^2_{сл}[1- \rho(t_Н)] + \sum_1^n m^2_{ст\ и\ j}\}^{0,5}; \qquad (3.4.18)$$

$$m_{пст}(t_Н) = [m^2_{сл}\rho(t_Н) + \sum_1^{n''} m^2_{ст\ п\ i}]^{0,5}, \qquad (3.4.19)$$

где $m_{ст\ и\ j}$ - СКП j-й рандомизированной составляющей систематической погрешности, изменяющейся на интервале времени наблюдений; $m_{ст\ п\ i}$ – то же по постоянной i-й составляющей; n и n’ - количество изменяющихся и постоянных составляющих систематической погрешности.

Как упоминалось выше, сгладить на интервале фильтрации $t_{флт} = t_Н$ и идентифицировать на этом же интервале можно только составляющую $m_Ф(t_Н)$. При определении и учете поправки за постоянную составляющую в ходе оптимальной обработки навигационной информации составляющая $m_Ф(t_Н)$ будет ухудшать точность поправки.

Элементарные составляющие случайной погрешности $\delta_{слj}$ и соответствующие им СКП m_j можно сгруппировать для большинства

видов НП по периодичности их изменения. При этом в общем случае случайную СКП $m_{сл}$ можно представить в виде (3.1.2). Сумма СКП $m_{Ш}$, $m_{кп}(t_H)$ и изменяющейся составляющей (суммарной) систематической погрешности $m_{ст\ и}(t_H)$ образует флюктуационную СКП, равную

$$m_Ф = [m^2_Ш + m^2_{кп}(t_H) + m^2_{ст\ и}(t_H)]^{0,5} . \quad (3.4.20)$$

Остальные составляющие в выражении (3.1.2) и остальная часть систематической погрешности определяют постоянную СКП при данной продолжительности наблюдений, но последовательно становятся случайными по мере увеличения времени t_H. Они искажают с течением времени экспериментальные поправки, выработанные в процессе комплексной обработки разнородной навигационной информации. Постоянная СКП обычно равна

$$m_{пст} = [m^2_{сп}(t_H) + m^2_{дп}(t_H) + m^2_{сдп}(t_H) + m^2_{ст\ п}(t_H)]^{0,5}. \quad (3.4.21)$$

Каждая из составляющих в (3.1.2) характеризуется собственной автоковариационной функцией $P_j(\tau)$ и АКФ $\rho_j(\tau)$, поэтому при подробном изучении погрешностей рассматривают, в соответствии с теоремой о сложении автоковариаций [31, 219], суммарную автоковариационную функцию случайной погрешности

$$P_{сл}(\tau) = \sum_1^n P_j(\tau) = \sum_1^n m_j^2 \rho_j(\tau), \quad (3.4.22)$$

где n - количество составляющих. В практике решения задач кораблевождения для простоты целесообразно рассматривать АКФ той составляющей, которая в условиях измерений имеет наибольшую СКП среди всех составляющих. Обозначим эту АКФ $\rho_{max}(\tau)$. Тогда

$$P_{сл}(\tau) \approx m^2_{сл}\rho_{max}(\tau). \quad (3.4.23)$$

Кроме величины $P_{сл}(\tau)$ в необходимых случаях можно рассматривать автоковариационную и автокорреляционную функции

флюктуационной погрешности. Интервалы корреляции погрешностей также можно определить применительно к полной случайной и к флюктуационной погрешности.

Глава 4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОБСЕРВАЦИЙ И ОТНОСИТЕЛЬНОГО СЧИСЛЕНИЯ

4.1. Статистические модели погрешностей средств обсервации

Показатели точности обсервованных НП

Статистические модели погрешностей МСН определения места корабля, за исключением ГНСС, в зависимости от всех существенных факторов, влияющих на погрешности НП, приведены в Методиках [94] и в Дополнении к ним. Ниже приводится таблица статистических характеристик погрешностей НП в сокращённом виде в зависимости от основных факторов.

Показатели точности обсервованных НП приведены в твбл. 4.1.1.

Таблица 4.1.1

Статистические показатели точности НП определения места

Навигационный параметр, условия измерений	Полная и флюктуационная СКП		Закон распределения	Коэф. корреляции r	Интервал корреляции $\tau_К$, мин	Число n
	m или M	$m_Ф$ или $M_ф$				
1.Пеленгование						
1.1.Компасный пеленг по гирокомпасу (пеленгатор ПГК-2): - благопр. условия[1)], $\varphi<60^o$	$0,9^o$	$0,4^o$	Г	0,7	20-30	70
- благопр. условия, $\varphi>60^o$	$1,1^o$	$0,6^o$	Г	0,7	20-30	70
- неблагоприятные условия	$1,1\text{-}1,7^o$	$1,1\text{-}1,6^o$	Л	0,9	20-30	30

1.2.Компасный пеленг по гирокурсоуказателю	1,1°	1,0°	М	0,9	30-40	50
1.3.Компасный пеленг по магнитному компасу:						
- надводный корабль	1-2°	0,8-1,5°	Л	0,9	0,2	100
- подводная лодка	1-3°	0,8-1,5°	Л	0,4	0,3	100
1.4.Компасный пеленг по ИНС (пеленгатор ПГК-5)	0,05°[2] (0,2°)	0,05°[2] (0,2°)	Л Г	0	4,5 ч	200
2.Измерение дистанций						
2.1.Дистанция по навигационной РЛС (D в милях): - ручные измерения, шкала: * 4-5 миль и меньше	9D, м	9D, м	М	0,5	0	50
* 15-16 миль	11D, м	11D, м	М	0,5	0	50
* 30 миль и больше	17D, м	17D, м	М	0,5	0	50
-автоматическ. измерения[3]	4D, м	4D, м	М	0,5	3	50
2.2.Дистанция по лазерному дальномеру	1,6 м	1,0 м	Г	0,5	0	100
2.3.Радиодальномерная система ГРАС	1,5 м	1,0 м	Г	0,5	-	200
3.Измерение навигационного параметра по РНС, СКП в мкс						
3.1.Системы РС-10, "Брас"						
- морские ТРС, мкс, ф.ц.	0,07	0,01; 0,03[4]	Л	0,3 ÷ 0,7[5]	<0,5	200
-сложные ТРС, мкс, ф.ц	0,12	0,01; 0,03[4]	Л	0,3 ÷ 0,7[5]	<1	200
3.2.Система "Марс-75"	0,55[6]	0,1[7]	Л[8]	0,3 ÷ 0,7[5]	2,1	500
3.3.Системы типа "Лоран-С"						
- поверхностные сигналы: * морские ТРС	0,8	0,4	М	0,3 ÷ 0,7[5]	0,1-1,5	200
* сложн.ТРС,с учетом поправок	1,2	0,4	М	0,3 ÷ 0,7[5]	0,1-1,5	200
* сложн.ТРС,без учета поправок	1,7	0,4	М	0,3 ÷ 0,7[5]	0,1-1,5	200
- пространственные и смешанные сигналы:						
* день	1 и 2	0,4	Л	0,3 ÷ 0,7[5]	0,1-1,5	200
* ночь	1,5 и 3,5	0,4	Л	0,3 ÷ 0,7[5]	0,1-1,5	200
4.Измерение координат спутниковыми системами						
4.1.Среднеорбитные системы (радиальная СКП, м)						

– ГЛОНАСС	20	20	Л	5.7		100
- "Navstar": * С/А-код	20-35	5-12[9)]	М		1-2,5	400
* Р-код	8	2-4	Л		5-10 с	400
-дифференциальная подсистема	2	2	М			400
-ГЛОНАСС+ "Navstar"(С/А)	15-25[9)]	15-25[9)]	М		1-1,5	200
5.Углы и высоты светил по навигационному секстану						
5.1.Горизонтальный угол	1,1-2,1'	1,0-1,9'	Г	0,2	0	1000
5.2.Исправленный вертик. угол						
(основание ориентира под горизонтом) при наклонении видимого горизонта:						
- измеряемом наклономером	0,5-1,1'	0,4-1,0'	Г	0,2	0	1000
- выбираемом из таблиц	0,6-1,4'	0,4-1,2'	Л	0,4	6-8 ч	1000
5.3.Исправленная высота светила при наклонении видимого горизонта:						
- измеряемом наклономером	0,4-0,8'	0,3-0,7'	М	0,3	0	
- выбираемом из таблиц: * в высоких широтах	1,0-2,6'	0,3-0,9'	Л	0,8	6-8 ч	1000
* в прочих широтах	0,6-1,6'	0,2-0,9'	Л	0,8	6-8 ч	1000

ПРИМЕЧАНИЯ: 1) Благоприятные условия состоят в отсутствии значительной качки (10–15°) и резкопеременного маневрирования; φ– широта плавания.

2) В скобках (в следующей строке) показаны погрешности прокладки пеленгов на карте (дисплее).

3) Учтены погрешности прокладки измеренных дистанций на картах или дисплеях, соответствующих по масштабу шкале РЛС.

4) Значение 0,01 мкс относится к приемоиндикатору РС-1, значение 0,03 ф. ц.– к приемоиндикатору "Галс".

5) Первое значение имеет место, когда условия на трассах распространения сигналов (ТРС) от ведомых станций хуже, чем на ТРС от ведущей станции, второе, если наоборот, и среднее значение – при одинаковых условиях на всех ТРС. Это относится и к двум следующим строкам.

6) С учетом поправок за влияние ТРС. Без учета поправок точность такая же, как в системе "Лоран-С".

7) При прохождении над рабочей зоной РНС атмосферных фронтов с

грозами величина $m_Ф$ увеличивается в 2 –3 раза и соответственно возрастает полная СКП.

8) При прохождении над рабочей зоной РНС атмосферных фронтов с грозами. В отсутствие таких фронтов имеет место закон М-распределения.

9) Пропорционально количеству N спутников в рабочем созвездии. Первое значение при N = 4 – 6, второе–при N = 11–12.

10) Приведённые показатели точности ГНСС в основном соответствуют спокойной ионосфере. При возбуждённоё ионосфере радиальная СКП увеличивается до 2 – 3 раз.

10) Приведенное в табл. 4.1.1 число независимых измерений n, эквивалентное продолжительности наблюдений $t_Н$ при исследовании точности МСН, служит для расчёта верхних доверительных границ величин.

11) В табл. 5.1.1 обозначены: m – средняя квадратическая (стандартная) погрешность (СКП) навигационного параметра (НП); М – радиальная СКП места корабля.

Спутниковые навигационные системы

Основными причинами погрешностей НП в глобальных спутниковых системах (ГНСС или GPS) в режиме Р-кода являются: погрешности орбитальных измерений и расчетов для прогнозирования координат спутников; аппаратурные погрешности ПИ при измерениях дальностей и доплеровских сдвигов и расчетах координат и элементов движения корабля; погрешности в элементах земного геоида и картографические погрешности, а также остаточные ионосферные возмущения на трассах распространения сигналов от спутников к кораблю, играющие главную роль в формировании погрешностей НП.

Для повышения точности ГНСС до уровня, обеспечивающего плавание кораблей в узкостях, разработана дифференциальная подсистема, состоящая из наземных станций, которые принимают сигналы спутников, рассчитывают поправки к этим сигналам относительно своего (истинного) места и транслируют поправки в специальной радиосети или через спутники. Поправки принимаются ПИ и автоматически учитываются при определении места, в результате чего точность обсерваций возрастает в радиусе 300 км от наземных станций и характеризуется величиной радиальной СКП $M_{диф} \le 1{,}5$ м $\approx 0{,}5D/100$, м, где D – расстояние от наземной станции в км.

В случае применения С/А-кода превалирующими являются погрешности искусственного зашумления сигналов. Рассмотрим модели погрешностей GPS при разных кодах обработки сигналов.

Показатели точности GPS для С/А-кода. Объявленная точность системы в этом варианте характеризуется предельной с вероятностью 0,95 линейной погрешностью места судна по любому заданному направлению, равной 100 м, предельной с этой же вероятностью погрешностью измерения скорости судна относительно грунта, равной 0,2 уз [73].

Полная радиальная СКП определения места является следствием действия следующих основных составляющих: случайные атмосферные эффекты; погрешности модели распространения сигналов; эффект многолучевого распространения; непреднамеренные помехи от радиоизлучающих устройств; электронный шум в приемнике; погрешности отсчета времени; эфемеридные погрешности спутников системы; погрешности ПИ и, наконец, погрешности преднамеренного ухудшения точности при С/А-коде. Поскольку место rjhf,kz определяется по созвездию из 4-12 спутников, систематические для сигналов отдельных спутников составляющие компенсируются в процессе совместной оптимальной обработки сигналов в ПИ, а остаточные – рандомизируются. Поэтому перечисленные составляющие обусловливают случайную погрешность места корабля.

Для изучения статистических характеристик случайных погрешностей рассмотрено свыше 184000 измерений координат (свыше 24000 независимых измерений). На основании этих данных установлена регрессионная зависимость величины радиальной СКП $M_{сл}$ от количества N спутников в рабочем созвездии, выражаемая функцией

$$M_{сл} = 33 – 1{,}75(N-4), \text{ м.} \qquad (4.1.1)$$

Например, при N=10 $M_{сл}$ = 23 м.

Интервал корреляции случайных погрешностей широты и долготы составляет 1,5 – 2,5 мин.

Флюктуационная радиальная СКП характеризуется величиной $M_{Ф}$ = 5 – 12 м и интервалом корреляции 0,5 мин.

Коэффициент корреляции погрешностей широты и долготы равен нулю.

Количество независимых измерений n для расчета доверительных границ случайной радиальной СКП примем с учетом нестационарности случайных процессов погрешностей равной n = 500 (округлив до удобной табличной величины).

Закон распределения погрешностей широты и долготы при экспериментальных исследованиях определяется величиной *асимметрии* A и *эксцесса* E. Оценки этих показателей оказались равными в среднем по всей продолжительности наблюдений A^*=0,01 (значения по разным реализациям находятся в диапазоне от -0,32 до 0,63); E^*=1,64 (по реализациям от 0,31 до 4,14). При рассмотрении закона распределения погрешностей применительно к количеству N спутников в рабочем созвездии оказывается, что асимметрия и в этом случае мала, а средний эксцесс E^* = 0,42. Следовательно, если оценка точности обсервованного места производится в среднем (принимается M = 20 – 35 или 50 м), то должен быть принят закон Лапласа, если же оценка точности производится для конкретного количества спутников в созвездии по формуле (4.1.1), то подходящим является закон Гаусса.

Показатели точности GPS при P-коде. На рис. 4.1.1 представлены графики изменения обсервованных широты (а) и долготы (б) при измерениях в течение t_H =17 ч в неподвижной точке. Видно, что, во-первых, имеет место существенное ухудшение точности определения места в интервалах времени $\pm$ (1,5 – 2) ч относительно моментов захода и восхода Солнца. Во-вторых, просматриваются составляющие погрешности флюктуационная, среднепериодная (с характерным периодом около 1 ч, обусловленная, по-видимому, частичной сменой спутников в созвездии) и долгопериодная (с характерным периодом около 4 ч, что может объясняться или почти полной сменой созвездия, или долгопериодными возмущениями ионосферы).

Рис. 5.1.2,а. График изменения обсервованной широты при Р-коде

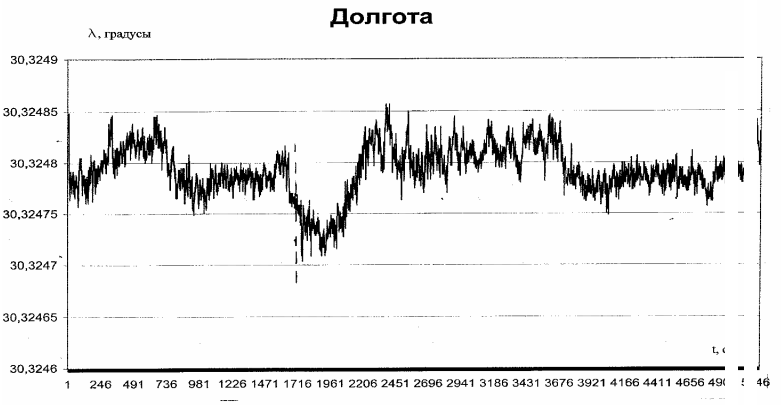
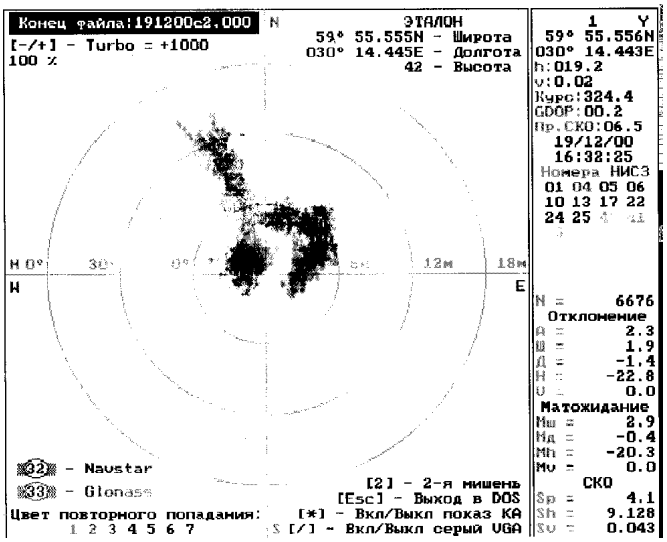


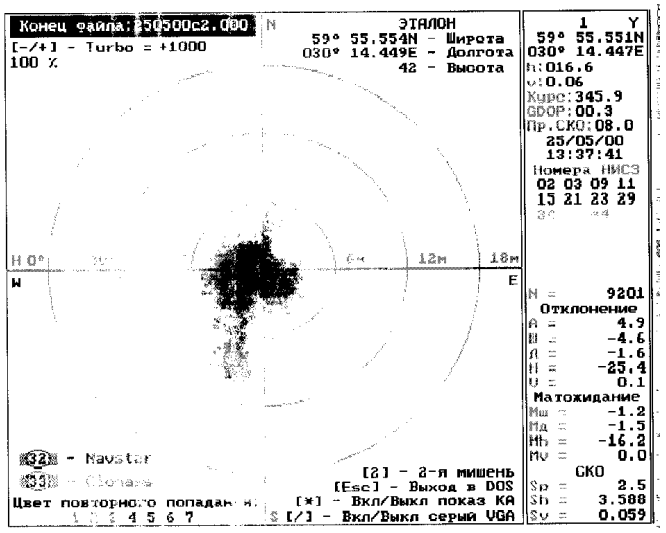
Рис. 5.1.2,б. График изменения обсервованной долготы при Р-коде

Рис. 4.1.1. Графики изменения обсервованной широты (а) и долготы (б)

На рис.4.1.2 показаны двумерные погрешности определения места в течение дневного времени зимой (а) и летом (б).



а)



б)

Рис. 4.1.2. Погрешности обсервованного места зимой (а) и летом (б)

Видно, что зимой погрешности больше, чем летом, и имеют место значительные общие погрешности для каналов широты и долготы, смещающие точки местоположения от центра "мишени" и объясняющие

корреляцию погрешностей широты и долготы с r=±(0,5-0,8) зимой против r= ±(0,1-0,3) летом. Разница вызвана более высокой активностью ионосферы в зимнее время года. Конкретные точки местоположения антенны ПИ на «мишенях» возникают не хаотично, а плавно перемещаются справа вверх налево и затем вниз, следуя за периодическим с периодом в 24 ч изменением состояния ионосферы под влиянием изменения её освещённости Солнцем. Можно предположить, что такой «порядок» нарушается в высоких широтах в период полярной ночи.

Статистические характеристики погрешностей GPS в условиях спокойной ионосферы в средних широтах приведены в табл. 4.1.2. В условиях возмущенной ионосферы - во время захода и восхода Солнца и в период магнитных бурь радиальная СКП определения места увеличивается в 2 – 3 раза и может достигнуть величины $M_{взм}$ = 8-12 м [15, 73].

Радиальная СКП измерения вектора скорости корабля относительно грунта в условиях спокойной ионосферы составляет величину M_V=1,5 уз.

Таблица 4.1.2

СКП измерения координат места GPS при спокойной ионосфере

Код сигнала	Параметр	Составляющая погрешности				Полная СКП
		Фл	Сп	Дп	Сдп	
Р-код	М,м	1,5	2,6	1,5	2,0	3,9
Р-код	$\tau_{к,}$мин	0,5	1,6	15	55	1,6
С/А-код	М,м	15	-	-	-	35-15
С/А-код	$\tau_{к,}$мин	0,5	-	-	-	2,2

Приведённые в табл. 4.1.2 величины получены по сравнительно небольшому количеству исходных данных, но они хорошо сходятся с опубликованными показателями точности [15, 73, 276 Заколодяжный] и дополняют их в части интервала корреляции, закона распределения и корреляции погрешностей.

4.2 Оценка погрешностей доверительными интервалами

При оценивании случайных величин X, Y,... и в том числе погрешностей измерений δ=Δx и их обработке и анализе основная задача состоит в том, чтобы определить интервал значений (x-Δx; x+Δx), в котором с некоторой заданной вероятностью находится истинное значение X_0 исследуемой величины или могут находиться её значения.. Для построения доверительного интервала для случайной величины X по данным выборки [x] объемом n независимых измерений, взятой из генеральной совокупности величины X, рассчитывают среднеарифметическое значение x*, оценку стандартного отклонения $\tilde{\sigma}$ (оценку стандартной погрешности m) величины X.и оценку СКП величины x*, которая равна $m_{x^*} = \tilde{m}/\sqrt{n}$.

Величины x* и m_{x^*} определяют наиболее важные черты распределения величины X. Они дают возможность представить результаты измерений в виде неравенств:

$$x^* - k\, m_{x^*} < X_0 < x^* + k\, m_{x^*}; \quad \tilde{x} - k\, \tilde{m} < X_0 < \tilde{x} + k\, \tilde{m},$$

где $\tilde{x}$ – измеренное значение, k – число, характеризующее ширину интервала, выражаемую в долях СКП.

Интервал, задаваемый этими неравенствами, накрывает истинное значение X_0 с вероятностью выполнения условия неравенств, которая применительно к первому неравенству равна

$$P(-k\, m_{x^*} < X_0 < k\, m_{x^*}) = F_q(k) - F_q(-k) = F^{д}_q(k), \qquad (4.2.1)$$

где $F_q(k)$ - стандартная односторонняя функция распределения q-го ЗР, значения которой для ЗР Лапласа, М-распрелеоения и Гаусса можно выбрать из таблиц 1, 2 и 3 приложения; $F^{д}_q(k)$ – стандартная двусторонняя функция распределения, значения которой в зависимости от эксцесса ЗР можно выбрать из табл. 2.1.3.

Однако, условие (4.2.1) справедливо в случае, когда объём выборки [x] n>100, или когда величины x* и m_{x^*} известны априорно с высокой точностью, но не определяются по выборке [x]. В противном случае вместо ЗР Гаусса (если ему подчиняется рассматриваемая погрешность

НП) должен использоваться ЗР Стьюдента, существенно расширяющий доверительный интервал. Такое же увеличение доверительного интервала должно иметь место и при других ЗР. С учётом этого приведём выражение для доверительного интервала случайной величины X к виду

$$x_l = x^* - k_{Ст} K_{P1q} m_{x^*} < X_0 < x^* + k_{Ст} K_{P1q} m_{x^*} = x_h; \quad (4.2.2)$$

$$x_l = \tilde{x} - k_{Ст} K_{P1q} m_{ап} < X_0 < \tilde{x} + k_{Ст} K_{P1q} m_{ап} = x_h, \quad (4.2.3)$$

где $m_{ап}$ – априорное значение СКП; K_{P1q} – квантиль q-го ЗР, соответствующий заданной (доверительной) вероятности, называемый в кораблевождении коэффициентом предельного перехода (от СКП к предельной погрешности); $k_{Ст}=K_{P1Ст}/K_{P1Г}$ – коэффициент Стьюдента, рассчитанный по этой формуле и приведённый в табл. 4.2.1 в зависимости от количества N независимых измерений, эквивалентного продолжительности t_H набора выборки.

Выражение типа (4.2.2) используется в математической статистике и в кораблевождении при обработке выборок и обеспечивает значительно более узкий доверительный интервал для X_0 по сравнению с (4.2.3) за счёт большего количества информации в выборке по сравнению с единичным отсчётом. Выражение (4.2.3) используют в кораблевождении при работе с единичными измерениями. Если СКП $m_{ап}$ обладает высоким качеством (получена при n>100), то в (4.2.3) принимают $k_{Ст}=1$.

Таблица 4.2.1

Значения коэффициента Стьюдента $k_{Ст}$

$P_{дв}$	Количество независимых измерений N					
	5	10	20	40	60	120
0.999	2.617	1.453	1.179	1.079	1.049	1.024
0.997	2,345	1,371	1,156	1,068	1,041	1,021
0.99	1.783	1.260	1.109	1.047	1.032	1.016
0.95	1.413	1.153	1.066	1..031	1.020	1.0102

4.3 Статистические характеристики морских течений

Некоторые способы расчёта характеристик

В гидрометеорологии [38, 61] рассматриваются такие характеристики морских течений, как скорость, направление перемещения водных масс и продолжительность течения. Задача оценивания точности счисления пути корабля и прогнозирования положения его места требует знания *статистических характеристик* течений (СХТ). К основным СХТ, наиболее важным для кораблевождения, относятся СКЗ σ_T модуля вектора скорости течения (МВСТ) на разных горизонтах глубин (далее эту величину будем называть СКЗ скорости течения), интервал корреляции τ_T каждой из проекций вектора скорости течения на координатные оси, вид и параметры АКФ этих проекций, ЗР модуля вектора скорости течения и иногда ЗР упомянутых проекций. СХТ течений океанов изучены по материалам буйковых станций (БС), атласам течений и записям скорости измеренных течений с использованием гидроакустического лага (ГАЛ) в навигационных журналах кораблей.

Наиболее важная для навигации величина – СКЗ σ_T скорости течения определяется для каждой выборки [V, K] скорости и направления течения, полученной на БС, по формуле, вытекающей из выражения для начального момента второго порядка [31]

$$\sigma_{\mathbf{T}} = \Sigma V^2_i / n = \Sigma |V|^2_i / n, \qquad (4.3.1)$$

где Σ – символ суммирования по всем i от 1 до n. По первой из этих формул определяется и среднее направление течения.

В атласах течений приводятся гистограммы модуля скорости течения и направления течения (в новых атласах эти гистограммы совмещены), построенные по выборкам [V, K] и/или «розы течений». Гистограммы позволяют рассчитать СКЗ $\sigma_{\mathbf{T}}$ и значение эксцесса E_T по формулам [224]:

$$\sigma_{\mathbf{T}} = (\Sigma V^2_{pj}\, p_j)^{0.5}; \; E_T = \Sigma V^4_{pj}\, p_j / \sigma^4_{\mathbf{T}} - 3, \qquad (4.3.2)$$

где V_{pj} – среднее значение j – го разряда гистограммы; p_j – вероятность попадания в этот разряд; Σ – символ суммирования по всем j от 1 до N; N – количество разрядов. Эксцесс модуля скорости течения позволяет определить ЗР этой величины. При обработке «розы течений» в соответствующем квадрате океана СКЗ течения находят по формуле

$$\sigma_{\mathbf{T}} = (\Sigma V_j^2 n_j / \Sigma n_j)^{0.5}, \qquad (4.3.3)$$

где V_j и n_j – j-е значение скорости и число повторений. По этим формулам можно рассчитать СКЗ скорости течений для конкретных районов и условий плавания.

Статистические характеристики течений океанов

Течения океанов и морей удобно подразделить с точки зрения возможности их учёта при определении погрешностей счисления на дрейфовые, недрейфовые, приливные и волновые. Дрейфовые и волновые течения выделяются, т. к. их СХТ можно инструментально определить на корабле путём измерения факторов, их вызывающих, в то время как применительно к недрейфовым и приливным течениям приходится пользоваться априорными СХТ.

Дрейфовое течение обусловлено влекущим действием ветра, дующего над морем в продолжение времени счисления t_C (далее будем также обозначать это время буквой t) или в промежутке одного часа до момента, на который рассчитывают показатель точности счисления. В штиль дрейфовое течение практически отсутствует. Это течение не следует путать с *ветровым*, например, пассатным или муссонным, которое кроме дрейфовой имеет еще и мощную градиентную составляющую, или с ветровым течением закрытого моря, образующим сложное поле течений. Дрейфовое течение хорошо изучено. Скорость дрейфового течения $V_{др}$ на поверхности определяется выражением [38,

278Кудрявая] $V_{др}=AU_B/(\sin\varphi)^{0.5}$, где U_B – скорость ветра в тех же единицах, что и скорость течения; φ - широта места; A = f(U) = (0,013 и 0,024) при U = (3,5 и 16 м/с соответственно) – ветровой коэффициент. Направление дрейфового течения на поверхности отклонено от направление ветра на угол 45° вправо в северном полушарии и влево – в южном.

Выражая величину A как функцию от U и применяя к получившемуся уравнению теорему об СКП функции, получим выражение для СКЗ дрейфового течения

$$\sigma_{V\,др} = 0{,}1\ U^{0,6}/(\sin\varphi)^{0.5}, \qquad (4.3.4)$$

по которому для средних широт рассчитана табл. 4.3.1, реализованная в [94].

Таблица 4.3.1

СКЗ скорости дрейфого течения

U, м/с	5	10	15	20	25	30
$\sigma_{др}$, уз	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8

Поскольку $V_{др}$ изменяется в зависимости от U почти линейно, ЗР вектора скорости дрейфового течения близок к прямоугольному. Если случайный вектор скорости течения разложить на ортогональные составляющие, то их ЗР близок к закону равномерной плотности.

Недрейфовое течение представляет собой сумму остальных составляющих течения, имеющих место в площади вокруг точки местонахождения корабля или отрезка траектории его движения (за исключением волнового течения, рассматриваемого отдельно). Среди этих составляющих выделим *случайную* (сл), *регулярную* (рг) и *постоянную* (пст), не вдаваясь в причины происхождения этих составляющих.

Случайная составляющая представляет собой двумерный случайный процесс, обозначаемый $\mathbf{V}_{сл}(t)$. Каждая из её проекций на ортогональные оси (нордовую и остовую) характеризуется экспоненциальной АКФ вида (3.4.3), где α - фактор затухания, τ - промежуток времени, для которого рассчитывается значение АКФ. Для движущегося корабля эта АКФ приобретает вид

$$\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|(1+V/11,2)} \qquad (4.3.5)$$

Регулярная составляющая течения (периодическая по воздействию на движущийся корабль) также представляет собой двумерный случайный процесс, северная и восточная составляющие которого характеризуются экспоненциально-косинусной АКФ вида (3.4.1), где β - характерная частота процесса течения. Регулярная составляющая течения имеет место в районах приливных, инерционных, вихревых течений при пересечении вихря траекторией движения корабля, а также в океанах на больших глубинах, превышающих 500 – 1000 м (приливное течение).

Постоянная составляющая течения (по воздействию на движущийся корабль) чаще всего имеет место в ограниченном районе маневрирования, расположенном в области действия вдольберегового или вихревого течения при размерах вихря, значительно превосходящих размеры района. На отрезке времени, не превышающем половину интервала корреляции постоянного течения, оно характеризуется АКФ $\rho(t) = 1$. При большей продолжительности счисления t – АКФ (3.4.3)..

Обычно в любом океанском районе плавания или по маршруту движения корабля действуют все три составляющие, одна из которых является превалирующей по величине СКЗ. Оценки вероятности превалирования каждой из трех рассматриваемых составляющих в навигационном слое вод равны $P_{сл}$ = 0,63, $P_{рг}$ = 0,29 и $P_{пст}$ = 0,08 [94].

Отсюда можно сделать вывод, что в открытых районах океанов течения в навигационном слое являются преимущественно случайными.

Регионы характера течений и области скорости течений. При оценивании точности счисления необходимо рассматривать четыре вида условий плавания кораблей (или четыре региона течений). Сюда относятся регионы: а) преимущественно случайных течений (в основном открытые области океанов – «океанское плавание»); б) преимущественно регулярных течений; в) преимущественно постоянных течений и г) регионы, в которых вероятности превалирования случайной и регулярной составляющих соизмеримы (например, Норвежское, Гренландское и некоторые другие моря).

В силу того, что математические ожидания M_j всех рассматриваемых j – х составляющих рандомизируются при расчёте СКЗ течений по областям океанов и морей и, кроме того, величины $M_{сл}$ и $M_{рг}$ часто бывают меньше соответствующих СКО, величину СКЗ модуля вектора скорости недрейфовой составляющей можно определить как квадратичную сумму

$$\sigma_{ндр} = (\sigma^2_{сл} + \sigma^2_{рг} + \sigma^2_{пст})^{0,5}, \qquad (4.3.6)$$

где $\sigma_{сл}$, $\sigma_{рг}$, и $\sigma_{пст}$ -- СКЗ случайной, регулярной и постоянной составляющих модуля вектора скорости недрейфового течения. Однако в настоящее время СКЗ отдельных составляющих в большинстве условий плавания не известны и они не могут быть идентифицированы в корабельных условиях. Поэтому оценка точности счисления основывается на априорных значениях СКЗ $\sigma_{ндр}$, для которой определены области очень сильных, сильных, средних и слабых течений. В некоторых регионах и морях отсутствует область Iос.

Некоторые авторы [20] предлагают рассматривать при оценивании точности счисления не СКЗ σ_T, а суммарное случайное СКО $\sigma_{сл}=(\sigma^2_N + \sigma^2_E)^{0.5}$ на том основании, что величина σ_T не обладает достаточной строгостью. Однако, во-первых, корабль в море сносит полное течение, состоящее из случайной и постоянной составляющих, поэтому учёт только величины $\sigma_{сл}$ даст сильно завышенную оценку точности счисления. Очевидно, лучше иметь недостаточно строгую, но объективную оценку. Во-вторых, СКЗ скорости течения, полученная с использованием метода рандомизации по площади, является строгой применительно к плаванию корабля в этой площади. Для доказательства приведём средние за время плавания значения величины V_N по данным 20 буйковых станций в северо-восточной части Атлантического океана: -31,4; -16.0; -12.4; 1.4; -2.0; 15.2; -5.4; 2.9; 10.2; -5.4; -6.5; 9.1; -1.3; -5.5; -7.9; 5.7; 56.0; 20.2; -12.4; 5.1 см/с. Хорошо видно, что постоянная для каждой БС величина V_N является случайной на рассматриваемой площади. (Как по заказу, количество положительных и отрицательных значений оказалось равным по 10).

Карта областей скорости течений приведена в Дополнении к [94]. На рис. 4.3.1 представлена карта течений океанов, на которой показаны: жирными линиями – очень сильные течения, двойными линиями – сильные, одинарными сплошными – средние и пунктирными – слабые течения. Соответствующие области скорости течений расположены по сторонам от этих линий. Цифры у линий соответствуют названиям течений по Атласу океанов.

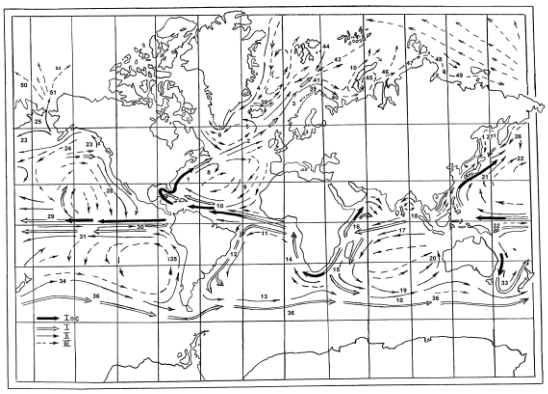


Рис. 4.3.1. Основные течения океанов

Значения априорных статистических характеристик поверхностных (в навигационном слое вод) недрейфовых течений – СКЗ $\sigma_{ндр}$ и интервалы корреляции τ_T в зависимости от скорости хода корабля V по областям скорости течений океанов, а также соответствующие им коэффициенты точности счисления приведены в табл. 4.3.2.

Таблица 4.3.2

Статистические характеристики поверхностных недрейфовых течений океанов и коэффициенты точности счисления

Область течений	СКЗ $\sigma_{ндр}$, уз	Коэфф. K_{C1}, уз	Интервал корреляции τ_T, ч, для V, уз, коэффициент K_{C2}, уз·ч ^{0,35}					
			V = 5		V = 15		V = 25	
			τ_T	K_{C2}	τ_T	K_{C2}	τ_T	K_{C2}
I ос	1,30	1,3	12,0	3.0	9,0	2.7	6,0	2.4
I	0,91	0,9	9,0	1.9	5,6	1.6	4,0	1.4
II	0,61	0,6	4,9	1.0	3,0	0.9	2,2	0.8
III	0,36	0,35	2,7	0.5	1,7	0.4	1,2	0.4

ПРИМЕЧАНИЕ. Для расчёта табличных величин и построения карты течений использовано свыше миллиона значений скорости течений.

В табл. 4.3.2 приведены также значения коэффициентов точности счисления, которые рассматриваются далее.

Приведенные в табл. 4.3.2 значения интервала корреляции представляют собой средние значения. На самом деле интервал корреляции течения по направлению стрежня течения может оказаться примерно втрое больше, а в перпендикулярном направлении – вдвое меньше показанного в таблице значения.

Изменение СКЗ течения с увеличением глубины h погружения объекта характеризуется в среднем уменьшением СКЗ по закону

$$\sigma_{Th} = K_h \sigma_T; \quad K_h = e^{-kh}, \qquad (4.3.7)$$

где σ_{Th} – СКЗ течения на горизонте h; K_h – перходный коэффициент; σ_T – СКЗ течения в приповерхностном слое вод; k –коэффициент, равный 0,00484 в областях Iос, I и II; 0.00329 в области III недрейфовых течений; 0,023 для дрейфовых течений.

Закон распределения скорости течений изучен на основании вычисления значений эксцесса течений по (4.3.2). В результате расчётов по большому количеству БС для региона случайных течений в качестве двумерного ЗР скорости течений можно принять ЗР равномерной плотности с небольшим сдвигом в сторону ЗР гармонической функции. Это даёт возможность в дальнейшем с помощью табл. 7 приложения рассчитывать коэффициент перехода от СКЗ к предельному значению МВСТ для любой заданной вероятности. Кроме того, сделанное суждение о форме двумерного ЗР распространяется также и на форму одномерного ЗР составляющих скорости течения по осям координат. Очевидно, что ЗР радиальных погрешностей относительного счисления в случаях, когда эти погрешности вызваны в основном сносом корабля течением, совпадает с ЗР МВСТ.

На основании выполненного анализа гистограмм скорости течений можно сделать дополнительный вывод о том, что в морях и океанах течения присутствуют практически всегда. По всем рассмотренным данным частость того, что скорость течения не превысит 0,1 уз., оказалась равной 0,04. Поэтому приходится считать необоснованными некоторые способы классической навигации, касающиеся учёта и определения дрейфа в предположении, что течение отсутствует.

Волновое течение обусловлено поступательным движением гребней волн со скоростью $V_Г$, зависящей от высоты волн h, и при $h>2\div 3$ м составляет величину $10\div 20$ уз. Это течение не надо путать с дрейфовым течением. Оно существует, например, при отсутствии ветра и наличии зыби. . Скорость $V_{ВТ}$ волнового течения выражается функцией [38] $V_{ВТ} = V_Г(\pi h/\lambda)^2\exp(-2\pi z/\lambda)$, где h и λ – высота и длина волны, м, z – горизонт, на котором определяется скорость течения, м. Направление волнового течения совпадает с направлением распространения волн. Применяя к этому выражению теорему об СКП функции (3.2.1) и ограничиваясь существенными составляющими, получим выражение для СКЗ скорости волнового течения

$$\sigma_{V\,ВТ} = k_1 m_{Vгр}\exp(-k_2 z/h), \qquad (4.3.8)$$

где $k_1=(\pi h/\lambda)^2$; $k_2=2\pi h/\lambda$ - коэффициенты, принятые для упрощения записи и решения; $m_{Vгр}$ –СКЗ скорости движения гребней волн. Для уменьшения числа переменных будем рассматривать отношение $К = h/\lambda$, которое приблизительно можно считать равным на основании [38] 0.07 при малой крутизне (и высоте) волны; 0,14 при средней крутизне и 0,2 при большой крутизне (и высоте) волны. Если предположить, что скорость $V_Г$ распределена внутри указанного выше диапазона равномерно, то СКО $m_{Vгр}$ можно определить как $m_{Vгр} \approx 10$

/$\sqrt{12}$ =2,9 уз. При сделанных предположениях по (4.3.8) рассчитана табл. 4.3.3, позволяющая приблизительно оценить СКЗ скорости волнового течения в разных условиях плавания. Несмотря на оценочный характер этих данных, они имеют значение для практики, т. к. получены впервые. По характеру проявления волновое течение является постоянным в пределах постоянства показателей волнения.

Таблица 4.3.3

СКЗ скорости волнового течения $m_{V\,ВТ}$, уз, в зависимости от осадки rjhf,kz и высоты волны

Осадка, м	Высота волны h, м					
	0	2	6	10	14	18
0	0	0,15	0,35	0,6	0,8	1,1
4	0	0,1	,0,2	0,4	0,6	0,9
8	0	0	0,1	0,2	0,4	0,7

СКЗ модуля вектора скорости сноса корабля течением (или СКЗ скорости течения) рассчитывают по формуле

$$\sigma_{\text{сн Т}} = \sigma_{\text{Т}} = (\sigma^2_{\text{др}} + \sigma^2_{\text{ндр}} + \sigma^2_{\text{V ВТ}})^{0.5}, \qquad (4.3.9)$$

Все величины которой определены выше.

Статистические характеристики течений морей

По своему положению относительно океанов моря подразделяются на открытые, полуоткрытые и внутренние (средиземные). *Открытые моря* представляют собой участки океанов. Свойства течений этих морей мало отличаются от океанских и достаточно полно характеризуются с помощью рис. 4.3.1 и табл. 4.3.2. *Полуоткрытые моря* характеризуются равнозначностью случайной и регулярной составляющих течений (Гренландское, Норвежское, Охотское моря и др.) или превалированием регулярной (приливной) составляющей (Баренцево, Северное, Берингово моря и др.). *Внутренние моря* (Балтийское, Средиземное, Чёрное, Японское моря и др.) не имеют широкого выхода к океану. Поэтому в них

практически отсутствуют приливные течения (исключая небольшие по площади участки, примыкающие к проливам, например, западная часть моря Альбарана в Средиземном море). В этих морях главную роль играют ветровые и дрейфовые течения, образующие специфическую циркуляцию вод с завихрениями большого и малого размера. Для примера карта интегральной циркуляции вод Балтийского моря представлена на рис. 4.3.2 [61].

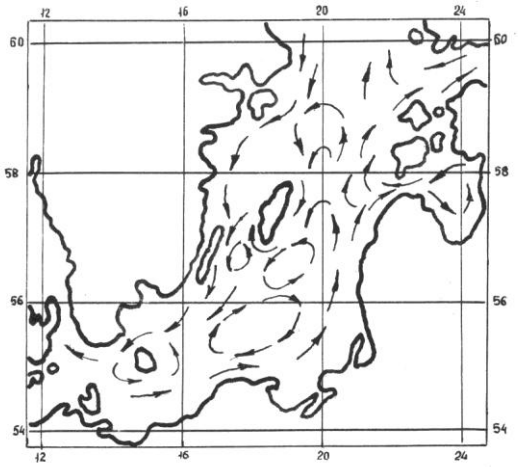


Рис.4.3.2 Циркуляция вод Балтийского моря

Рассмотрим в качестве типовых статистические характеристики течений Балтийского и Баренцева морей.

СКЗ скорости течений σ_T в Балтийском, Чёрном, Японском и, возможно, в других внутренних морях примерно такой же площади, можно определить, как функцию от скорости ветра $U_Б$ (в баллах по шкале Бофорта) в точке местонахождения корабля по приближенным формулам:

- летом $\sigma_T = K_{РП}(0{,}1 + 0{,}07U_Б)$, уз; (4.3.10, а)
- зимой $\sigma_T = K_{РП}(0{,}2 + 0{,}07U_Б)$, уз, (4.3.10, б)

где $K_{РП}$ -- коэффициент района плавания, равный соответственно 1; 0,85 и 0,7 в южной, средней и северной частях Балтийского моря (без

заливов), для которого выражения (4.3.10) являются точными (получены по материалам более, чем 400 буйковых станций и записям элементов течений на плавучих маяках за несколько лет). Для других морей $К_{РП} = 1$ и формулы (4.3.10.) являются приближенными.

Характер случайных процессов течений, воздействующих на движущийся корабль, зависит от вида плавания корабля. При плавании в ограниченном районе (например, в полигоне боевой подготовки), размеры которого много меньше диаметра вихря течения, в пределах которого расположен район, течение имеет преимущественно постоянный характер (при одних и тех же погодных условиях). На постоянную составляющую течения накладывается «турбулентная» составляющая. В этом случае АКФ течения имеет вид $\rho(t)=1$ или экспоненциальной функции в случае изменения погоды.

При плавании через море или его значительную часть корабль пересекает вихри течений, что придаёт сносу корабля течением периодический характер. В этом случае АКФ чаще всего имеет вид (3.4.1) при характерном периоде $T^*=d_В/V$, где $d_В$ – длина диаметра или хорды вихря течения на линии пути корабля; V – его скорость. Для иллюстрации на рис. 4.3.3 показаны графики северной и восточной составляющих сноса корабля течением, наблюдавшихся при пересечении кораблём вихря течения в Ионическом море. Можно увидеть и сравнительно долгопериодные составляющие сноса, имеющие квазипериодический характер, и случайные колебания меньшей амплитуды.

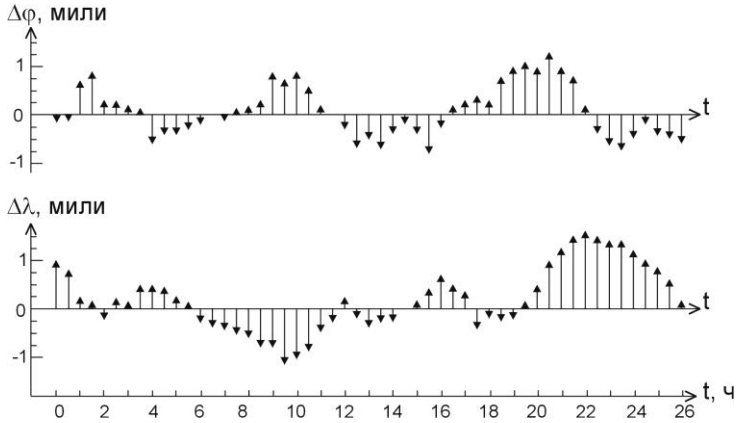


Рис. 4.3.3. Графики северной и восточной составляющих сноса корабля вихревым течением при пересечении Ионического моря

Баренцево море включает в себя 4 области скорости течений. Небольшая по площади область Iос расположена в пределах течения о. Медвежий восточнее острова. Область I занимает остальную часть площади этого течения. Область II простирается в юго-западной и южной части моря на 100 -120 миль от Мурманского берега. Северную, среднюю и восточную части моря занимает область III. Более точно определяют область, в которой находится кораблю, с помощью атласа течений, рассчитывая СКЗ скорости течения по (4.3.1). При этом V_j - значения МВСТ с дискретностью 2 ч, выбранные из атласа за период изменения течения в месте плавания корабля..

СКЗ течения рассчитывают по (4.3.9), в которой $\sigma^2_{\text{ндр}}=K^2_{\text{прл}}(\sigma^2_{\text{С}}+\sigma^2_{\text{ПС}})$ – сумма суточной и полусуточной составляющих приливного течения; $K_{\text{прл}}=0{,}047\rho_0 - 1{,}674$; ρ_0 – горизонтальный экваториальный параллакс Луны, выбираемый из МАЕ на период плавания. Суточная составляющая зависит не только от фазы и параллакса Луны, но и от её склонения, поэтому приведенные в табл. 4.3.4 значения СКЗ $\sigma_{\text{ндр}}$ отнесены к условиям существования максимаьного и минимального СКЗ.

Таблица 4.3.4

СКЗ $\sigma_{\text{ндр}}$ суммы приливных и постоянных приповерхностных течений Баренцева моря

Значение СКЗ	Область скорости течений			
	Iос	I	II	III
Минимальное	1,10	0,62	0,46	0,27
Максимальное	1,56	0,85	0,62	0,45

Характерный период изменения МВСТ T*=12,4 ч. СКЗ дрейфового и волнового течений рассчитывают по (4.3.4) и (4.3.8).

Средиземное море включает несколько областей скорости течений, которые показаны на карте, расположенной с обратной стороны облржки (или на рис. 4.1.4.

СКЗ скорости течения определяют по (4.3.9), в которой

$$\sigma_{\text{ндр}} = \sigma_{\text{крт}} \pm \Delta\sigma, \qquad (4.3.11)$$

где $\sigma_{крт}$ – СКЗ недрейфового течения, снимаемая с карты течений; $\Delta\sigma$ = 0,1 уз. – дополнение, учитывающее условия погоды в районе плавания корабля, которое берётся со знаком плюс в штормовых условиях и с минусом при хорошей погоде.

Атласы морских течений. Сведения о морских течениях содержатся в атласах течений и приводятся на навигационных картах. Специальные исследования эффективности этих источников информации показали, что при использовании в счислении значений направления и скорости приливных течений точность счисления возрастает на 15 – 20% при плавании в Баренцевом и на 20 – 30% в Северном море. Для морей со случайными течениями и океанов остаётся справедливым вывод [18. Беляев. Влияние переменного течения.] о нецелесообразности использования в счислении данных о течениях, выбранных из атласов течений, если не определена их навигационная эффективность.

Для определения навигационной эффективности навигационного пособия о течениях при плавании в интересующем штурманскую службу районе организуют одновременное ведение двух навигационных прокладок – первую с учётом выбираемых из пособия элементов течения, вторую – без их учёта. По полученным двум совокупностям невязок C_{1j} и C_{2j} определяют два значения коэффициента точности счисления (КТС) $К_{С1}$ и $К_{С2}$. Выигрыш в точности счисления от применения навигационного пособия рассчитывают по формуле

$$В_{НП} = 100(К_{С2} - К_{С1})/К_{С2}, \%. \qquad (4.3.12)$$

Если $В_{НП}<5\%$, то пользоваться таким пособием навряд ли целесообразно. В случаях примерного постоянства дискретности обсерваций вместо КТС в (4.3.11) можно использовать среднеарифметические значения невязок в двух совокупностях.

Прибрежные течения можно подразделить на вдольбереговые, дрейфовые, устьевые, течения проливов и внутренних акваторий.
Вдольбереговое течение представляют собой геометрическую сумму

дрейфового и градиентного течений. Вблизи от берега оно имеют общее направление вдоль береговой черты, на которое накладываются явления «турбулентности», вызванные изгибами берега, отмелей и рельефом дна. Скорость установившегося вдольберегового течения зависит от угла γ между направлениями ветра и береговой черты. При $\gamma \approx 0^o$ $v_T > 0.04 U_B$; при $\gamma \approx 90^o$ $v_T \approx 0.04\ U_B$, где v_T в узлах, U_B – в м / с. С удалением от береговой черты скорость течения уменьшается до скорости течения открытого моря. Вдольбереговые течения прослеживаются на расстоянии до 30 миль от приглубого берега и на ещё большем расстоянии от мелководного берега.. Вдольбереговые течения доставляют заботу для судоводителей тем, что в большинстве случаев действуют поперёк морских каналов и линий навигационных створов и сносят судно с линии створа при движении по нему. В январе 2007 г. контейнеровоз «Капитан Артюх» под управлением старшего помощника на выходе из Петропавлрвска уклонился от входного створа и коснулся грунта. Через полученную пробоину было затоплено машинное отделениею

Устьевые течения крупных рек образуются стоком речной воды, которая вызывает повышение уровня и возникновение стоковых течений на устьевом взморье. Кроме того, пресные речные воды создают пространственную неоднородность поля плотности верхнего слоя вод и перемещение водных масс. Влияние крупных рек на характер прибрежных течений прослеживается до расстояний в 20 – 30 миль. Для этих течений характерна значительная изменчивость по направлению и скорости, что затрудняет условия плавания судов. Имеют место также устьевые приливные течения на устьевом взморье узких заливов, например, Кольского, которые могут иметь большую скорость и влиять на судоходство на значительны х расстояних (10 миль и более).

Течения проливов, связанных с океаном, характеризуются высокими значениями скорости и большой изменчивостью вследствие приливных явлений. Течения проливов, соединяющих моря, имеют специфические причины возникновения или определяются ветром. Особенностью течений проливов является их хорошая изученность и наличие соответствующей информации в атласах течений и на навигационных

картах. Это же можно сказать о течениях акваторий узких заливов (губ, лиманов и т. д.), ведущих к гаваням.

4.4 Статистические модели погрешностей относительного счисления пути корабля

Статистические характеристики сноса корабля

Виды счисления. В зависимости от МСН, используемых при ведении счисления и прогнозировании места корабля, удобно различать несколько видов счисления. *Относительное* счисление, ведётся по данным курсоуказателя и относительного лага, *относительно-абсолютное* предполагает периодическое поступление информации от абсолютного лага, *абсолютное* ведется по данным курсоуказателя и абсолютного лага, *инерциальное* основано на выработке координат корабля ИНС или комплексом из двух-трех ИНС, и различные варианты *комбинированного* счисления.

Среди факторов, оказывающих заметное влияние на точность счисления и прогноза местоположения корабля, нужно отметить в первую очередь снос корабля течением, затем остаточный снос ветром после учета дрейфа корабля и смещение корабля от заданной траектории движения (ЗТД), обусловленное погрешностями МСН счисления.

Статистическими характеристиками (показателями) течений, используемыми при решении задач счисления, являются: СКЗ (средний квадрат, второй начальный момент) вектора скорости течения σ_T; интервал корреляции течения τ_T как функция от скорости перемещения корабля V; вид АКФ течения и эквивалентное количество n значений σ_{Tj}, использованных для расчета величины СКЗ скорости течения. Число n необходимо для определения верхней доверительной границы для σ_T.

Среднее квадратическое значение модуля вектора скорости сноса корабля течением рассчитывают по формуле (4.3.9).

Вектор $\mathbf{S}_{OC}(t)$ перемещения корабля за время t при относительном счислении (ОС) или прогнозе равен

$$S_{ОС}(t) = \int_0^t V_{ЛО}(t')\,dt', \qquad (4.4.1)$$

где $\mathbf{V}_{ЛО}(t')$ - вектор скорости корабля, определяемый показаниями относительного лага (ЛО) и системы курсоуказания, являющийся случайной функцией текущего времени t'. Погрешность места корабля равна вектору сноса, взятому с обратным знаком

$$S_{сн}(t) = S_{дст}(t) - S_{ос}(t) \qquad (4.4.2)$$

где $\mathbf{S}_{дст}(t)$ - вектор действительного перемещения корабля за время t относительно грунта. Эта погрешность определяется вектором скорости сноса $\mathbf{V}_{сн}(t)$, который складывается из семи составляющих, обусловленных действием дрейфового, случайного, регулярного и постоянного течений, а также остаточным после учета дрейфа корабля ветровым сносом и погрешностями курсоуказателя и относительного лага. Эти составляющие рассмотрены в табл. 4.4.1.

Погрешность $S_{сн}(t)$, таким образом, равна

$$S_{сн}(t) = \int_0^t V_{сн}(t')\,dt' = \sum_1^7 \int_0^t V_{снj}(t')\,dt', \qquad (4.4.3)$$

где $t=T_{пр} - T_{ОМ}$ - продолжительность прогноза (счисления) от момента обсервации; $T_{пр}$ - момент, на который осуществляется прогноз; $T_{ОМ}=T_0$ - момент обсервации (начальный момент счисления).

Статистической характеристикой скорости сноса является ее автоковариационная функция $P_{сн}(t)$ или АКФ $\rho(\tau)$, включающая те же семь основных составляющих и равная, в соответствии с теоремой сложения автоковариаций [31, 219]

$$P_{сн}(t) = \sum_1^7 P_j(t) = \sum_1^7 \sigma_j^2 \rho_j(t) \qquad (4.4.4)$$

где σ_j - СКЗ модуля вектора скорости j-ой составляющей сноса; (второй начальный момент случайного вектора $\mathbf{V}_j$); $\rho_j(t)$ - нормированная АКФ j-ой составляющей скорости сноса.

Статистические характеристики средств измерения скорости корабля представлены в табл. 4.4.1.

Таблица 4.4.1

Составляющие скорости сноса корабля и их статистические характеристики

Составляющая скорости сноса	Нормированная АКФ $\rho_j(\upsilon')$	Среднее квадратическое значение σ_j, уз
1. Скорость течения		$\sigma^2_т = \sigma^2_{ндр} + \sigma^2_{др} + \sigma^2_{ВТ}$
а) недрейфовые составляющие:		$\sigma^2_{ндр} = \sigma^2_{сл} + \sigma^2_{рг} + \sigma^2_{пст}$
случайная (P=0,63)	$\exp[-\upsilon_1(1+V/11,2)]$	0,36; 0,61; 0,91; 1,3 в соответствующем районе
регулярная (P=0,29)	$\exp(-\gamma_2\upsilon_2)cos\upsilon_2$	
постоянная (P=0,08)	$1; [\exp(-\alpha_{пст}t)$	
б) дрейфовая составляющая	$1; [\exp(-\alpha_{др}t)$	0,032U или 0,12+0,2U при V≤10 уз или V>10 уз
2. Скорость ветрового сноса	$1; [\exp(-\alpha_{пст}t)$	$m_{ВС}V/57,3$; $m_{ВС}$ = 0,4-0,5°
Погрешности МСН:		
а) курсоуказания	$\exp(-\gamma_3\upsilon_3)cos\upsilon_3$	$m_К V/57,3$
б) измерения скорости	1 или 0	$m_{ЛО}V/100$

ПРИМЕЧАНИЕ. В табл. 3.3.1 обозначены:

- υ - нормированное время, выраженное в долях интервала корреляции $\tau_Т$, если составляющая имеет случайный характер, или в долях характерного периода T^*, когда составляющая имеет регулярный характер $\upsilon = t/\tau_Т$ или $\upsilon = t/T^*$;
- α и β - декремент затухания и характерная частота случайного процесса и его АКФ (размерность 1/(единица времени), например, 1/ч);
- V - скорость корабля, узлы;

- P = (0,63; 0,29 и 0,08) - вероятности превалирования соответствующей составляющей по скорости течения для открытых районов Мирового океана;
- 0,36; 0,61; 0,91; 1,30 - СКЗ модуля вектора скорости недрейфовых течений;
- 1= $\rho_j(t)$ - в случаях, когда снос имеет постоянный характер на ограниченных интервалах времени, не превышающих половины интервала корреляции соответствующего процесса; в квадратных скобках указан ориентировочный вид АКФ для большой продолжительности счисления или прогноза;
- U - скорость ветра над морем на интервале прогноза или счисления, м/с;
- $m_{ВС}$ - СКП определения угла дрейфа (ветрового сноса), градусы;
- $m_К$ - полная СКП курсоуказания, градусы;
- $m_{ЛО}$ - полная СКП калибровки относительного лага, узлы.

Связь нормированного времени с интервалами корреляции и некоторые характеристики АКФ течений выражаются следующим образом:

- для случайной составляющей недрейфовых течений $\upsilon_1=\alpha_{сл}t=t/\tau_{Т\,сл}$; $\tau_{Тсл}=1/\alpha_{сл}$; значения интервала корреляции $\tau_{Тсл}=\tau_Т$ представлены в табл. 4.3.2;
- для регулярной составляющей недрейфовых течений $\upsilon_2 = \beta_{рг}t$; $\beta_{рг} = 2\pi/Т^*_{рг}$; $\tau_{Трг}=1/\beta_{рг}$; $\gamma_2 = \alpha_{рг}/\beta_{рг} = 0{,}1\text{- }0{,}5$; $\gamma^*_2 = 0{,}17$, где $Т^*_{рг}$ - характерный период изменения регулярной составляющей; СКЗ $\sigma_{рг}$ является функцией фазы, склонения и параллакса Луны;
- для постоянной составляющей недрейфовых течений при больших t величина $\tau_{Т\,пст} > 10$ суток; $\alpha_{пст} = 1/\tau_{Т\,пст}$;
- для дрейфовой составляющей течений $\tau_{Т\,др} > 6\text{ -}12$ ч; $\alpha_{др} = 1/t_{Т\,др}$;
- для ветрового сноса $\tau_{Т\,ВС} > 6\text{ -}12$ ч; $\alpha_{ВС} = 1/t_{Т\,ВС}$;
- для погрешностей курсоуказания $\upsilon_З = \beta_К t$; $\beta_К = 2\pi/Т^*_К$;
- $Т^*_К$ =120-160 мин. (период затухающих колебаний курсоуказателя); $\tau_{ТК} = 1/\beta_К = 20\text{ - }25$ мин; $\gamma_З = \alpha_К/\beta_К = 0{,}5\text{ - }0{,}9$;
- для погрешности измерения относительной скорости АКФ $\rho(t) = 1$ при движении корабля постоянными курсами или переменными, но в

одном направлении; $\rho(t) = 0$ при маневрировании взаимно-обратными курсами.

Верхнюю доверительную границу $\sigma^{h}_{ндр}$ для СКЗ скорости течения можно рассчитать с использованием табл. 8 приложения (для закона равномерной плотности) для эквивалентного числа n по формуле

$$\sigma^{h}_{ндр} = К_{hmP}\sigma_{ндр}. \qquad (4.4.5)$$

Модель погрешностей относительного счисления

Традиционная модель. Характеристикой точности относительного и некоторых других видов счисления является радиальная СКП. Первую модель радиальной СКП счисления в виде $M(t) = Kt^{2/3}$ предложил Г, А Трубчанин в 1959г. После этого проблемой точности ОС занимались Б. Н. Беляев, В. С. Болдырев, Н, М. Груздев, Г. П, Попеко, М. И. Скворцов. В результате их работ [20, 21, 53] традиционно в навигации радиальную СКП счисления $M_C(t)$, обозначаемую далее M(t), определяют по формулам:

$$M_C(t)=M(t)=0{,}7К_Ct \text{ при } t\le 2 \text{ ч};\ M(t)=К_C\sqrt{t} \text{ при } t>2 \text{ ч} \qquad (4.4.6)$$

где $К_C$ - коэффициент точности счисления (КТС), имеющий размерность в узлах в первой формуле и мили/$ч^{0,5}$ – во второй.

Модель (4.4.6) имеет ряд недостатков, которые, , хотя и не приводят к катастрофическим последствиям, но значительно увеличиваю энтропию получаемой оценки. а) Она является теоретически некорректной, о чём говорит хотя бы неодинаковая размерность коэффициента $К_C$ в двух формулах модели, и необоснованное предположение о подчинении невязки счисления ЗР Релея. б) В этой модели КТС определяется по невязкам счисления, полученным в процессе плавания корабля (или кораблей соединения). При этом в методиках определения КТС отсутствует рекомендация о подразделении невязок по условиям плавания. Это придаёт совокупности невязок смещённый или усредняющий характер. Если, например, величина $К_C$ определена при плавании в Балтийском море летом при ветре до 3 баллов, и это же

значение $К_С$ = 0,3 уз использовать в штормовых условиях, то точность счисления будет завышаться примерно вдвое. в) Как правило КТС определяются при небольшом количестве невязок (от n =10 – 20 на *пл* до 20 – 30 на надводных кораблях). Качество оценки КТС в таком случае получается низким, т. к. коэффициент верхней доверительной 99% - й границы при n = 20 находится в пределах от 1,44 до 1,76 для разных ЗР (см. табл. 8 приложения). Таким образом, реальная точность счисления легко может оказаться в 1,5 раза хуже получаемой оценки.

Кроме того, оценивание КТС представляет собой трудоемкую работу и в практике редко выполняется.

ПРИМЕЧАНИЕ. Б. Н. Беляев в [18 и др.] предложил корректную модель радиальной СКП счисления с учётом низкочастотной и высокочастотной составляющих АКФ течения. Эта модель не нашла применения на практике из-за своей сложности.

Радиальная СКП счисления. В силу указанных причин актуальной является задача определения радиальной СКП счисления по статистическим характеристикам факторов, вызывающих погрешности счисления. Этими факторами являются рассмотренные в табл. 4.4.1 виды сноса корабля. С их учетом величину M(t) можно представить как

$$M(t) = \sqrt{\sum_1^7 M_j^2(t)} \qquad (4.4.7)$$

Каждая из составляющих $M^2_j(t)$ есть дисперсия соответствующего интеграла в (4.4.3). На основании [219] дисперсия интеграла от случайного процесса выражается формулой

$$M_j(t) = \sqrt{D_j \int_0 V_j(t')dt'} = \sqrt{\int_0^{t_1}\int_0^{t_2} P_j(t', t'')dt'dt''}\Big|_{t_1=t_2=t}$$

где D - символ дисперсии.

Решение интегральных уравнений с подстановкой значений $\sigma^2_j\rho_j(t)$ из табл. 4.4.1 приводит к следующим выражениям:

а) Для составляющих, имеющих случайный характер и экспоненциальную АКФ вида $\rho_{сл}(\tau) = \exp(-\alpha_{сл}\tau)$:

$$M_{сл}(t) = \sigma_{сл}\tau_T A_{сл}(\upsilon); \qquad (4.4.8)$$

$$A_{сл}(\upsilon) = \sqrt{2(\upsilon - H)};\ H=1-\exp(-|\upsilon|);\ \upsilon=t/\tau_T;\ \tau_{T=}\ 1/\alpha_{сл};\ t>0.$$

б) Для регулярных составляющих, характеризуемых экспоненциально-косинусной АКФ вида $\rho_{рг}(\upsilon)=[\exp(-\gamma|\upsilon|)]cos\upsilon$:

$$M_{рг}(t) = \sigma_{рг}T^{*}A_{рг}(\upsilon);\ \upsilon=t/T^{*}; \qquad (4.4.9)$$

$$A_{рг}(\upsilon) = \sqrt{0.5B\gamma\xi + \Gamma B - B\exp(-\gamma\xi)(\Gamma\cos\xi + 2\gamma\sin\xi)}/\pi;$$

$\xi=2\pi\upsilon$, радианы; $B=1/(1+\gamma^2)$; $\Gamma=1-\gamma^2$; $\gamma=\alpha/\beta$; $\beta=2\pi/T^{*}$

в) Для постоянных составляющих при продолжительности счисления, на которой АКФ имеет вид $\rho_{пст}(t)=1$

$$M_{пст}(t) = \sigma_{пст}t \qquad (4.4.10)$$

(при продолжительности счисления, превышающей половину интервала корреляции рассматриваемого процесса, постоянные составляющие приобретают случайный характер).

Рабочие таблицы величин $A_{сл}(\upsilon)$ и $A_{рг}(\upsilon)$ имеются в [94].

ПРИМЕЧАНИЕ. Выражение типа (4.4.10) получено М. И, Скворцовым [222] и использовано Н, М, Груздевым. Переход в нём от параметров АКФ α и β [222] к $\gamma = \alpha/\beta$ и от времени t к фазе υ превращает функцию (4.4.10) из трёхмерной в двухмерную и обеспечивает возможность её практического применения.

Составляющие недрейфовых течений при навигационных расчетах разделить невозможно. Поэтому с достаточной для практики точностью примем в качестве АКФ суммарного недрейфового течения АКФ составляющей, превалирующей по величине СКЗ в районе плавания, с использованием суммарного значения СКЗ $\sigma_{ндр}$:

$$P_{ндр}(t) = \sigma^2_{ндр}\rho_k(t);\ \sigma^2_{ндр} = \sigma^2_{сл}+\sigma^2_{рг}+\sigma^2_{пст}, \qquad (4.4.11)$$

причем $\rho_k(t)=\rho_{сл}(t)$ в районах преимущественно случайных течений (открытые районы океанов и некоторых морей); $\rho_k(t)=\rho_{рг}(t)$ в районах (и условиях плавания) преимущественно регулярных течений (приливных и вихревых с пересечением вихрей течений линией пути корабля); $\rho_k(t)=$

$\rho_{пст}(t)$ в районах (и условиях плавания) преимущественно постоянных течений. Величину $\sigma_{ндр}$ рассчитывают по (4.4.11) при наличии информации о составляющих или выбирают из табл. 4.3.2 при отсутствии такой информации.

Иногда превалирующим по величине СКЗ может оказаться дрейфовое течение. В таком случае в качестве АКФ течений принимают АКФ дрейфового течения, и $\rho_k(t)=\rho_{др}(t)$. Этот вариант возникает в условиях плавания в области слабых течений при скорости ветра U>10 м/с и в области средней скорости течений при U>20 м/с.

Модель радиальной СКП относительного счисления в различных районах и условиях плавания имеет вид

$$M^2(t)=K^2_{НП}Б^2_j+(K_{h2}\sigma_{др}t)^2+Id(\sigma_{ВС}t)^2+(\sigma_{ЛО}t)^2+[\sigma_К\tau_{КК}A_{рг}(t/T^*_К]^2, \quad (4.4.12)$$

где $К_{НП}$ - коэффициент эффективности навигационного пособия, содержащего сведения о течениях, если они используются в счислении; $К_{h1}$ и $К_{h2}$ - коэффициенты, характеризующие изменение СКЗ скорости недрейфовых и дрейфовых течений (соответственно) с глубиной погружения объекта (*пл*, трала); Id- идентификатор, равный 1 для надводного корабля и 0 для *пл*; $\tau_{КК}$ - интервал корреляции курсоуказателя. Член Бj в (4.4.12) равен:

$Б_1=[K_{h1}\sigma_{ндр}\tau_{Тсл}A_{сл}(t/\tau_{Тсл})]$ в регионах случайных течений;
$Б_2=[K_{h1}\sigma_{ндр}T^*A_{рг}(t/T^*)]$ в регионах регулярных течений;
$Б_3=[\sigma_{ндр}t]$ в регионах постоянных течений;
$Б_4=0,5\{Б^2_1+Б^2_2)]^{0,5}$ в регионах смешанных течений.

Если эффективность навигационного пособия не оценивалась, то до ее определения по умолчанию принимают $К_{НП}=1$, а элементы течения из такого пособия в счислении не учитывают.

В условиях превалирования по величине СКЗ дрейфового течения в выражении для $Б_3$ вместо $\sigma_{ндр}$ используют величину $\sigma_{др}$.

Все величины, входящие в (4.4.12) определены выше, величины $А_{сл}$ и $А_{рг}$ табулированы в [94]. При малой и средней продолжительности

счисления его точность в регионах случайных и регулярных течений одинакова. При большой продолжительности счисления играет роль возвращающий характер регулярных течений, радиальная СКП счисления (вместе с величиной $A_{рг}(\upsilon)$ возрастает гораздо медленнее и точность плавания в областях регулярных течений оказывается существенно выше, чем в областях случайных течений. Чем более выражена регулярная составляющая, что проявляется в малой величине параметра γ, тем точность счисления выше.

Преимущества модели (4.4.12) перед (4.4.6) состоит в ее корректности (в рамках информации, имеющейся в современной науке) и адекватности условиям плавания по большинству их параметров.

Способы практического применения предложенной модели, удобные для ручных вычислений, и результаты их экспериментальной проверки рассмотрены в главе 7.

4.5 Регрессионный анализ и приближение функций эмпирическими формулами

Линейная регрессия. В ряде задач кораблевождения анализируется зависимость случайной величины Y от неслучайной величины x, называемая *регрессией* величины Y по x. Для примера в табл.4.5..1 приведены значения СКП (величина Y) радионавигационного параметра (в знаках), полученные экспериментально на разных расстояниях (величина x, в милях) от радионавигационного ориентира. На графике рис. 4.5.1 в виде кружков нанесены соответствующие точки.

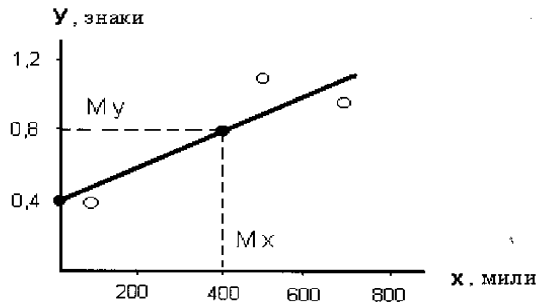


Рис. 4.5.1. Линия регрессии Y по x

Задача состоит в нахождении *приближенной регрессионной зависимости* математического ожидания $M_y(x)$ случайной величины Y от величины x, т.е. зависимости $M_y=\varphi(x)$, и показателя точности этой зависимости по выборке парных значений $(y_1, x_1), (y_2, x_2),...,(y_n, x_n)$.

Таблица 5.1.1

Осредненные значения СКП пеленгования

x	100	300	500	1000
Y	0,4	0,7	1,2	1,0

Чаще всего в навигации рассматривается линейная регрессия вида

$$y^*(x)=M_y(x)= a + bx, \qquad (4.5.1)$$

где a - оценка свободного члена, b - оценка коэффициента приближенной регрессии; y*(x) - обозначение оценки среднего значения y* как функции от x. Величина a = y*(0) является ординатой функции и линии регрессии в точке x=0; величина b = tgβ характеризует угол β наклона линии регрессии и скорость изменения функции y*(x). В данном примере суждение о линейной зависимости M_y от x можно сделать на основании графика на рис. 4.5.1.

Для определения функции приближенной регрессии рассчитывают значения следующих параметров [135, 224]:

- оценку математического ожидания $M_y = y^*=\sum_1^n y_i/n=0.82$;
- среднеее значение $x_{ср}= M_x =\sum_1^n x_i/n=400$;
- оценки СКО по формуле Бесселя (1.1.2) $\sigma_y=223,6$; $\sigma_x=0.3$;
- ковариацию R_{yx} и коэффициент корреляции по формулам [31]:

$$R_{yx} = \sum_1^n (y_i - y^*)(x_i - x^*)/(n - 1) = 57.5; \qquad (4.5.2,а)$$

$$r_{yx} = R_{yx}/\sigma_y\sigma_x = 0.86. \qquad (4.5.2,б)$$

Коэффициент приближенной регрессии величины Y по x определяют по формуле

$$b = b_{y|x} = r_{yx}\sigma_y/\sigma_x = R_{yx}/\sigma^2_x. \qquad (4.5.3)$$

Функцию приближённой регрессии после вычислении этих величин записывают в виде

$$M_y(x)=y^*(x)=M_y+b_{y|x}(x-M_x)=a+b_{y|x}x;\ a=M_y-b_{y|x}M_x. \qquad (4.5.4)$$

Если вместо элементов формулы (4.5.4) подставить соответствующие им суммы (гауссовы суммы), то получим решение линейной регрессии, к которому приводит метод наименьших квадратов:

$$B_1=\sum y_1^2;\ \ B_2=\sum y_i;\ E_1=\sum x_i^2;\ E_2=\sum x_i;$$
$$C_1=\sum y_i x_i;\ \ C_2=n \qquad (4.5.5,а)$$
$$\tilde{b}_{y|x}=\tilde{b}=\frac{C_1C_2-B_2E_2}{D}; \qquad (4.5.5,б)$$
$$\tilde{a}=\frac{B_2-\tilde{b}E_2}{D};\ D=C_2E_1-E^2_2; \qquad (4.5.5,в)$$

где $\sum=\sum_i^n$ - суммирование ведется по всем i от 1 до n. [Знак тильды убрать]

Характеристики точности полученных оценок определяют по формулам [59]:

$$m_{ап} = [\Sigma\,\Delta^2_i/(n-2)]^{0.5};\ \ \Delta_i = y_i - (a + bx_i) \qquad (4.5.6,а)$$
$$m_a = m_{ап},\ \ m_b = m_{ап}\sqrt{2}/(x_n - x_0), \qquad (4.5.6,б)$$

где $m_{ап}$, m_b, m_a - СКП аппроксимации, коэффициента и свободного члена регрессии; x_n и x_0 – значения аргумента функции в последний и начальный моменты измерений. Примером линейной регрессии является зависимость радиальной СКП относительного счисления M(t) от времени t на линейном участке функции (4.4.6). При этом линия регрессии исходит из точки начала координат, M(0)=0 и a=0, b=K_{C1}.

Оценку коэффициента точности счисления K_{C1} для линейного участка функции (4.4.6) по парной выборке невязок Lj и значений tj времени их накопления (L_1, t_1), (L_2, t_2), …, (L_n, t_n) определяют, приравняв (4.5.5,в) нулю, в виде

$$K_{C1}= b = B_2/E_2= \sum y_i/\sum x_i. \qquad (4.5.7)$$

Нелинейная регрессия. Зависимость навигационных величин от влияющих факторов y=φ(x) часто имеет нелинейный характер. Рассмотрим приближенную нелинейную регрессию трех типов: параболическую (дробно-степенную), гиперболическую (показательную) и кусочно-линейную.

Дробно-степенная регрессия имеет вид [59]

$$y^*(x) = ax^b. \qquad (4.5.8)$$

Для определения параметров a и b уравнения (4.5.8):

- логарифмируют элементы исходной выборки парных значений, получая приведенную выборку, члены которой равны $y'_j=\ln y_j$; $x'_j=\ln x_j$;
- рассчитывают гауссовы суммы по (4.5.5,а), используя значения y' и x' вместо значений y и x;
- вычисляют промежуточные оценки b’ и a’ по (4.5.5,б и в)
- рассчитывают окончательные оценки b=b’; $a=e^{a'}$..

СКП аппроксимации определяют приближённо по (4.5.6). По закону (4.5.8) изменяется радиальная СКП счисления на нелинейном участке функции типа (4.4.6) $M(t)=K_{C2}t^{\vartheta}$. Показатели этой функции K_{C2}=a и ϑ=b определяют в порядке, указанном выше.

Показательная регрессия имеет вид $y^*(x)=ab^x$; $b=e^{b'}$; $a=e^{a'}$(x’=x;

y’=lny). СКП аппроксимации рассчитывают, как указано выше.

. *Кусочно-линейная регрессия* состоит из двух или трех линейных участков. Для расчета параметров a_j и b_j наносят точки y(x) на график, намечают приблизительные границы участков, рассчитывают в пределах

каждого участка параметры линейной регрессии и уточняют границы участков по точкам пересечения линий регрессии.

Глава 5

МОДЕЛИ ПОГРЕШНОСТЕЙ АБСОЛЮТНОГО И ОТНОСИТЕЛЬНОГО СЧИСЛЕНИЯ. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

5.1 Модель погрешностей абсолютного счисления. Прогнозирование случайных процессов

Прогнозирование случайного процесса

Случайные процессы с постоянным математическим ожиданием. Прогнозирование случайного процесса X(t) состоит в оценке будущих ординат (значений) $\hat{x}$ процесса по прошлым и/или текущим его значениям. На рис.5.1.1 построен график случайного процесса.

В интервале времени (t_0, t_1) наблюдался процесс, для момента $t_1+\Theta$ необходимо найти прогнозируемое значение. В теории [23, 62, 98] известно несколько простых способов прогноза, из которых рассмотрим три:

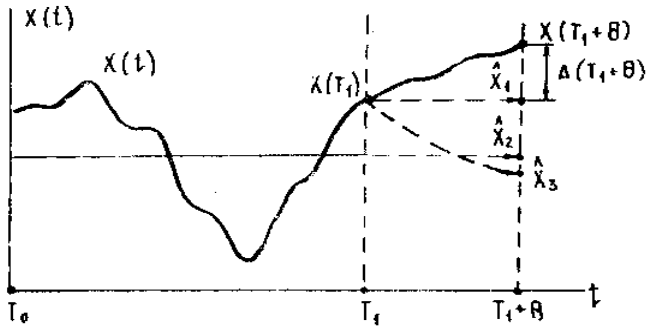


Рис. 5.1.1. Прогнозирование случайного процесса

а) *инерционный прогноз*, или прогноз по последнему измеренному значению ($x\hat{}_1$на рис. 5.1.1), при котором прогнозируемое значение и его СКП (без учета погрешностей измерения процесса) равны [62]:

$$x\hat{}_1(T_1 + \Theta) = x(T_1);\ m^2{}_1(\Theta) = 2m^2{}_x[1 - \rho(\Theta)]: \qquad (5.1.1)$$

б) *прогноз по математическому ожиданию* ($x\hat{}_2$ на рис.5.1..1) имеет два варианта:

- по априорному значению математического ожидания, при котором [62]:

$$x\hat{}_2(T_1 + \Theta) = M_x;\ m_2(\Theta) = m_x, \qquad (5.1.2,а)$$

- по оценке математического ожидания, полученной по этой же реализации на интервале времени $t=T_1-T_0$. В этом случае СКП прогноза получается на основании теоремы о составляющих случайного процесса погрешностей (3.4.15):

$$x\hat{}_2(T_1+\Theta) = x^*;\ m^2{}_2(\Theta) = m^2{}_{x^*}\rho(\Theta) + m^2{}_x[1-\rho(\Theta)], \qquad (5.1.2,б)$$

где $m_{x^*}= m_x/\sqrt{n}$; n – количество независимых измерений, эквивалентное продолжительности времени t и определяемое по (3.4.7).

в) *статистический прогноз по одной точке*, или оптимальный прогноз ($\hat{x}_3$ на рис.3.2.1), при котором

$$x\hat{}_3(T_1 + \Theta) = x^* + \rho(\Theta)[x(T_1) - x^*];\ m^2{}_3(\Theta) = m^2{}_x[1-\rho^2(\Theta)], \qquad (5.1.3)$$

где $x\hat{}_j(t_1+\Theta)$ - прогнозируемое значение случайного процесса на интервал времени Θ; M_x – математическое ожидание процесса; x^* - оценка математического ожидания (среднеарифметическое значение) процесса; $\rho(\Theta)$ - АКФ процесса, определяемая по текущей реализации или принимаемая априорно; $x(T_1)$ - последнее измеренное в момент T_1 значение процесса; $m_j(\Theta)$ - СКП прогноза, являющаяся функцией времени прогноза Θ; m_x - СКП случайного процесса.

Расчёты СКП $m_1(\Theta)$ и $m_3(\Theta)$ при разных значениях Θ показывают, что эти СКП быстро растут с увеличением времени прогноза Θ. При $\Theta \approx 0{,}5\tau_K$ наступает равенство $m_1(\Theta)=m_2(\Theta)$; с дальнейшим увеличением

Θ становится $m_1(\Theta)>m_2(\Theta)$ и при $\Theta \geq \tau_К$ наступает $m_1(\Theta)=1{,}4m_2(\Theta)$. Поэтому **инерционный прогноз** *должен быть прекращён* при $\Theta=0{,}5\tau_К$. СКП оптимального прогноза растёт медленнее и равенство $m_3(\Theta) = m_2(\Theta)$ наступает при $\Theta \approx \tau_К$ и далее СКП $m_3(\Theta)$ остаётся постоянной. Поэтому **оптимальный прогноз** при $\Theta \geq \tau_К$ *может быть прекращен*.

В навигации способы (5.1.1), (5.1.2,а), (5.1.3) используют, например, при прогнозировании точки местоположения корабля, сносимого с заданной линии пути течением, после выполнения обсервации. Способ (5.1.2,б) используют, например, в процессе фильтрации (совместной обработки обсервованных и счислимых координат).

Другие простые способы прогноза (линейный и косинусный) не рассматриваем, т. к. они сложнее инерционного и менее эффективны, чем оптимальный. Отметим только, что продолжительность косинусного прогноза, реализованного в некоторых типах НК, должна быть равна интервалу корреляции погрешностей прогнозируемого НП $\Theta=\tau_К$. Более сложные способы прогнозирования, например, статистический прогноз по двум и более точкам, также не рассматриваем, т. к. при малом выигрыше в точности ВТ <1 – 3% [62] сильно усложняются расчеты.

Рассмотренные виды прогнозирования предполагают измерение НП положения корабля (ординат процесса Y(t)) в неподвижной точке, или измерение НП движения (курса и/или скорости корабля).

Регрессионный прогноз может использоваться при измерениях НП положения X(t) на движущемся корабле. На рис. 5.1.2 линия 1 изображает НП, изменяющийся под воздействием перемещения корабля и погрешностей, например, широту места. Линия 2 есть линия регрессии x*(t)=a+bt (см. разд. 4.5), линия 3 характеризует изменение НП в относительном движении (по данным курсоуказателя и лага). На интервале времени $t=T_1-T_0$ наблюдается процесс X(t) и сглаживается линией регрессии, так что в момент T_1 имеются измеренное значение x_1 и сглаженное значение $x^*(T_1)=x^*_1$. На момент $T_2=T_1+\Theta$ необходимо получить прогнозируемое значение x^ и рассчитать его СКП $m_{x^\wedge}$.

Рис. 5.1.2. Регрессионный прогноз

Отформатировано: не выделение цветом

Отформатировано: не выделение цветом

Отформатировано: не выделение цветом

Задача прогнозирования может быть решена тремя способами, рассматриваемыми ниже.

а) *Регрессионный прогноз по оценке математического ожидания* предполагает расчёт прогнозируемого значения $x^\wedge$ и его СКП $m_{x^\wedge}$ (с учётом результата (5.1.2,б) и теоремы об СКП функции) по формуле

$$x^\wedge_3 = x^*_1 + b\Theta;\ \ m^2_3(\Theta) = m^2_{ап}\rho(\Theta) + m^2_{x^*} + m^2_b\Theta^2, \qquad (5.1.4,а)$$

где m_{x^*} – СКП сглаженного значения в точке x^*_1, определяемая по (4.5.6,б); m_b – СКП коэффициента b, рассчитываемая по (4.5.6,б), в которой $(x_n - x_0)=\Theta$.

б) *Регрессионный инерционный прогноз* по последнему измеренному значению выполняют по формулам:

$$x^\wedge_1 = x_1 + b\Theta;\ \ m^2_1 = 2m^2_{ап}[1-\rho(\Theta)] + m^2_b\Theta^2 + m_{xOM}, \qquad (5.1.4,б)$$

где $m_{ап}$ – СКП аппроксимации, вычисляемая по (4.5.6,а); m_{xOM} – СКП обсервованного значения величины X (принимается в расчёт, если ею нельзя пренебречь по малости).

в) *Регрессионный статистический (оптимальный) прогноз* выполняют по формулам

$$x^\wedge_2 = x_1\rho(\Theta) + b\Theta;\ \ m^2_2 = m^2_{ап}[1-\rho^2(\Theta)] + m^2_b\Theta^2 + m^2_{xOM}. \qquad (5.1.4,в)$$

г) На практике используются два вида прогноза, которые для понимания представим как разновидности прогнозов б) и в). В момент T1, получив значение x1, определяют поправку к счислимому значению xC1 по формуле $\Delta = x_1 - x_{C1}$, где x_1– обсервованное значение НП X, x_{C1} – счислимое значение. Прогнозируемое значение на момент T_2 и его СКП равны при инерционном прогнозе (ИП) и статистическом прогнозе (СП):

$$x^\wedge_{ИП} = x_{C1} + S(\Theta) + \Delta;\ \ m_{ИП}(\Theta) = m^2_{xOM} + 2m^2_{xC}[1-\rho(\Theta)]; \qquad (5.1.4,г)$$

$$x^\wedge_{СП} = x_{C1} + S(\Theta) + \Delta\,\rho(\Theta);\ \ m_{ИП}(\Theta) = m^2_{xOM} + m^2_{xC}[1-\rho^2(\Theta)], \qquad (5.1.4,д)$$

Отформатировано: не выделение цветом
Отформатировано: не выделение цветом
Отформатировано: не выделение цветом
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано
Отформатировано

где $S(\Theta)$ – счислимое изменение НП X; m_{xC} – СКП счисления, накопленная за время Θ.

Отформатировано: не выделение цветом

Отформатировано: не выделение цветом

Отформатировано: не выделение цветом

Отформатировано: не выделение цветом

Точность измерения вектора скорости сноса корабля

Абсолютное счисление (АС), ведётся с использованием информации (НП движения) от курсоуказателя, относительного лага и измерителя абсолютной скорости (ИАС) корабля. В зависимости от периодичности поступления информации от ИАС следует различать три варианта АС: с эпизодическим, периодическим и непрерывным ее поступлением. В настоящее время в качестве ИАС используются ГАЛ, приёмоиндикаторы ГНСС и высокоточные средства обсервации, позволяющие получать абсолютную скорость корабля в результате решения соответствующей навигационной задачи.

Показателями точности векторов абсолютной скорости и скорости сноса корабля служат радиальные СКП M_V и M_v, показателем точности АС – радиальная СКП M(t), которую для определенности иногда будем обозначать $M_{AC}(t)$. Точность АС в общем случае зависит от точности измерения скорости сноса, способа прогнозирования сноса, продолжительности счисления и других факторов.

В настоящее время приемлемая модель погрешностей абсолютного счисления в навигации отсутствует. Б. Н. Беляевым в [18] предложена чрезвычайно сложная модель, которую он не пытался ни продвинуть в практику, ни проанализировать. Решение этой задачи данов [94], но оно не имеет объяснения и поэтому осталось не освоенным. Построение модели АС начинается с анализа точности способов определения абсолютной скорости.

Радиальная СКП определения скорости по ОМ. Найдем радиальную СКП M_v определения векторов скорости сноса $\mathbf{v}_{сн}$ и обсервованной (абсолютной) скорости $\mathbf{V}_{ОМ}$ корабля по двум однородным некоррелированным обсервованным местам корабля $ОМ_1$ и $ОМ_2$, точность которых характеризуется флюктуационной СКП обсервации $M_{ОМ,Ф}$. Эту величину будем обозначать ниже $M_ф$. Вектор $\mathbf{S}_{ОМ}$ перемещения корабля между обсервованными местами (рис. 5.1.3) равен $\mathbf{S}_{ОМ} = \mathbf{S}_{ЛО} + \mathbf{S}_{сн}$, где $\mathbf{S}_{ЛО}$ и $\mathbf{S}_{сн}$ – вектор перемещения по относительному

лагу и вектор сноса. Таким же уравнением $\mathbf{V}_{ОМ} = \mathbf{V}_{ЛО} + \mathbf{v}_{сн}$ связаны и средние скорости, которые считаются постоянными на интервале времени $t_{ОМ}$ между обсервациями.

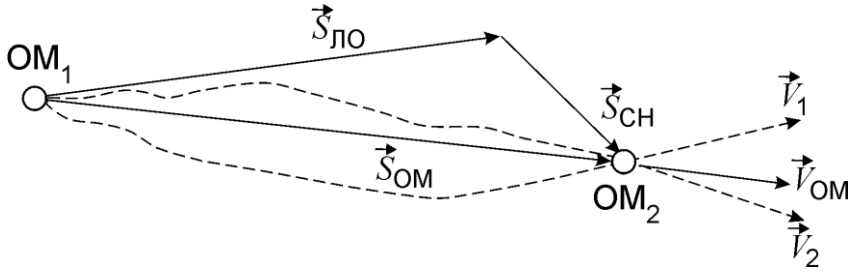


Рис. 5.1.3. Векторы перемещения корабля

Из рис. 5.1.3 следует, что точность конца вектора $\mathbf{v}_{сн}$ как поправки к вектору $\mathbf{V}_{ЛО}$, определяется радиальными СКП $M_ф$ обсервованных мест и равна $M_ф\sqrt{2}/t_{ОМ}$. Точность же его начала определяется изменяющейся на промежутке времени $t_{ОМ}$ между обсервациями (как бы флюктуационной) составляющей течения. Пунктирными линиями на рис. 5.1.3 показаны возможные траектории движения корабля, а векторами $\mathbf{V}_1$ и $\mathbf{V}_2$ – возможные скорости в момент второй обсервации. Поскольку $\mathbf{v}_{сн} = \mathbf{V}_{ОМ} - \mathbf{V}_{ЛО}$, то, применяя к этому уравнению теорему об СКП функции (3.2.1), получим выражение для радиальной СКП вектора скорости сноса

$$M_{\mathbf{v}}(t_{ОМ}) = \{2M^2_ф/t^2_{ОМ} + \sigma^2_{сн}[1 - \rho_Т(t_{ОМ})]\}^{0,5}, \quad (5.1.5) \quad (3.4.1)$$

второй член в правой части которого характеризует изменяющуюся составляющую вектора скорости сноса. Иллюстрацией мелкомасштабных вариаций вектора скорости течения является рис. 5.1.4,а, на котором показаны последовательно измеренные обсервованные скорости корабля при движении курсом 180^0 со скоростью 13 уз в Иберийском районе Атлантического океана (область слабых течений). Крупномасштабные изменения течений иллюстрируют рис. 5.1.4,б, на котором изображены четыре стадии образования меандров Гольфстрима [263].

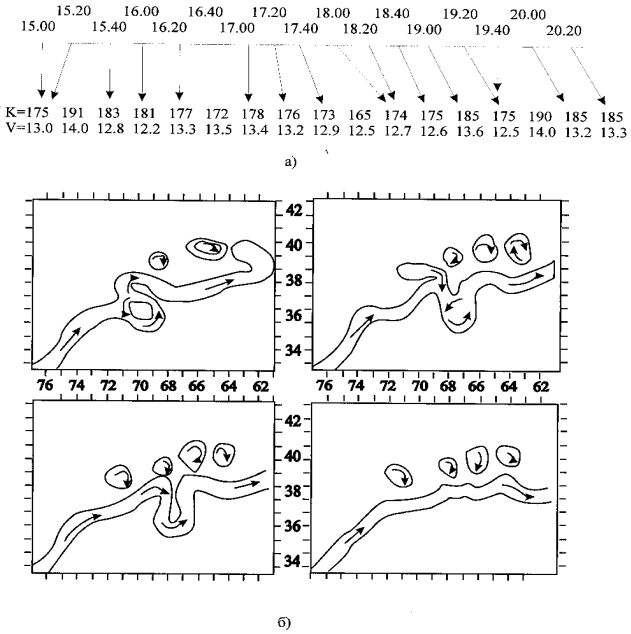


Рис. 6.3.2. Мелкомасштабные (а) и крупномасштабные (б)вариации вектора скорости течения.

Рис. 5.1.4 Мелкомасштабные (а) и крупномасштабнве вариации вектора скорости течения

Вернемся к выражению (5.1.5). Так как первый член в его правой части уменьшается с ростом t_{OM}, а второй – увеличивается, то имеется оптимальное значение времени между обсервациями $t_{OMопт}$, минимизирующее величину M_v при прочих равных условиях. На рис. 5.1.5 представлены графики изменения величины M_v при плавании в разных областях скорости течений океанов и определении места корабля по GPS с С/А-кодом при $M_ф$ = 21,2 м.

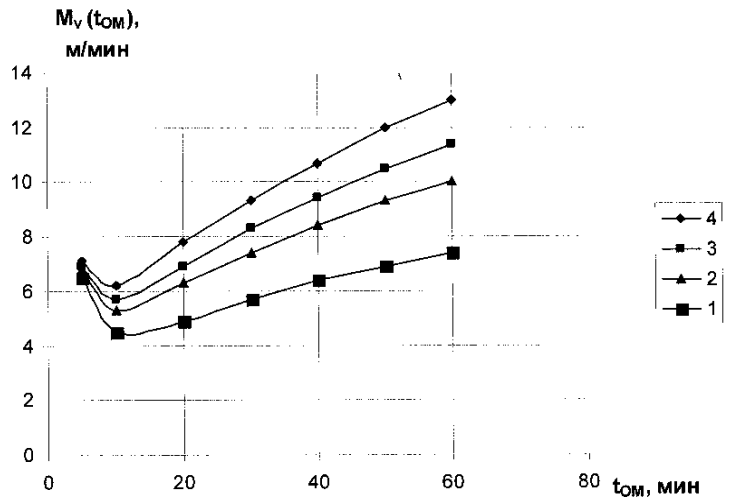


Рис. 5.1.5. Графики радиальной СКП определения скорости сноса корабля

Линия 1 характеризует область слабых, 2 – средних, 3 – сильных и 4 – очень сильных течений. Видно, что радиальная СКП $M_v(t_{OM})$, или просто M_v, с увеличением времени t_{OM} вначале уменьшается, а затем возрастает, причем это возрастание является существенным.

Величину $t_{OMопт}$ определим из условия равенства нулю производной от M_v, т.е. $dM_v/dt=0$, и проверим результаты способом последовательных приближений: зададимся величиной $t_{OM} = \tau_к$, где $\tau_к$ – интервал корреляции флюктуационной погрешности МСН обсервации, и рассчитаем $M_v(t_{OM} = \tau_К)$, затем увеличим t_{OM} и снова определим $M_v(t_{OM})$, и так далее до тех пор, пока не обозначится минимум величины $M_v(t_{OM})$. Значения величин $t_{OMопт}$ и соответствующей радиальной СКП $M_v(t_{OMопт})$ для океанского плавания корабля со скоростью 15 уз и с обсервациями по GPS (флюктуационная радиальная СКП принята равной 2,1 м при Р-коде и 21,2 м при С/А-коде приведены в табл. 5.1.1.

Таблица 5.1.1.

Оптимальные промежутки времени $t_{OMопт}$, мин, и СКП $M_v(t_{OMопт})$, уз

Вид кода	Область скорости течения							
	$1_{ОС}$		1		П		Ш	
	$t_{опт}$	$M_v(t_{опт})$	$t_{опт}$	$M_v(t_{опт})$	$t_{опт}$	$M_v(t_{опт})$	$t_{опт}$	$M_v(t_{опт})$

Р-код	2,5	2,09	2,0	0,08	2,0	0,08	2,5	0,07
С/А-код	8,5	0,20	10,0	0,18	10,0	0,17	9,0	0,15

Анализ табл. 5.1.1 приводит к выводу, что при высокоточных обсервациях и поэтому малых $t_{ОМопт}$ различие статистических характеристик течений не влияет существенно на величины $t_{ОМопт}$ и $M_v(t_{ОМопт})$. Это можно объяснить тем, что с увеличением СКЗ течений возрастает и интервал корреляции, и пропорциональное изменение этих двух величин в (5.1.5) компенсируют друг друга. Такое свойство нарушается при понижении точности обсерваций и соответствующем возрастании времени $t_{ОМопт}$. Табличный способ определения величины $t_{ОМопт}$ для произвольных условий плавания и точности обсерваций реализован в [94] и рассмотрен в главе 7..

Радиальную СКП измерения скорости сноса M_v для ГАЛ в случае отражения сигналов от дна моря следует определять по формулам:

$$M_v = M_{v\,ГАЛ} = \{M^2_И + \sigma^2_{сн}[1-\rho_T(t_Ц)] + m^2_k\}^{0,5}; \qquad (5.1.6)$$
$$M^2_И = m^2_x + m^2_y,$$

где $M_И$ – инструментальная радиальная СКП измерения скорости корабля; m_x , m_y – составляющие этой СКП по осям координат, связанной с корпусом корабля; значения этих СКП приврдятся в технической и/или нормативной документации на лаг; $t_Ц$= (256 или 300 с) – продолжительность цикла сглаживания ГАЛ; m_k – СКП , связанная с вариациями коэффициента лага при изменении скорости корабля и условий отражения сигналов; обычно ею пренебрегают, считая несущественно малой, однако этот вопрос требует дальнейшего изучения. При ревербирационном отражении сигналов ГАЛ определить элементы вектора скорости сноса невозможно. Точность счисления в этом случае соответствует точности ОС на горизонте глубины реверберации.

Вариант АС с эпизодическим поступлением абсолютной информации

Элементы теории счисления. В случае эпизодического поступления абсолютной информации от любого из её датчиков вектор $\mathbf{S}_{AC}(t)$ предполагаемого перемещения корабля по абсолютному счислению с учетом непрерывно измеряемой относительной скорости $\mathbf{V}_{ЛО}(t')$ и измеренного в момент T_0 вектора скорости сноса $\mathbf{V}_0$ равен

$$\mathbf{S}_{AC}(t) = \int_0^t \mathbf{V}_{ЛО}(t')dt' + \int_0^t \mathbf{V}_0 G(t')dt' = \mathbf{S}_{ЛО} + \mathbf{V}_0 t, \quad (5.1.7)\ (3.4.3^*)$$

при G(t') = 1, что соответствует инерционному прогнозу случайного процесса (5.1.1), $\mathbf{S}_{AC}(t) = \mathbf{S}_{ЛО} + \mathbf{V}_0 t$, где $\mathbf{V}_{ЛО}(t')$ – вектор относительной скорости корабля как случайная функция текущего времени t'; $\mathbf{V}_0$ – вектор измеренного сноса в начальный (нулевой) момент счисления; G(t') – функция, в соответствии с которой учитывается вектор $\mathbf{V}_0$. Выше принято G(t') = 1.

Погрешность скорости сноса есть вектор $\mathbf{\Delta}_v(t)$, равный разности векторов

$$\mathbf{\Delta}_v(t') = \mathbf{V}_{сн}(t') - \mathbf{V}_0 G(t'). \qquad (5.1.8)\ (3.4.4^*)$$

Радиальная СКП, накопленная за время t счисления, определяется как дисперсия D интеграла разностного вектора $\mathbf{\Delta}_v(t')$ [75, 219]

$$M = D\left[\int_0^t \Delta_v(t')dt'\right] = \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} \rho_\Delta(t_1, t_2)dt_1 dt_2 \,|_{t_1=t_2=t}, \quad (5.1.9)\ (3..4.5)$$

где $\rho_\Delta(t_1, t_2)$ - АКФ разностного случайного процесса $\mathbf{\Delta}_v(t')$, которую с учётом результатов [219] можно принять равной

$$\rho_\Delta = \sigma_k^2 - 2\rho_k G + G^2 \qquad (5.1.10)\ (3.4.6^*)$$

где k = (сл, рг, пст) – символ, обозначающий вид случайного процесса погрешностей счисления.

Спочобы прогнозирования (расчёта) счислимого места. Функция поправки G(t) определяет способ прогнозирования (учета в

счислении) вектора скорости измеренного сноса $\mathbf{V}_0$. Например, вектор мгновенной скорости корабля в момент t' $\mathbf{V}$(t') равен $\mathbf{V}(t')=\mathbf{V}_{ЛО}(t')+\mathbf{V}_0G(t)$, т. е. измеренный вектор V0 учитывается как поправка, изменяющаяся по закону G(t). Рассмотрим два основных способа учёта в счислении (прогноза) вектора $\mathbf{V}_0$, соответствующие способам прогнозирования случайных процессов [23, 62, 75] – *инерционному* (*по последнему значению*) и *статистическому* (*оптимальному*):

а) *при инерционном прогнозе* (ИП) функция G(t) в зависимости от продолжительности t прогноза равна:

$$G(t) = 1 \text{ при } 0<t\le t_{оптИП}; \quad G(t) = 0 \text{ при } t> t_{оптИП}. \qquad (5.1.11)\ (3.4.7^*)$$

б) *при статистическом (по одной точке) прогнозе* (СП), который является оптимальным по точности прогнозирования среди простых способов предсказания, функция G(t) равна:

$$G(t) = \rho_k(t) \text{ при } 0<t\le t_{оптСП};\ G(t) = 0 \text{ при } t> t'_{оптСП}, \qquad (5.1.12)\ (3.4.8^*)$$

где $t_{оптИП}$ и $t_{оптСП}$ – оптимальная (обеспечивающая наибольшую точность счисления) продолжительность учета измеренного сноса при инерционном и статистическом прогнозах соответственно.

Определение радиальной СКП счисления. Выражения, характеризующие точность счисления, зависят от вида течений (случайные, регулярные, постоянные).

а) *Для случайной составляющей скорости сноса* корабля (или скорости течения) характеристики точности счисления получены интегрированием (5.1.9) и имеют вид:

- в случае инерционного прогноза:

$$P_{\Delta}(\upsilon_1, \upsilon_2) = \sigma^2_{сл}\{\exp[-(\upsilon_2 - \upsilon_1)] - \exp(-\upsilon_1) - \exp(-\upsilon_2) + 1\};$$
$$M_{ИП}(t) = \sigma_{сл}\tau_T Б_{ИП}(\upsilon);\ \upsilon = t/\tau_T \qquad (5.1.13)\ (3.4.9^*)$$
$$Б^2_{ИП}(\upsilon) = A^2_{сл}(\upsilon) - \upsilon(2H - \upsilon) + \upsilon^2\delta^2;\ H = 1-\exp(-\upsilon);\ \delta = M_v/\sigma_{сл}.$$

- в случае статистического прогноза:

$$P_{\Delta}(\upsilon_1, \upsilon_2) = \sigma^2_{сл}\{\exp[-(\upsilon_2 - \upsilon_1)] - \exp[(-\upsilon_2+\upsilon_1)]\};$$
$$M_{СП}(t) = \sigma_{сл}\tau_T Б_{СП}(\upsilon); \qquad (5.1.14)\ (3.4.10^*)$$
$$Б^2_{СП}(\upsilon) = A^2_{сл}(\upsilon) - \upsilon H + \upsilon^2\delta^2,$$

где член $A_{сл}(\upsilon)$ определяется выражением (4.4.8).

б) *Для регулярной составляющей скорости сноса* (течения) выражения, характеризующие точность счисления имеют вид:

- в случае инерционного прогноза:

$$M_{ИП}(t) = \sigma_{рг}\tau_T Д_{ИП}(\upsilon, t);\ \upsilon = \beta t; \qquad (5.1.15)\ (3.4.11^*)$$
$$Д^2_{ИП} = A_1C_1+A_2C_2 - A_1t - A_1\beta t + (\beta t)^2 + t^2\delta^2;$$
$$A_1 = \varphi[e^{-\gamma\upsilon}(-\gamma\cos\upsilon+\sin\upsilon)+\gamma];\ A_2 = \varphi[e^{-\gamma\upsilon}(-\gamma\sin\upsilon-\cos\upsilon)+1];$$
$$C_1 = \varphi[e^{\gamma\upsilon}(\gamma\cos\upsilon+\sin\upsilon)-\gamma];\ C_2 = \varphi[e^{\gamma\upsilon}(\gamma\sin\upsilon-\cos\upsilon)+1];$$
$$\varphi = 1/\gamma^2+1;$$

- в случае статистического прогноза:

$$M_{СП}(t) = \sigma_{рг}\tau_T Д_{СП}(\upsilon, t); \qquad (5.1.16)\ (3.4.12^*)$$
$$Д^2_{СП} = A_1C_1+A_2C_2 - A^2{}_1 + t^2\delta^2.$$

в)Для постоянной составляющей радиальную СКП определяет формула

$$M_{пст}(t) = M_v t. \qquad (5.1.17)\ (3.4.13^*)$$

Выражения, сходные с (5.1.13 – 16), получены в воздушной навигации [75], что свидетельствует об их корректности. Разница состоит в выражении величин, как функции фазы, а не времени, и в наличии члена $\upsilon^2\delta^2$ или $t^2\delta^2$, с помощью которого учитывается погрешность измерения вектора скорости сноса, которая в воздушной навигации, по видимому, считается несущественной при сравнительно малой продолжительности полётов.

Полученные выше в данном разделе математические зависимости позволяют разработать сравнительно простые способы оценивания точности различных видов счисления, реализованные в главе 7.

Анализ точности абсолютного счисления. Произведем анализ полученных функциональных зависимостей. На рис. 5.1.6 построены графики величин $А_{сл}(υ)$ (линия 1) и $Б_{ИП}(υ)$ (линия 2), определяющие зависимость радиальных СКП относительного и абсолютного счисления от нормированного времени υ.

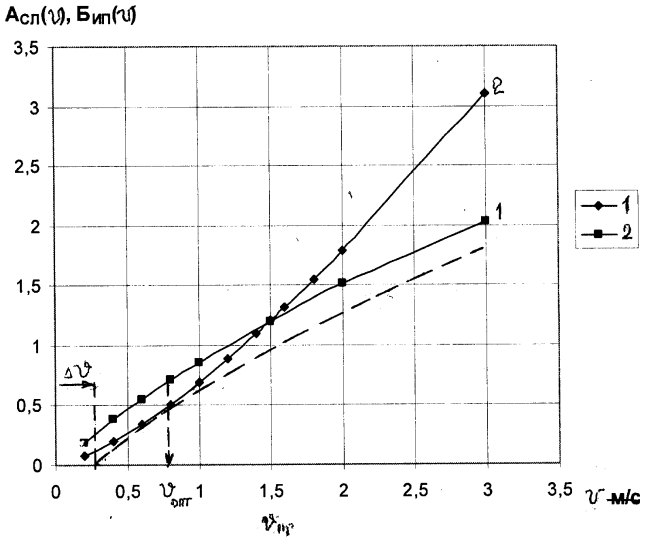


Рис. 5.1.6. Графики функций $А_{сл}(υ)$ и $Б_{ИП}(υ)$ {Убрать м/с в обозначении горизонтальной оси}

Видно, что относительному счислению соответствует параболический закон нарастания радиальной СКП счисления во времени. Аппроксимируем этот закон простыми выражениями. На начальном участке получим

$$A'_{сл}(υ) = 0{,}86υ^{0{,}88} \text{ при } υ \le 1{,}13 \text{ с } m_{ап} = 1{,}5\%, \text{ или}$$
$$A'_{сл}(υ) = 0{,}89υ \text{ с } m_{ап} = 3{,}5\%, \qquad (5.1.18)\ (3.4.14^*)$$

где $А_{сл}(υ)$ – функция, определяющая изменение радиальной СКП относительного счисления в (4.4.8); $A'_{сл}(υ)$ – ее приближение; $m_{ап}$ – СКП аппроксимации строгой функции $А_{сл}(υ)$ приближенным выражением. На практике целесообразно использовать вторую аппроксимацию. Начальный участок функции $A'_{сл}(υ)$ при $υ \le 1{,}13$ называют *линейным*, остальную часть *степенным* участком. Для степенного участка

$$A'_{сл}(\upsilon) = 0{,}97\upsilon^{0{,}65} \text{ при } \upsilon > 1{,}13 \text{ с } m_{ап} = 1{,}0\%. \qquad (5.1.19)\ (3.4.15^*)$$

Абсолютному счислению (линия 2 на рис. 5.1.6) соответствует гиперболический закон нарастания радиальной СКП счисления, имеющий на участке $\boldsymbol{\upsilon \le \upsilon_{опт}}$ при $\delta = M_v/\sigma_{сл} \le 0{,}3$ вид (для инерционного прогноза)

$$Б'_{ИП,\,сл}(\upsilon, \delta) = 0{,}69(1+0{,}3\delta)\upsilon^{1{,}37-0{,}23\delta} \text{ с } m_{ап}=3{,}0\%. \qquad (5.1.20)\ (3.4.16^*)$$

Разность функций $\Delta_A = A_{сл}(\upsilon) - Б_{ИП,сл}(\upsilon,)$ вначале возрастает с увеличением υ, достигает максимума $\Delta_A = max$ при оптимальной продолжительности (фазе) учета измеренного сноса $\upsilon = \upsilon_{опт}$, затем уменьшается до нуля при предельной продолжительности $\upsilon_{пр}$ и, если не прекратить учет сноса в этот момент, то $Б_{ИП}(\upsilon, \delta) > A_{сл}(\upsilon)$ при $\upsilon > \upsilon_{пр}$, и точность счисления с учетом измеренного и устаревшего сноса становится хуже, чем если бы снос совсем не учитывался. В случае прекращения учета измеренного вектора сноса $\mathbf{V}_0$ по истечении времени $\upsilon_{опт}$ дальнейшее нарастание радиальной СКП счисления происходит по закону $A_{сл}(\upsilon - \Delta\upsilon)$ с медленным уменьшением разности Δ_A (пунктирная линия на рис. 5.1.6), так что выигрыш в точности счисления уменьшается до $5 \div 8\%$ и остается на этом уровне до изменения условий плавания.

Значения $\upsilon_{опт}$ и $\boldsymbol{\Delta_\upsilon}$ соответствуют моменту, когда наступает равенство производных

$$dA_{СЛ}\left(\upsilon_{опт} - \Delta\upsilon\right)d\upsilon = dБ_{ИП,сл}\left(\upsilon_{опт}, \delta\right)d\upsilon \qquad (5.1.21)\ (3.4.17^*)$$

И определяются (в главе 7), исходя из этого равенства.

На рис. 5.1.7 изображены сходные с рассмотренными выше графики для случая регулярных течений. Параметру $Д_{ИП,рг}(\boldsymbol{\upsilon}, M_v/\sigma_T)$ здесь соответствует семейство графиков, которое показывает зависимость функции параметра Д, или радиальной СКП счисления, от соотношения M_v/σ_T, характеризующего точность определения вектора скорости сноса и принятого равным 0,1; 0,3; 0,5 и 0,7.

Все сказанное справедливо и для статистического прогноза, который обеспечивает выигрыш в точности счисления до 5-15% по сравнению с инерционным прогнозом.

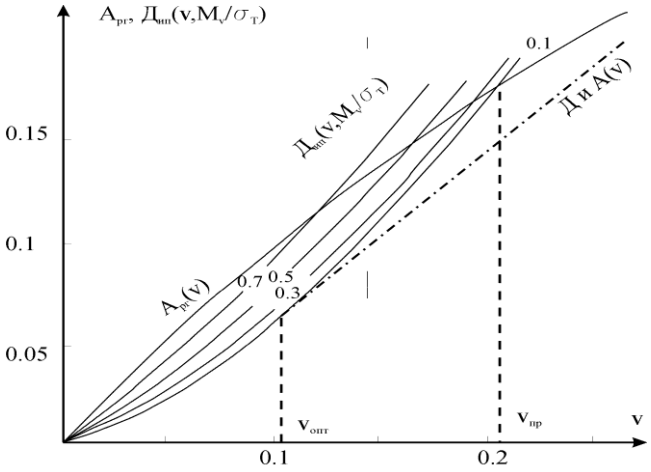


Рис. 5.1.7. Графики функций $А_{рг}(\upsilon)$ и $Д_{ип}(\upsilon, M_v/\sigma_т)$ {Аргументом является υ; её поставить вместо v в обозначенияхгориз. и верт. осей}

Величины, характеризующие закон изменения радиальной СКП счисления для случайной составляющей течений – $Б_{ИПсл}$ и $Б_{СПсл}$; $t_{оптИП}$ и $t_{оптСП}$ и такие же величины для регулярной составляющей – $Д_{ИПрг}$ и $Д_{СПрг}$; $t_{оптИП}$ и $t_{оптСП}$ табулированы в [94].

Обобщенное выражение для радиальной СКП абсолютного счисления при эпизодическом поступлении информации от датчика абсолютной скорости, основанное на использовании аппроксимаций, имеет вид:

$$M_{ОАС}(t) = \sigma_{сн}\tau\Gamma_k(\upsilon);\ \upsilon = t/\tau;\ k = (сл, рг); \qquad (5.1.22)\ (3.4.18^*)$$

где $\sigma_{сн} = (К_{h1}\sigma^2_{ндр} + К_{h2}\sigma^2_{др} + \sigma^2_{ВТ} + \sigma^2_{МСН})^{0,5}$,

$\Gamma_{сл} = [Б_{ИП}(\upsilon)$ или $А_{сл}(\upsilon - \Delta\upsilon_{сл})]$ при $(\upsilon \le \upsilon_Л$ или $\upsilon > \upsilon_Л)$;

$\Gamma_{рг} = [Д_{ИП}(\upsilon)$ или $А_{рг}(\upsilon - \Delta\upsilon_{рг})]$ при $(\upsilon \le \upsilon_Л$ или $\upsilon > \upsilon_Л)$,

где τ = (τ_T или T^*) в районах (и условиях) случайных и регулярных течений соответственно. В случае статистического прогноза в таких же выражениях используются величины $Б_{СП}(\upsilon)$ и $Д_{СП}(\upsilon)$.

Вариант периодического поступления абсолютной информации

В этом варианте счисление состоит в следующем. В момент исходной обсервации $T_{ОМ}$ определяется первый вектор скорости сноса $\mathbf{v}_1$, и ведется абсолютное счисление. Почти периодически с дискретностью $\Delta_{tv}=\Delta_t$ измеряются значения вектора скорости сноса $\mathbf{v}_i$ и учитываются в счислении до поступления следующего значения $\mathbf{v}_{i+1}$. Если $t_{опт}<\Delta_{tv}$, то в каждом цикле учёт вектора $\mathbf{v}_i$ продолжается в течение времени $t_{опт}$. Радиальную СКП $M(t_C)$ счисления за время t_C, равное $t_C = \Delta_{t1} + \Delta_{t2} + \Delta_{t3} + +\ldots$ определим по формуле

$$M_C(t_C) = [\sum_1^n M^2_i(\Delta_{tv}) + M^2(t)]^{0.5} =$$

$$= \sigma_k \tau_k [\sum_1^n \Gamma^2_k(\Delta_{tv}/\tau) + \Gamma^2_k(t/\tau)]^{0.5}, \qquad (5.1.23)\ (3.4.19^*)$$

где $M_i(\Delta_{tv})$ – радиальная СКП абсолютного счисления при эпизодическом поступлении информации, накапливаемая за интервал времени Δ_{tv}; k=(сл или рг) – символ вида АКФ; τ=(τ_T или T^*) в районах случайных или регулярных течений; n – количество полных циклов счисления, равных Δ_{tv}, в промежутке времени t_C от последней обсервации до текущего момента; t – длительность последнего неполного цикла счисления.

Величину $M_i(\Delta_{tv})$ определяют по формулам (5.1.22), подставляя $t=\Delta_{tv}$. Оценку сверху для радиальной СКП этого варианта счисления можно получить по формуле

$$M_C(t_C) \le M_i(\Delta_{tv})\sqrt{N}, \qquad (5.1.24)\ (3.4.20^*)$$

где $N=[n]=[\ t_C\ /\Delta_{tv}]$ – количество участков циклов счисления продолжительностью по Δ_{tv} на интервале t_C; $[\ ]$ – символ округления в большую сторону. Докажем справедливость (5.1. 24). Пусть в момент T_0 из точки x_0 (рис. 5.1.8) начинается абсолютное счисление с учетом измеренного вектора сноса.

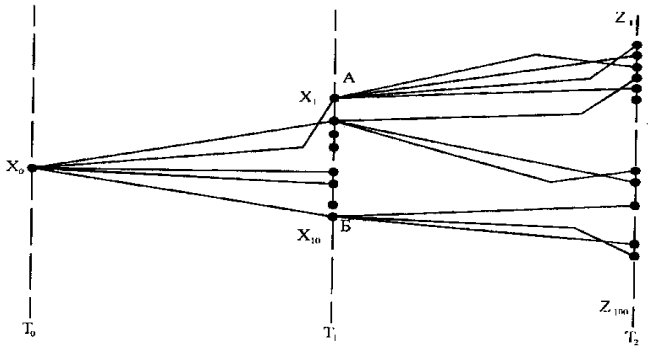


Рис. 5.1.8. К задаче о законе нарастания погрешностей абсолютного счисления

Под действием погрешностей траектория движения корабля испытывает рассеивание и в момент T_1 возможное положение корабля характеризуется совокупностью точек, находящихся в пределах отрезка АВ и подчиняющихся (по определению) нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и СКО m. Ограничимся для определенности числом n=10 точек x_1, x_2,…,x_{10}. Численные значения этих точек при статистическом моделировании могут быть выбраны из таблицы нормально распределенных случайных чисел. Дисперсия этих точек определяется формулой Гаусса $m_x^2 = \sum_1^{10} x_i^2 / 10 = m_2$.

В момент T_1 снова измеряется вектор скорости сноса и продолжается абсолютное счисление в прежних условиях. Для получения рассеивания точек на момент T_2 траектории движения нужно строить из 10 точек x_i, получая на рубеже T_2 100 точек z_j, каждая из которых образуется по правилу $z_j = x_i + y_{ij}$. Здесь y_{ij} – нормально распределенные случайные числа с нулевым математическим ожиданием и СКП $m_y = m$. Рассчитаем СКО m_z, применяя формулу Гаусса

$$m^2_z = \sum z_j^2 / 100 = \sum (x_i + y_{ij})^2 / 100 = \sum (x_i^2 + 2x_i y_{ij} + y_{ij}^2) / 100 =$$

$$= \sum 10x_i^2 / 100 + \sum 10y_{ij}^2 / 100 = m_x^2 + m_y^2 = 2m^2; \quad \sum = \sum_1^{100} \quad . \qquad (5.1.25)$$

(4.21*)

Сумма $\sum x_i y_{ij} = 0$, т.к. она представляет собой ковариацию независимых случайных величин X и У. Следовательно, $m_z=(m^2_x+m^2_y)^{0,5}$. Таким же образом можно доказать, что при дальнейшем «размножении» случайных точек на третьем рубеже окажется $m_w = (m^2_z+ m^2_x+m^2_y)^{0,5}$, и т.д. Таким образом, закон нарастания стандартной погрешности $M_C(t_C)$, выражаемый формулами (5.1.24), доказан.

Вариант непрерывного поступления абсолютной информации

Абсолютное счисление в этом варианте представляет собой разновидность абсолютного счисления с периодическим поступлением информации, при которой дискретность измерения вектора скорости сноса корабля равна продолжительности сглаживания сигналов в измерителе скорости $\Delta_{tv}=t_{сгл}$, или оптимальному интервалу между обсервациями $\Delta_{tv} = t_{ОМопт}$. На участках времени, равных Δ_{tv}, осуществляется инерционный или статистический прогноз счислимых координат в соответствии с (5.1.22).

Радиальную СКП абсолютного счисления определяют по формулам (5.1.23 или 24), поэтому при статистическом прогнозе в районах случайных и регулярных течений соответственно

$$M_i(\Delta_{tv}) = \sigma_{сн}\tau_T Б_{СП}(\upsilon);\ \upsilon = t_{сгл}/\tau_T; \qquad (5.1.26)\ (3.4.22^*)$$

$$M_i(\Delta_{tv}) = \sigma_{сн}T^* Д_{СП}(\upsilon);\ \upsilon = t_{сгл}/T^*. \qquad (5.1.27)(3.4.23^*)$$

Поскольку величина $t_{сгл}$ невелика, абсолютное счисление отличается весьма высокой точностью. Например, при плавании по счислению со скоростью 5 уз с непрерывной работой ГАЛ (принимаем произвольно M_v= 0,04 уз, $t_{сгл}$=4 мин) в продолжении 24 ч в области очень сильных течений (σ_T =1,3 уз, τ_T=12 ч) по изложенной выше методике получаем: δ=0,03; υ=0,006; Б =0,0007; М(0,006)=0,01 мили и радиальная СКП счисления $M_C(24)$=0,2 мили.

Способ статистического прогнозирования в процессе абсолютного счисления, реализуемый при автоматических вычислениях, позволяет повысить точность на 5-15% в районах случайных и на 10-20% в районах регулярных течений по сравнению с инерционным прогнозом.

5.2 Корреляция погрешностей навигационных параметров

Определение показателей корреляции

Взаимосвязь и рассеивание случайных величин X и Y в теории вероятностей [272 Вентцель] выражают два момента: второй смешанный центральный (корреляционный момент или ковариация) R_{xy} и второй смешанный начальный $R_{Нxy}$. В чистом виде степень связи случайных величин X и Y характеризует коэффициент корреляции r_{xy}. По экспериментальным данным оценки величин R_{xy} и r_{xy} рассчитывают по формулам (4.5.2):

Коэффициент корреляции погрешностей НП и ковариацию используют в навигации при оценивании точности обсервованного места корабля, оптимальной обработке навигационной информации, расчёте предельных погрешностей места корабля по заданному направлению и т. д.

Покажем важность учёта корреляции погрешностей при решении вероятностных навигационных задач на примере определения радиуса-вектора $R_П$ подеры эллипса погрешностей координат, измеряемых приёмоиндикатором РНС или вырабатываемых НК. Величину $R_П$ на основании теоремы об СКП функции (3.2.1) можно рассчитать по формуле

$$R_П = m^2_Ш\cos^2\alpha + m^2_Д\sin^2\alpha + 2rm_Ш\cos\alpha\, m_Д\sin\alpha = $$
$$= A(1+L^2+2rL)^{0,5}, \qquad (5.2.1)$$

где $L=B/A$; $A=m_Ш\cos\alpha$; $B=m_Д\sin\alpha$; $m_Ш$ и $m_Д$ – СКП определения или выработки широты (Ш) и долготы (Д) в линейных единицах; r – коэффициент корреляции погрешностей широты и долготы; α - направление радиуса-вектора подеры относительно меридиана.

Рассчитаем для α=45° и сведём в табл. 5.2.1 значения коэффициента $K_Э=R_П/R_П(r=0)$, характеризующего возрастание энтропии решения данной задачи в случае, когда для расчётов принято значение r=0, в то время как на самом деле r= (0,2; 0,4; 0,6; 0.8). Табличные данные показывают, что коэффициент $K_Э$ имеет большую величину и при L=1 и r=0.8 доходит до $K_Э$=1,34. Это значит, что при решении, например, задачи НБП линия пути корабля будет проложена в 1,34 раза ближе к навигационной опасности, чем надлежит, или же назначенная полоса движения *пл* окажется в 1,34 раза более узкой. В таком случае значительно увеличивается фактическое количество $N_Ф$ отклонений (в данном примере выходов корабля за пределы назначенной полосы движения) по сравнению с допускаемым количеством $N_{дп}$ отклонений на 1000 опытов. Значения числа $N_Ф$, рассчитанные для заданной вероятности 0,997 и $N_{дп}$ = 3, приведены в табл. 5.2.1. Можно увидеть, что уже при r=0.2 пренебрежение коэффициентом корреляции приводит к возрастанию числа отклонений вдвое против допускаемого, а при r=0.8 – более, чем в 5 раз. Это подтверждает важность определения и учёта коэффициента корреляции при решении вероятностных задач кораблевождения.

Таблица 5.2.1

Значения коэффициентов $K_Э$ и числа $N_Ф$ в зависимости от коэффициента корреляции r и величины L

Параметр	Коэффициент корреляции r			
	0,2	0,4	0,6	0,8
$K_Э$ для L = 1	1.10	1.18	1.26	1.34
$K_Э$ для L = 1.5	1.09	1.17	1.25	1.32
$K_Э$ для L = 2	1.08	1.15	1.22	1.28
$N_Ф$ для L = 1	6	11	16	22

В результате изучения корреляции погрешностей НП были обнаружены некоторые недостатки в оценивании и использовании в

навигации показателей корреляции НП в случаях, когда НП представляют собой случайные процессы.

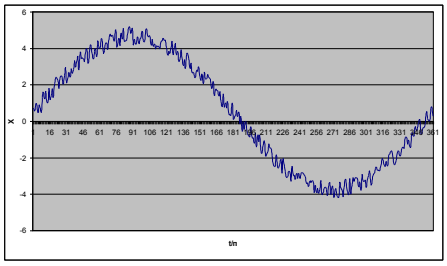
Рассмотрим возможности и условия определения коэффициента корреляции с необходимой точностью. В теории погрешностей навигационных измерений [78] доказано, что причиной корреляционных связей погрешностей является наличие в погрешностях X и Y двух однородных НП общих и частных составляющих. При этом

$$X = X_{об} + X_{ч};\ Y = Y_{об} + Y_{ч}\ , \qquad (5.2.2)$$

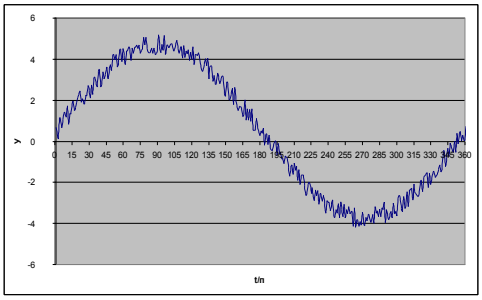
где $X_{об}$ и $Y_{об}$ – общие составляющие погрешностей; $X_{ч}$ и $Y_{ч}$ - частные составляющие. Пример такой структуры дают погрешности двух визуальных пеленгов береговых ориентиров, измеренных почти одновременно с помощью пеленгатора ПГК-2. Погрешность курса – случайный процесс Z(t) в каждый момент является общей для обоих пеленгов $Z(t)=X_{об}=Y_{об}$, а погрешности измерения пеленгов – частными $X_{ч}$ и $Y_{ч}$.

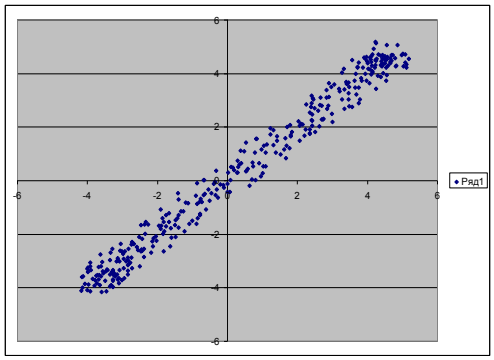
Эту модель погрешностей иллюстрирует рис. 5.2.1, на котором показаны: графики погрешностей X (а) и Y (б), а также рассеивание места корабля (в) под действием этих погрешностей (при линиях пеленгов, пересекающихся под углом 90°). Общая погрешность представляет собой квазигармонический случайный процесс, характеризуемый периодом T (для затухающих колебаний гирокомпаса равен $\approx$120 мин.), и неизвестными начальной фазой и амплитудой. Общая погрешность изображена на модели рис. 5.2.1 в виде синусоиды. Частными погрешностями в модели являются нормально распределённые случайные числа. Соотношение дисперсий общей и частных погрешностей выбрано для обеспечения наглядности и достаточно высокого качества оценок коэффициента r таким, что истинное значение $r_{И}$=0,9.

а



б





в

Рис. 5.2.1 Модели погрешностей двух НП (а и б) и рассеивание места корабля

Структура СКП m_x и m_y в соответствии с теоремой о сложении дисперсий [31] применительно к погрешностям (5.2..2) имеет вид:

$$m^2_x = m^2_{x\,об} + m^2_{x\,ч};\quad m^2_y = m^2_{y\,об} + m^2_{y\,ч}, \qquad (5.2.3)$$

где m_x и m_y – полные СКП измеряемых НП; $m_{x\,об}$ и $m_{y\,об}$ – общие СКП, часто равные между собой $m_{x\,об}=m_{y\,об}=m_{об}$; $m_{xч}$ и $m_{yч}$ – частные СКП, в общем случае не равные друг другу.

Оценивание коэффициента корреляции по опытным данным в навигации [54] производят по формуле (4.5.2) и часто получают небольшое по величине значение коэффициента r даже в условиях, когда ожидается существенная корреляция. Этот факт объясняется тем, что в разностях $(x_i - x^*)$ и $(y_i - y^*)$ выражения (4.5.2) исчезает общая погрешность. Действительно, погрешности величины X равны $x_i = x_{об} + x_{чi}$, а среднее арифметическое значение $x^* = \Sigma x_i/N = x_{об} + \Sigma x_{чi}/N$, поэтому в разности $(x_i - x^*)$ величина $x_{об}$ компенсируется и в определении коэффициента корреляции не участвует. Для подтверждения этого положения в модели рис. 5.2.1 были рассчитаны по (4.5.2) оценки коэффициента r на интервалах времени, равных T/18, относящихся к моментам 0; (1/8)T; (1/4)T; (3/8)T и т. д. Здесь T – характерный период общей погрешности. Эти оценки приведены в табл. 5.2.2. Они находятся в диапазоне от – 0,01 до 0,23, среднее значение 0,07 (вместо истинного значения 0,9). Следовательно, расчёты по (4.5.2) при продолжительности наблюдений $t_H << T$, как часто делается в кораблевождении, дают грубоошибочный результат.

Для выяснения зависимости качества оценки коэффициента r от соотношения t_H/T в модели рис. 5.2.1 произведены вычисления оценок r с накоплением времени t_H. Результаты приведены во второй строке табл. 5.2.2. Можно увидеть, что в условиях данной модели (значительная корреляционная связь погрешностей) хорошие результаты получаются

при $t_Н$ >(3/4)T. Подобный анализ показывает, что при r≈0,5 должно быть t $_Н$>(2–3)T .

Характерные периоды изменения низкочастотных составляющих погрешностей НП разного вида составляют: для пеленгов на основе гироскопических курсоуказателей T≈120 мин.; для ИНС T_1=1,4 ч; T_2= 24 ч; для ГНСС T_1=24 ч (суточный ход изменения параметров ионосферы), T_2=8 сут (период повторения конфигурации созвездий); для РНС T_1=24 ч (суточный ход метеорологических элементов); T_2=3 – 8 сут. В высокиз и средних широтах (период смены типа погоды), T_3=1 год (сезонный ход изменения проводимости подстилающей поверхности и метеоэлементов). При таких больших периодах T экспериментальное определение показателей корреляции погрешностей НП в большинстве случаев организовать в процессе ГИ практически невозможно из-за короткого времени их проведения.

Выход из положения нашёл автор [78]. При структуре погрешностей, описываемой формулами (5.2.2 и ..3), в теории погрешностей получены выражения для ковариации и коэффициента корреляции при одинаковых общих погрешностях $x_{об}$ и $y_{об}$ и СКП $m_{x\ об}$=$m_{y\ об}$=$m_{об}$ [78]:

$$R_{xy} = m^2_{об}\ ;\ r_{xy} = m^2_{об}/m_x m_y. \qquad (5.2.4)$$

В случае неодинаковых общих СКП, которые образуются, например, при переходе от погрешностей НП к погрешностям линий положения, выражение (5.2.4) приобретает вид

$$R_{xy} = m_{x\ об} m_{y\ об};\ r_{xy} = m_{x\ об} m_{y\ об}/m_x m_y . \qquad (5.2.5)$$

Решение всех вероятностных навигационных задач, требующих учёта корреляции погрешностей, основано на её определении по (5.2.4 и

..5). Однако, величины $m^2_{об}$, m_x и m_y и их соотношение определяют, как правило, по априорным данным или из теоретических соображений, и они не всегда соответствуют условиям измерений НП. Поэтому актуальной остаётся задача эмпирического оценивания коэффициента r по наблюдениям на сравнительно коротких интервалах времени в условиях, когда на моменты измерения погрешностей $X=U–U_И$ и $Y=W–W_И$ известны истинные или действительные значения $U_И$ и $W_И$ рассматриваемых НП U и W. Если существенные систематические погрешности величин U и W скомпенсированы, то остаточные и несущественные систематические составляющие погрешностей рандомизируются при их сложении [94, 176]. Это позволяет считать $x^*-U_И \approx 0$; $y^*-W_И \approx 0$. В таком случае выражение (4.5.2) может быть представлено в виде

$$R_{xy} \approx \Sigma (U_i – U_И)(W_i - W_И)/n;\ r'_{xy} \approx R_{xy}/m_U m_W, \qquad (5.2.6)$$

где m_U и m_W – полные СКП величин U и W, вычисляемые по формуле Гаусса с подстановкой истинных значений величин вместо их математических ожиданий; n – количество измерений. Для проверки способа (5.2.6) в модели рис. 5.2.1 произведены вычисления по (5.2.6). Результаты представлены в третьей и четвертой строках табл. 5.2.2. Можно увидеть, что при $t_Н \geq T/4$ качество оценки r достаточно высокое.

Таблица 5.2.2

Значения оценок коэффициента r при некоторых способах определения в зависимости от продолжительности наблюдений

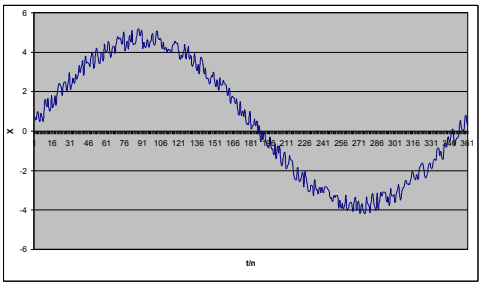
Способ определения	Продолжительность наблюдений (доли периода T)							
	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8
1. По (4.5.2)	0,23	0,12	-0,08	0,04	-0,01	0,05	0,15	0,06
2. По (4.5.2) с	0,23	0,70	0,62	0,56	0,64	0,84	0,89	0,88

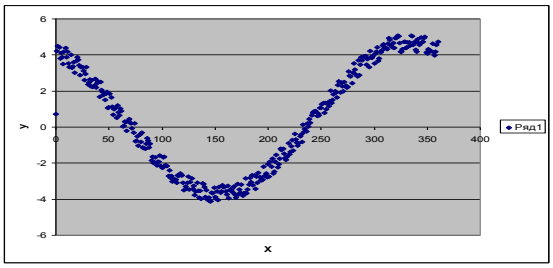
накоплением								
3. По (5.2.6)	0,26	0,91	0,95	0,88	0,01	0,95	0,94	0,87
4. По (5.2.6) с накоплением	0,26	0,83	0,90	0,90	0,87	0,89	0,90	0,90
5. По (4.5.2)	0,04	0,02	0,41	0,1	-0,23	-0,56	-0,09	-0,24
6. По (5.2.6)	-0,24	-0,91	0,48	0,94	0,08	-0,96	-0,03	0,87

Всё сказанное выше касается случаев, когда общие погрешности $X_{об}$ и $Y_{об}$ представляют собой совпадающие по фазе случайные процессы $X_{об}=Z_1(t)$ и $Y_{об}=Z_2(t)$, или один и тот же случайный процесс Z(t). Такое положение имеет место, например, в пеленговании ориентиров, и оно реализовано в модели рис. 5.2.1. В общем случае возможны варианты, когда фазы процессов $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ отличаются на 90 ^{o}, например, при измерении высот светил астронавигационными системами с искусственным горизонтом, или при выработке широты и долготы НК. Модель таких погрешностей изображена на рис. 5.2.2, а оценки коэффициента r на коротких интервалах времени по (4.5.2) и (5.2.6) приведены в строках 5 и 6 табл. 5.2.2. Средние значения коэффициента r при t_H=T в данной модели равно -0,08 в первом и 0,03 во втором случаях, т. е. при фазовом сдвиге процессов $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$, равном 90°, корреляция погрешностей практически отсутствует. Объяснение этому даёт рис. 5.2.2,в, на котором показано рассеивание места корабля, которое в этом случае характеризуется эллиптическим кольцом (по аналогии с термином «круговое кольцо» [26]), что обеспечивает положительную корреляцию во втором и четвёртом квадрантах и отрицательную – в первом и третьем квадрантах, в среднем же r=0.

Ещё один пример погрешностей такого рода даёт рис. 4.1.2 с погрешностями GPS. Точка обсервованного места в течение времени наблюдкений под влиянием плавного изменения состояния ионосферы в

зависимости от высоты Солнца перемещается справа вверх налево и в конце дня вниз, варьируясь относительно текущего среднего положения в небольших пределах. Очевидно, что погрешности определения широты и долготы имеют суточные составляющие, сдвинутые по фазе на 90°, на которые накладываются дополнительные возмущения.





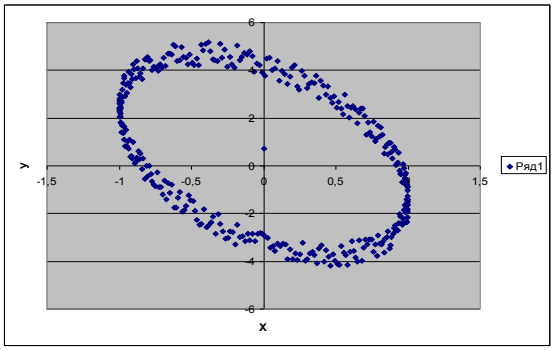


Рис. 5.2.2 Модель погрешностей при общих погрешностях, сдвинутых по фазе на 90°

Таким образом, показатели корреляции погрешностей НП на относительно коротких интервалах времени, соизмеримых с характерным периодом (или с интервалом корреляции) погрешностей НП, при наличии действительных значений НП, следует рассчитывать по (5.2.6). Если в этих условиях расчёты ведутся по (4.5.2), то получившаяся величина $r_Ф$ характеризует корреляцию флюктуационных на интервале наблюдений составляющих погрешностей НП. Поэтому и величину $r_Ф$ можно назвать *флюктуационным коэффициентом корреляции*.

Точность оценивания коэффициента корреляции

Точность оценивания воэффициента корреляции в теории погрешностей навигационной информации ранее не определялась [54, 78]. Решим этот вопрос.

В работе [24] приведено выражение для СКП оценки коэффициента корреляции

$$m_r = (1-r^2) / N^{0,5}, \qquad (5.2.7)$$

где r – точечная оценка, полученная по (4.5.2). Однако, закон распределения оценки r неизвестен, поэтому использовать величину m_r для определения качества экспериментальной оценки коэффициента корреляции не представляется возможным. На основании рекомендаций [24] можно сделать вывод о том, что для суждения о значимости коэффициента корреляции количество независимых измерений n_{min} при его определении должно быть n_{min} > (200; 25 и 10) при точечной оценке r = (0,2; 0,5; 0,8) соответственно. Однако, наиболее убедительной характеристикой качества оценки коэффициента корреляции является

доверительный интервал, в котором находится истинное значение коэффициента корреляции $r_И$ с доверительной вероятностью $P_{дв}$

$$r_l < r_И < r_h , \qquad (5.2.8)$$

где r_l и r_h – нижняя и верхняя доверительные границы для коэффициента корреляции. Эти границы, рассчитанные в соответствии с рекомендациями [24], приведены в табл. 10 приложения в зависимости от значения точечной оценки r~ (или $\tilde{\tau}$), полученной по (4.5.2), вероятности $P_{дв}$ и числа независимых измерений N, соответствующего продолжительности наблюдений $t_Н$. Количество N определяют по формуле (3.4.7).

По табличным значениям на рис. 5.2.3 построены графики доверительных границ для $P_{дв}$=0,9. Верхнее семейство графиков соответствует верхней, нижнее семейство – нижней доверительной границе. Сплошные линии относятся к точечной оценке r~=0.8, линии точек – к оценке r~=0.4, пунктирные линии – к оценке r~=0. Видно, что при малых N доверительный интервал очень широк для всех значениях $\tilde{\tau}$ и постепенно сужается с возрастанием числа N, но остаётся широким даже при N=200. Табличные данные показывают, что более высокому уровню доверительной вероятности соответствует более широкий доверительный интервал. Следовательно, достаточное качество экспериментальной оценки $\tilde{\tau}$ может быть достигнуто только в случае N>200. А это требует большой продолжительности наблюдений $t_Н$>200$\tau_К$, при которой трудно сохранить одинаковость условий наблюдений и однородность погрешностей. Рассмотрим два пути выхода из такого положения.

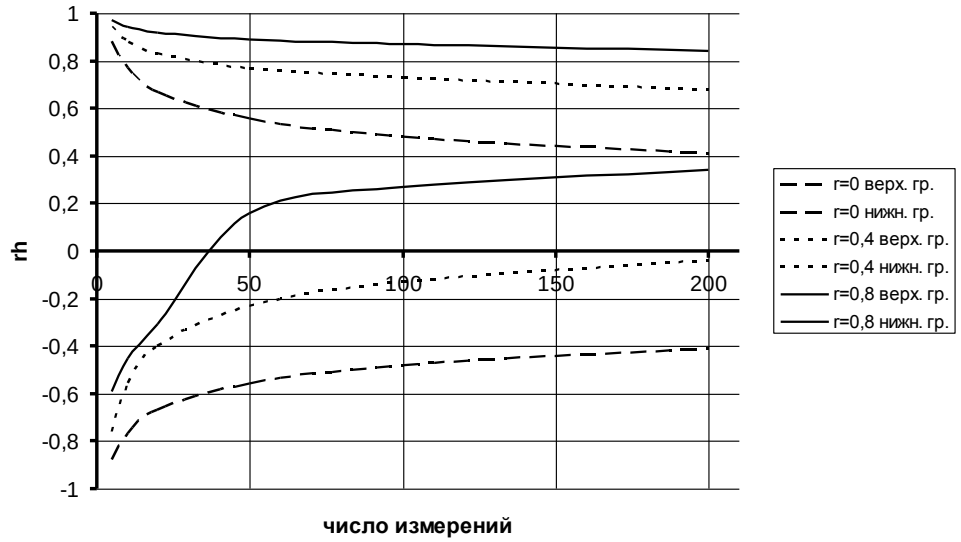


Рис. 5.2.3. Доверительные интервалы для коэффициента корреляции.

{По горизонтальной оси – число N независимых измерений. По вертикальной оси – доверительные границы r_l и r_h}

Во-первых, следует отдавать предпочтение способу определения коэффициента r по (5.2.4 или 5) в случаях, когда имеется достаточная для этого информауия. Примером может служить рекомендация приложения 5) к табл. 4.1.1 для РНС: если условия на трассах распространения сигналов (ТРС) от ведущей и двух ведомых станций к кораблю одинаковы, то r = 0, 5; когда условия на ТРС хотя бы одной из ведомых станций хуже, чем на ТРС ведущей станции, то r = 0,1 ÷ 0,2; если же самые плохие условия имеют место на ТРС ведущей станции, то r = 0,7 ÷ 0.8. Это объясняется тем, что погрешность фазы сигнала ведущей станции является общей для двух разностей фаз, а погрешности фаз ведомых станций – частными.

Величина коэффициента корреляции, согласно (5.2.4 и 5), зависит от соотношения СКП $m_{об}/m_ч$. Эта зависимость для равноточных НП

представлена в табл. 5.2.3. Например, при отношении СКП, равном 1/2, r = 0.2.

Таблица 5.2.3

Значения коэффициента корреляции в зависимости от отношения СКП $m_{об} / m_ч$

$m_{об}/m_ч$	1/3	1/2	1/1,5	1/1.2	1/1	1.2/1	1.5/1	2/1	3/1
r	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9

Во-вторых, для экспериментального оценивания коэффициента корреляции целесообразно использовать все возможности при работе МСН в определённых условиях, производя общую оценку по нескольким выборкам. Пусть в одинаковых условиях, но в разное время получены оценки R_{xy1}, r_{xy1}, m_{x1}, m_{y1} при n_1 и оценки R_{xy2}, r_{xy2}, m_{x2}, m_{y2} при n_2 (n_j – количество членов выборок), причем, как и выше, ковариации равны:

$$R_{xy1} = \sum (x_i - x_И)_1 (y_i - y_И)_1/(n_1 - 1) = \sum A / (n_1 - 1);$$
$$R_{xy2} = \sum (x_i - x_И)_2 (y_i - y_И)_2 / (n_2 - 1) = \sum B / (n_2 - 1).$$

Для того, чтобы получить общую сумму, соответствующую единой выборке, нужно умножить левые и правые части этих уравнений на (n_j – 1) и сложить их:

$$(n_1 - 1)R_{xy1} + (n_2 - 1)R_{xy2} = \sum A + \sum B = (n_1 + n_2 - 1)R_{xy\,ед}.$$

Отсюда единую оценку ковариации для двух выборок можно получить по формуле

$$R_{xy\,ед} = [(n_1 - 1)R_{xy1} + (n_2 - 1)R_{xy2}]/(n_1 + n_2 - 2). \qquad (5.2.9)$$

Подобным же образом получается выражение для единой СКП, например, $m_{x\,ед}$

$$m^2_{хед}=[(n_1 - 1)m^2_{x1} + (n_2 - 1)m^2_{x2}]/(n_1 + n_2 - 2), \qquad (5.2.10)$$

и подобное выражение для m_y. Единый коэффициент корреляции определяется по формуле $r_{xy\,ед}=R_{xy\,ед}/m_{x\,ед}m_{y\,ед}$.

Таким образом, в данном разделе установлено, что в качестве полной ковариации в навигации используют второй смешанный *начальный* момент, которому соответствуют (5.2.4 – 6), в качестве флюктуационной ковариации – второй смешанный *центральный* момент (соответствует (4.5.2)). Если величина коэффициента корреляции превышает 0,2, то его следует учитывать при решении навигационных задач. Для определения показателей корреляции следует использовать условия, когда в процессе наблюдений получаются и измеренные, и истинные значения НП. Для обеспечения достаточной точности коэффициента корреляции в условиях ограниченного времени наблюдений целесообразно определять его из теоретических соображений, когда это возможно, подтверждая экспериментальной оценкой, и/или для увеличения количества независимых измерений производить экспериментальное оценивание по нескольким выборкам.

Радиальная СКП при наличии гармонических составляющих

Заметим, что в данном разделе мы увидели влияние составляющих погрешностей НП, представляющих собой гармоническую функцию, не только на корреляцию погрешностей, но и на двумерную погрешность места корабля. В общем случае при неодинаковых амплитудах $A_x \neq A_y$ двух гармонических погрешностей, неодинаковых частных СКП $m_{xч} \neq m_{yч}$ и произвольных соотношениях A_j/m_j двумерная погрешность места корабля имеет вид неправильного эллиптического кольца, которое в

практических вычислениях может быть заменено кругом радиальной погрешности, например, $M=(m^2_{Ш}+m^2_{Д})^{0.5}$. Вероятность попадания точки местоположения корабля в элементарную площадку, расположенную внутри круга, распределена ещё более неравномерно, чем у классической радиальной СКП.

ЗР гармонической функции характеризуется значительно меньшими квантилями больших вероятностей, чем все остальные ЗР погрешностей НП (см. табл. 2.1.3). Поэтому можно утверждать, что при наличии в составе погрешностей НП гармонических составляющих вероятность попадания точки в круг радиальной СКП (а также в круги предельных радиальных погрешностей) не будет меньше той вероятности, которая рассчитывается для общих ЗР погрешностей этих НП.

5.3 Модели погрешностей инерциального счисления на основе инерциальных навигационных систем средней точности

Понятие инерциального счисления

Инерциальное счисление в большинстве случаев состоит в выработке координат корабля инерциальными навигационными системами, функционирующими в комплексе с математической моделью, и НК, включающего 2 или 3 основные ИНС (в состав НК могут входить и резервные ИНМ). Предсказание места корабля на некоторое время вперёд наиболее точно может быть выполнено (автоматически или вручную) методом абсолютного счисления с измерением вектора скорости сноса как разности векторов относительного и инерциального счисления.

В состав ИНС входят гироскопические системы, обеспечивающие стабилизацию платформ, и акселерометры, измеряющие ускорения корабля в трёх плоскостях. Наличие чувствительных элементов этих двух типов и участие относительного лага в качестве демпфирующего элемента приводит к возникновению погрешностей выработки координат со сложной структурой.

Современные ИНС и НК можно условно подразделить на два вида: средней точности и высокой точности. К ИНС средней точности (обозначим их ИНС-С, НК-С) относятся в основном ИНС полуаналитического типа на поплавковых гироскопах, например, «Ладога», «Кама». К ИНС высокой точности относятся в основном ИНС геометрического типа на электростатических гироскопах (обозначим их ИНС-В, НК-В). Все ИНС вырабатывают НП положения – координаты корабля, НП движения – его курс и составляющие вектора скорости по осям координат, и динамические параметры – углы крена и дифферента корабля, и др.

Модели погрешностей ИНС и НК

Модель погрешностей выработки широты. Изучение тонкой структуры погрешностей ИНС-С начнем со словесного описания модели погрешностей НП на выходе ИНС и НК. Погрешности выработки широты (и курса инерциального) по характеру их проявления (без анализа причин возникновения) складываются из суточной, шулеровской, случайной составляющих и погрешности, обусловленной воздействием течения. В канале выработки долготы (и курса гироазимутального) к этим составляющим добавляется уход (тренд) долготы с почти постоянной скоростью на текущем интервале времени $t_{ЦК}$ между коррекциями координат (ЦК – постоянный цикл коррекции). В процессе коррекции в НК рассчитываются и вводятся в ИНС поправки координат и поправка на скорость постоянного ухода долготы.

Суточная составляющая погрешности широты имеет период, равный в идеале $T_{сут}$=24 ч и СКП $m_{сут}=A_{сут}/\sqrt{2}$, которую можно принять за единицу.

Шулеровская составляющая имеет период $T_{шл}\approx$1,4 ч и СКП $m'_{шл} \approx A'_{шл}/\sqrt{2}$. При этом до сглаживанияя $m'_{шл}/m_{сут}\approx$0,4. Среднее квадратическое отклонение (СКО) σ_v скорости изменения погрешности для шулеровской составляющей, в соответствии с (3.4.17), оказывается значительно больше $\sigma_{vшл}/\sigma_{vсут}\approx$7. Этим определяется важность сглаживания шулеровской составляющей

Случайная составляющая погрешности широты является более широкополосной, включает несколько периодических составляющих, ее характерный период $T_{сл} \leq T_{сут}$; СКП $m_{сл}/m_{сут} \approx 0{,}5$ (см. рис. 5.3.1), СКО скорости $\sigma_{vсл} \geq \sigma_{vсут}$.

Такие соотношения погрешностей ИНС вынуждают применять сглаживание или фильтрацию случайной и шулеровской составляющих. Сглаживание на основе внутренней информации ИНС малоэффективно, поэтому реализуют фильтрацию с использованием дополнительной информации о скорости судна от относительного лага (в перспективе и от абсолютного гидроакустического лага в период его работы). В процессе фильтрации хорошо подавляется случайная и частично – шулеровская составляющие. Но взамен их к суточной и остаточной шулеровской погрешностям добавляется нордовая составляющая сноса судна течением. Это происходит за счет того, что демпфирование по относительной скорости приводит к частичной компенсации вместе со случайной погрешностью ИНС и скорости течения, которая поэтому не полностью учитывается при расчете перемещения судна. В результате снос судна течением в той или иной мере входит в погрешность ИНС. (В канале долготы в состав погрешностей вносится часть остовой составляющей сноса течением).

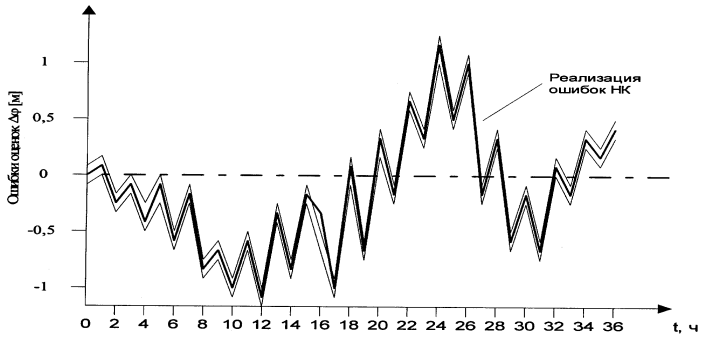


Рис. 5.3.1. Случайная, шулеровская и суточная погрешности ИНС [В размерности по вертикали написать «у. е.» (условные единицы]

На рис. 3.4.4 представлены три графика изменения широты на выходе НК-С за 24 ч. Хорошо видно присутствие во всех графиках

суточной составляющей, а в двух из них погрешностей, обусловленных полусуточным приливным течением. О наличии суточной составляющей говорит и «хвост» АКФ на рис. 5.3.2, рассчитанной по n=870 измеренным значениям при N=290 независимых значений погрешности.

В итоге погрешность широты на выходе ИНС-С представляет собой случайный процесс $\delta_{Ш}(t)$, обозначаемый далее x(t), который складывается из трех основных составляющих – суточной погрешности ИНС $\delta_{сут}(t)=x_1(t)$, сноса корабля течением $\delta_{Т}(t)=x_2(t)$ и частично скомпенсированной суммы шулеровской и случайной составляющих $\delta'_{шл}(t)=x'_3(t)$ и имеет вид

$$\delta_{Ш}(t)= x(t)= x_1(t)+ x_2(t)+ x'_3(t). \qquad (5.3.1)$$

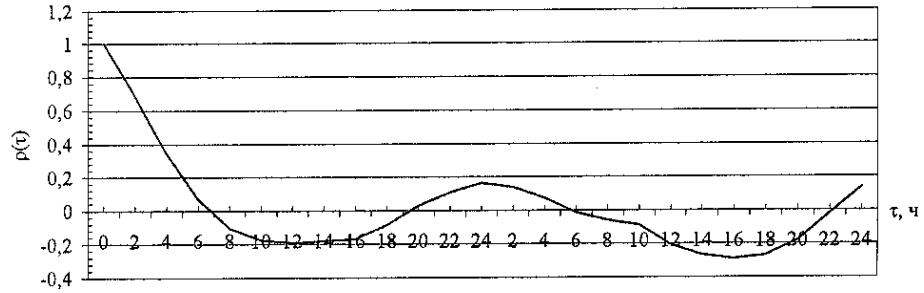


Рис.5.3.2. Автокорреляционная функция погрешностей широты

График имеет незатухающую гармоническую составляющую с периодом $T_{сут}$=24 ч и экспоненциальную (случайную) составляющую и хорошо аппроксимируется функцией:

$$P(\tau) = m^2_{П}\rho(\tau) = 0{,}22m^2_{П}\rho_1(\tau)+ 0{,}78\, m^2_{П}[\rho_2(\tau)+\rho_3(\tau)]; \qquad (5.3.2,а)$$

$$m^2_{П}= m^2_1+ m^2_2+ m^2_3; \qquad (5.3.2,б)$$

$$\rho_1(\tau) = \cos(\beta\tau); \rho_2(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|); \beta = 2\pi / T_{сут}; \alpha = 1/\tau_Т,$$

где τ=t – интервал времени счисления; $m_{П}$ и $m_1=\sqrt{0{,}22}\, m_{П}$ – полная СКП широты и ее суточная составляющая; $\rho_1(\tau)$, $\rho_2(\tau)$, $\rho'_3(\tau)$ – нормированные АКФ суточной погрешности, течений (в среднем по маршруту плавания

корабля за анализируемый период времени) и остаточной шулеровской погрешности с СКП m'_3; $\sqrt{0,78}(m^2_2+m'^2_3)$ – сумма СКП, обусловленной течением и остаточной шулеровской СКП; $\tau_т$ –интервал корреляции течения; СКП $m_2=f(\sigma_2)$ – функция величины σ_2 – СКЗ северной составляющей течения.

Анализ погрешностей приводит к выводу, что погрешность $\delta_2(t)$ характеризуется экспоненциальной АКФ и величиной $m_2=m_{ТШ}$ и не имеет систематических постоянных или изменяющихся составляющих. По рассмотренным материалам $\sigma_{ТШ}=0,54$ уз; $\tau_т=2,5$ ч, что хорошо соответствует фактически имевшим место условиям плавания в областях средних, реже слабых и иногда сильных течений океана, как это видно из табл. 4.3.2.

Интервал корреляции погрешностей выработки широты равен 4-6 ч.

Флюктуационный коэффициент корреляции погрешностей выработки широты (рассчитанный при центрированных погрешностях) для пары ИНС находится в пределах ±0,3; полный коэффициент корреляции составляет величину порядка 0,3-0,7.

Модель погрешности выработки долготы. На рис. 3.4.5 представлены графики изменения погрешностей долготы $\delta_д$ на выходе НК за сутки. Видно, что главную роль в формировании погрешностей играет уход (тренд) долготы с постоянной на интервале $t_{ЦКj}$ скоростью $v_{трj}$, на который накладываются суточная погрешность и снос корабля течением. На j-ом цикле коррекции изменяющаяся во времени погрешность $\delta_{Дj}(t)$ выработки долготы НК-С и ее СКП $m_{дj}(t)$ выражаются функциями:

$$\delta_{Дj}(t)=y(t)=v_{трj}t+y_1(t)+y_2(t); \qquad (5.3.3,а)$$

$$m^2_{Дj}(t)=\delta^2_{трj}t^2+m^2_1+m^2_2; \qquad (5.3.3,б)$$

$$y_1=\delta_{сутД}(t);\ y_2=\delta_{ТД}(t);\ m_1=m^2_{сутД};\ m_2=m^2_{ТД};$$

где t – продолжительность счисления от последней коррекции координат.

Основной характеристикой погрешностей долготы является закон распределения скорости тренда погрешности $v_{тр}$. На рис. 5.3.3 представлен типичный график кумулятивной линии скорости тренда, а в

табл. 5.3.1 приведены диапазоны экспериментальных оценок его эксцесса и асимметрии.

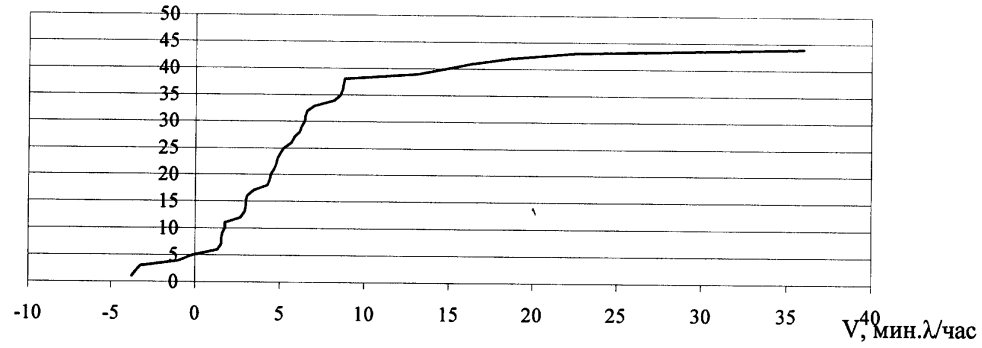


Рис. 5.3.3. Кумулятивная линия скорости тренда {По горизонтальной оси «vтр, дуг. Мин./ч»; по вертик. оси – «Количество значений»}

Эти данные показывают, что распределение имеет форму экспоненциального закона. Для его характеристики будем использовать величину СКЗ скорости тренда, например, $\sigma_{тр}$=0,72-1,0 дуг.мин/ч и коэффициенты $K_{тр}$ перехода к предельному значению скорости тренда, равные $K_{тр}$ = (1,4; 2,3 и 5,1) для вероятностей $P_{зд}$, равных 0,95; 0,98 и 0,99.

Максимальная скорость тренда и предельная погрешность выработки долготы с использованием этих данных определяются выражениями:

$$v_{max} = K\hat{}_{тр}\sigma_{тр};\ \delta\hat{}_{Д} = v_{max}t. \qquad (5.3.4)$$

Случайная функция погрешности долготы $\delta_Д(t)$ на интервале времени $\tau \geq t_{ЦК}$ представляет собой стационарный «пилообразный» случайный процесс, рассмотренный в разд. 3.4. Пример такого процесса приведён на рис. 5.3.4,

в котором время нарастания погрешности на каждом «зубе» равно $t_{ЦК}$, а амплитуда A_j «зубцов» является случайной величиной $A_j = v_{трj}t_{ЦК}$.

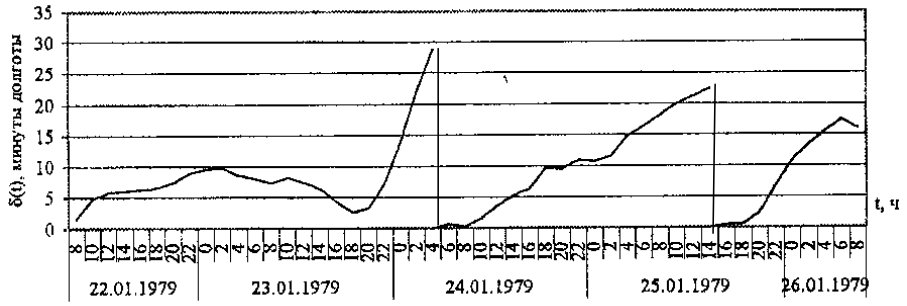


Рис. 5.3.4. Графики погрешностей долготы {В названии вертикальной оси вместо «минуты долготы» поставить «у. е.»}

Пилообразному процессу погрешностей соответствует ЗР равномерной плотности, поэтому СКП выработки долготы при таком процессе равна для отдельного j-го цикла коррекции и в среднем по длине реализации:

$$m_{Дj}=A_j/\sqrt{3};\ m_{ср}=A_{ср}/\sqrt{3};\ A^2_{ср}=\sum_1^n A_j^2 / n, \qquad (5.3.5)$$

где A_j – амплитудное значение j-го «зуба»; n – количество циклов коррекции.

Нормированная АКФ идеализированного пилообразного процесса, в котором суточная погрешность и снос течением отсутствуют, как на рис. 3.4.6,а, изображена на рис. 3.4.6,б и описывается выражением (3.4.12).

Интервал корреляции равен $\tau_к \approx 0{,}6\ t_{ЦК}$. Фактические АКФ имеют за счет влияния течений, суточной погрешности и других факторов более сложный характер, однако основные черты процесса сохраняются.

Коэффициент корреляции погрешностей выработки долготы для пары ИНС составляет величину ±(0,1- 0,2), и ею можно пренебречь при решении задач навигации. Коэффициент корреляции погрешностей широты и долготы на выходе одной ИНС равен 0,15 - 0,3.

Представляет интерес характер изменения СКП широты и долготы во времени при продолжительности счисления, превышающей $t_{ЦК}$. Изучение этого вопроса показывает, что СКП широты остается на том же

уровне, что и в первом цикле коррекции, а СКП долготы продолжает возрастать с той же скоростью $v_{тр}$..

Закон распределения погрешностей ИНС и НК. Результаты эмпирической идентификации формы закона распределения в виде оценок эксцесса и асимметрии и СКП, накапливаемой за 12 ч (в дуговых минутах) для ИНС «Ладога», сведены в табл. 6.4.1. Здесь же показано количество n независимых измерений, по которому получены оценки.

Таблица 5.3.1

Параметры законов распределения погрешностей НК с ИНС-С

Параметр	Широта		Долгота		Скорость тренда
	диапазон	среднее	диапазон	среднее	Диапазон, дуг.мин/ч
Эксцесс	0,66-1,68	1,05	0,97-6,48	1,90	7-19
Асимметрия	-0,26-0,42	-0,04	-0,01-1,94	-0,34	1,2-3,9
СКП m(12)	2,42-3,20	2,94	10,8-19,62	15,0	0,72-1,0
n	890	2630	890	2630	126

Асимметрия распределений погрешностей широты и долготы можно по критерию доверительных интервалов признать равной нулю. По величине эксцесса погрешности широты и долготы лучше всего характеризуются законом М-распределения. С позиций теоретической метрологии это можно объяснить значительной изменчивостью СКП выработки широты и долготы в связи с сильными вариациями условий работы ИНС. Значения функции распределения этого ЗР приведены в табл. 2 приложения, двусторонние квантили, равные коэффициентам предельного перехода $K_{Р1М}(P_{зд})$ и необходимые для решения вероятностных задач, приведены в табл. 2.1.3

Радиальную СКП $M_C(t)$ инерциального счисления на основе ИНС-С, накапливаемую за время t после последней коррекции координат, определяют по формуле

$$M_C(t) = [m^2_{Ш} + m^2_{Д}(t)]^{0.5}. \qquad (5.3.6)$$

В этой формуле обычно используются значения СКП $m_{Ш}$ и $m_{Д}(t)=\sigma_{vтр}t$, полученные экспериментально для каждого отдельного НК и основных совокупностей условий его работы по невязкам коррекций координат. Это объясняется тем, что каждая конкретная ИНС характеризуется некоторыми особенностями, и разные ИНС одного типа могут обладать не одинаковой точностью.

Экспериментальные оценки СКП выработки широты и долготы определяются по выборке $[L_{Ш}]=[x]$ (1.1.1) невязок $L_{Шi}$ широты и парной выборке $[L_{Д}, t]$ невязок долготы и времени их накопления, получаемых при коррекции координат и при эпизодических обсервациях. СКП широты по выборке $[L_{Ш}]$ рассчитывают по формуле Бесселя (1.1.2). Функцию регрессии СКП долготы по времени $m_{Д}(t)$ определяют по (4.5.7) с подстановкой значений $L_{Дi}$ вместо y и t вместо x.

Функция $M_C(t)$, благодаря постоянному первому члену в (5.3.6) и возрастающему второму, имеет гиперболический характер нарастания. Её график похож на линию 2 на рис. 5.1.6. Поэтому при оценивании элементов функции $M_C(t)=K_Ct^{(1+\Theta)}$ по невязкам [L] счисления значения коэффициента точности счисления K_C и показателя степени $(1+\Theta)$ определяют в соответствии с разд. 4.5 для дробно-степенной регрессии вида (4.5.8). Здесь $\Theta>0$.

5.4 Модели погрешностей инерциального счисления на основе инерциальных навигационных систем высокой точности

Модели погрешностей ИНС и НК высокой точности

Навигационные комплексы высокой точности (далее будем обозначать их НК-В) отличаются от НК-С, главным образом, значительно более точными (и дорогими) гироскопами и акселерометрами, а также более совершенной математической моделью, в комплексе с которой функционируют ИНС. В частности, математическая модель включает метод протяжённой коррекции (МПК), в процессе которой в течение времени $t_{ПК}=0{,}25T_{сут}$ работает ГАЛ в непрерывном режиме и в конце ПК производится высокоточная обсервация. .Измеренные ГАЛ значения составляющих $V_{xИ}$ и $V_{yИ}$ абсолютной (истинной) скорости движения корабля сравниваются со значениями выработанной ИНС скорости V_x и V_y. Это позволяет скомпенсировать суточную, шулеровскую

составляющие погрешностей выработки широты и долготы и постоянный уход долготы. Не обсуждая сейчас возможностей включения ГАЛ в боевой обстановке скажем, что МПК обеспечивает очень существенное повышение точности выработки координат. С другой стороны,МПК серьёзно искажает ЗР погрешностей, их корреляционные и автокорреляционные свойства – показатели, которые представляют значительный интерес для практики использования НК и проверки его точности на ГИ. Кроме того, большой интерес представляет соотношение систематических и случайных погрешностей вырабатываемых координат.

Ниже рассматриваются результаты измерения и обработки погрешностей НК-В двух типов, НК-В1 (устаревший) и НК-В2 (современный).

На рис. 5.4.1 показаны графики изменения погрешностей НК-В2 в течение суток. Можно увидеть, что погрешности выработки широты и долготы представляют собой одинаковые по характеру случайные процессы, и что амплитуда суточной составляющей меньше, чем случайное рассеивание погрешностей.

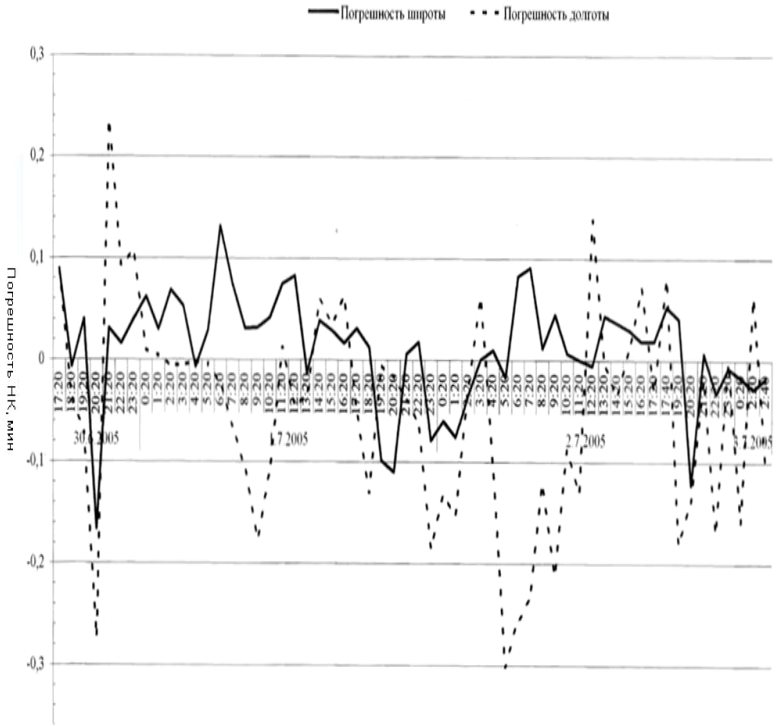


Рис. 5.4.1. Графики изменения погрешностей широты (сплошная линия) и долготы (пунктирная линия) {По горизонтальной оси «t, ч, мин.», по вертикальной оси «$\delta_{Ш}$, $\delta_{Д}$, у. е.» вертикальную надпись слева убрать }

Соотношение систематических и случайных погрешностей

Соотношение погрешностей. В табл. 5.4.1 и 5.4.2 приведены полученные с использованием программ “Microsoft Excel” (ME) статистические характеристики погрешностей НК-В2 и НК-В1 соответственно. Погрешности НК-В2 изучены на 4-х этапах работы НК в штатном режиме (этапы I, II, III и IV) при дискретности измерений Δ_t=20 мин, погрешности НК-В1 – в продолжении 6 суток при Δ_t=30 – 40 мин.

Таблица 5.4.1

Статистические характеристики погрешностей НК-В2, условные единицы

Показа-тель	Погрешности широты на этапе				Погрешности долготы на этапе			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1.Среднее	93	48	132	186	-84	241	27	15
2.СКО σ	324	156	312	129	225	162	261	150
3.СКП m	336	162	336	228	240	279	264	153
4.Эксцесс	2,89	0,94	-0,6	-1,0	0,05	-0,5	-1,2	0,14
5.Скос	-1,1	0,58	-0,9	0,06	-0,5	0,16	-0,3	-0,6
6.n/N	164/14	90/8	12/6	40/20	164/14	90/8	12/6	40/20

Таблица 5.4.2

Статистические характеристики погрешностей НК-В1, условные единицы.

Показатель	Сутки						Общая выборка
	1	2	3	4	5	6	
Погрешности широты							
1.Среднее x*	8	8	14	57	10	10	15
2.СКО σ	56	17	30	30	46	58	47
3.СКП m	57	18	33	64	46	59	49
4.Эксесс	-0,38	0,82	1,06	-0,82	-0,26	-0,98	-0,69
5.Скос	0,35	-0,62	-1,08	-0,05	0,21	-0,06	0,01
Погрешности долготы							

1.Среднее	-26	5	9	39	28	25	11
2.СКО	39	24	44	47	74	40	50
3.СКП m	47	25	45	61	79	47	51
4.Эксцесс	-0,80	-0,40	0,45	3,25	4,88	-0,90	5,76
5.Скос	0,34	-0,57	0,89	1,61	1,47	0,01	1,19

В строках 1 приведены средние за интервал наблюдений значения погрешностей x^*_j, в строках 2 – СКО σ_j, рассчитанные по формуле Бесселя (1.1.2). Рассматривая эти строки, можно увидеть, что во всех случаях систематические погрешности x* по величине меньше случайных, т. е $x^*_j<\sigma_j$, а в большинстве случаев даже $x^*_j<<\sigma_j$. Толерантный интервал для математического ожидания (интервал, в котором случайная величина находится с заданной вероятностью [224]) на основании (4.2.2) определяется как

$$M_0 - K_{P1q}m/\sqrt{N} < x^* < M_0 + K_{P1q}m/\sqrt{N}, \qquad (5.4.1)$$

где M_0 – истинное значение математического ожидания. Для $P_{зд}$=0,95 величина K_{P1q} в среднем (по табл. 2.1.3) равна 2. Тогда условие попадания оценки x* в толерантный интервал для математического ожидания, равного нулю, имеет вид $|x^*|<2m/\sqrt{N}$. Этому условию в табл. 5.3.2 и 3 соответствует 11 значений x* из 14. Следовательно, можно считать, что в 80% случаев величина x* является результатом действия случайных причин, и только в 20% случаев она является существенной.

Кроме того, систематическая погрешность для каждого этапа или суток наблюдений представляет собой случайную погрешность на всей продолжительности наблюдений, т. к. соответствует определению случайной величины. Ею «называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причём не известно заранее, какое именно» [31]. Здесь мы имеем естественную рандомизацию систематических погрешностей. Можно рассмотреть математическое ожидание M_{x^*} или функцию регрессии $M_{x^*}=\varphi(t)$, но ясно, что, во-первых, это будет очень малая величина по сравнению с СКО, во-вторых, при повторении опытов эта величина, скорее всего, примет другое значение, т. е. окажется случайной. На этом основании можно сделать вывод о том,

что погрешности выработки широты и долготы НК-В для практики можно считать случайными величинами.

В строках 3 табл. 5.4.1 и 5.4.2 приведены полные СКП вычисленные с учётом результатов разд. 5.2 по формуле

$$m_j=(x^{*2}_j+\sigma^2_j)^{0,5}. \qquad (5.4.2)$$

Докажем возможность такого определения СКП. Рассчитаем СКЗ случайной величины x* по общей (суммарной) выборке в каждой таблице по формуле $\sigma^2_{x^*}=(x^{*2}_1+x^{*2}_2+\ldots)/n$ и среднее значение СКО по формуле $\sigma^2_{ср} = (\sigma^2_1+\sigma^2_2+\ldots.)/n$. Теперь можно найти полную СКП для каждой выборки как сумму полученных выше величин.

$$m^2_П = \sigma^2_{x^*} + \sigma^2_{ср} = [(x^{*2}_1+\sigma^2_1) + (x^{*2}_2+\sigma^2_2) + \ldots.]/n$$

Сгруппировав слагаемые по номерам граф таблиц и заключив их суммы в круглые скобки, убеждаемся, что выражения в круглых скобках есть слагаемые m_j полной СКП, и верность равенства (5.4.2) доказано.

В строке 6 приведено общее количество измерений n и количество независимых измерений N, эквивалентное продолжительности наблюдений на соответствующем этапе.

Определение общей СКП при нескольких этапах наблюдений позволяет значительно повысить представительность оценок СКП и уменьшить их энтропию. Для объединения нескольких СКП вначале убеждаются, что эти СКП относятся к одной и той же генеральной совокупности с использованием критерия Фишера, предназначенного для сравнения дисперсий. Рассмотрим применение этого критерия на примере.

Проверим, какие из представленных в табл. 5.3.2 СКП выработки широты (336, 162, 336, 228) у. е. относятся к одной и той же генеральной совокупности (ГС). Сравним для этого СКП 336 и 162 у. е., полученные при 14 и 8 эквивалентных независимых измерениях соответственно; 336 и 228 у. е. (14 и 20 независимых измерений).. Выбранный из табл. VI работы [224] критерий $F_{14/8}=3,54< f=(336/162)^2=4,3$, поэтому следует признать, что СКП, равные 336 и 162 у. е., относятся к разным ГС. Величина

$F_{14/20}=2,29>f=(336/228)^2=2,17$, и СКП 336 и 228 у. е. можно считать относящимися к одной ГС. что позволяет рассчитать общую (объединённую) СКП m* по трём этапам наблюдений по формуле [224]

$$m^* = (\Sigma_1^3 N_j m_j^2 / \Sigma_1^3 N_j)^{0,5}, \qquad (5.4.3)$$

где N_j – количество независимых погрешностей, эквивалентное продолжительности этапа. В итоге по материалам I, III, IV этапов получаем $m^*_{Ш}=288$ у.е., и таким же образом для канала долготы по материалам ; I, II, III этапов $m^*_{Д}=255$ у. е.. Отметим, что максимальные погрешности в рассматриваемых выборках равны $x_{mШ}=597$; $x_{mД}=705$ у. е.

Закон распределения погрешностей

Закон распределения погрешностей вырабатываемых координат определяется величиной асимметрии (скоса) А и эксцесса Е. Оба параметра характеризуются значительным разбросом, что объясняется прежде всего нестабильностью моментов третьего и четвёртого порядка случайных величин при малом количестве независимых измерений, а также и изменчивостью условий работы НК. Экспериментальные общие по всем совокупностям наблюдений оценки оказались равными: для НК-В2 $А_{Ш}=-0,6$, $А_{Д}=-0,4$; $Е_{Ш}= 1,48$, $Е_{Д}=-0,23$; для НК-В1 $А_{Ш}=0$, $А_{Д}=1,2$; $Е_{Ш}=-0,69$; $Е_{Д}=5,76$.

Для идентификации ЗР погрешностей рассчитаем СКП оценки эксцесса по формуле [224]

$$\sigma_E=[24N(N-2)(N-3)/(N-1)^2(N+1)(N+3)]^{0,5}, \qquad (5.4.4)$$

которые для $N_{Ш}=40$ и $N_{Д}=28$ оказались равными $\sigma_{ЕШ}=0,67$, $\sigma_{ЕД}=0,77$. Сравнивая значения эксцесса с величиной σ_E, с учётом рекомендаций [224], что значениям $Е_{Ш}=1,48$ и $Е_{Д}=5,76$ соответстыуют ЗР М-распределения и экспоненциальный, а значениям $Е_{Д}=-0,23$ и $Е_{Ш}= -0,69$ – композиция ЗР Гаусса и равномерного. Подобный анализ для асимметрии показывает, что её можно принять равной нулю. Тем более, что погрешности выработки координат НК являются симметричными из теоретических соображений.

Поскольку $E_{Ш}=1{,}48>2\sigma_{EШ}=0{,}67$, то с учетом рекомендаций [224] можно считать, что закон Гаусса ($E_Г=0$) не соответствует опытным данным, а им соответствует закон М-распоеделения ($E_М=1{,}6$); в канале долготы $|E_{E\,Д}|=0{,}23<\sigma_Д$, и может быть принят закон Гаусса. Асимметрия как параметр закона распределения подробно не рассматривается, т. к. распределения погрешностей всех НП являются симметричными.

С учётом низкой представительности оценок эксцесса подходящий ЗР может быть определён по результатам исследования закона М-распределения (см. разд. 2.2). Для этого рассмотрим отношения $g=m_{max}/m_{min}$ в каждом ряду погрешностей. Эти отношения равны для НК-В2 $g_Ш=2$, $g_Д=1{,}8$; для НК-В1 $g_Ш=3.5$, $g_Д=3$. В разд. 2.2 установлено, что величине $g=2\div3$ соответствует ЗР М-распределения. Очевидно, этот закон и должен быть принят в качестве ЗР погрешностей выработки координат НК высокой точности при решении залач «в среднем» вплоть до получения дополнительной информации.

Автокорреляция и корреляция погрешностей

Автокорреляция погрешностей НП. Графики АКФ трёх НП, вырабатываемых НК-В2, приведены на рис. 5.4.1.

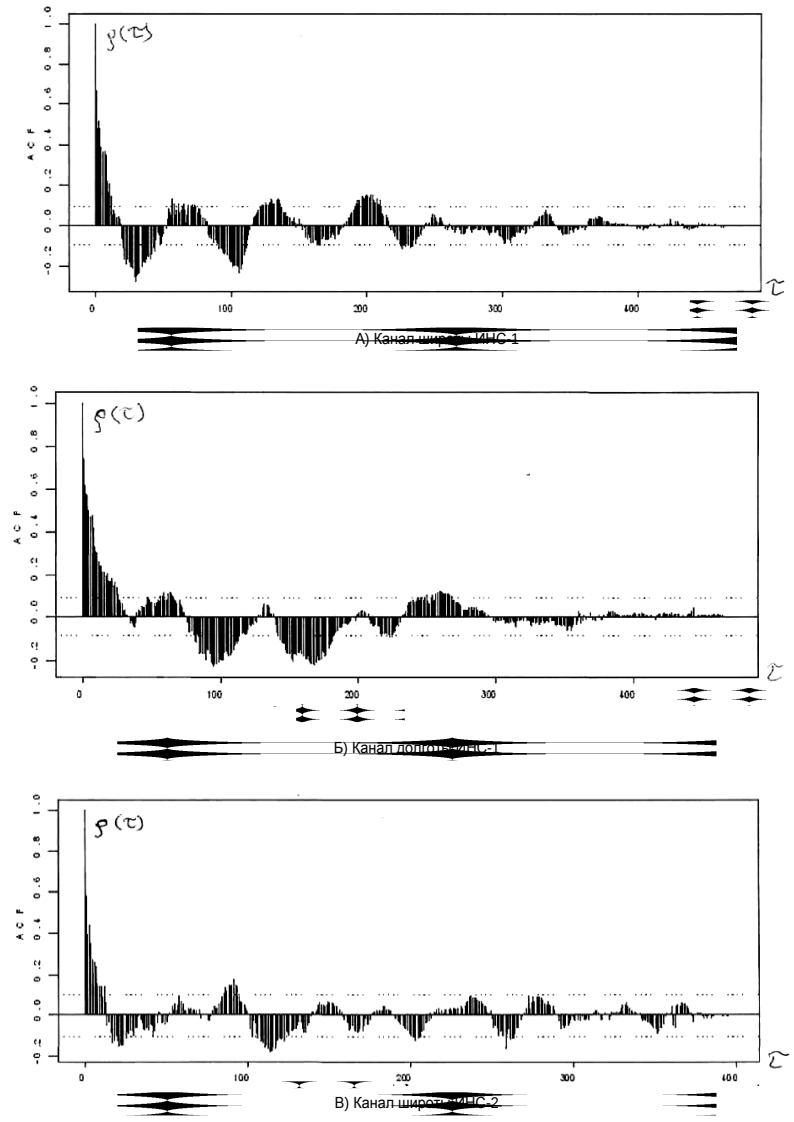


Рис. 5.4.1. Графики автокорреляционных функций {По горизонтальным осям «$k\Delta_t = \tau$» по вертикальным осям $\rho(\tau)$}

На графиках можно увидеть присутствие суточной, полусуточной, двухсуточной и случайной составляющих погрешностей. Нормированные АКФ погрешностей НП на выходе НК содержат затухающую периодическую и непериодическую (случайную) составляющие и удовлетворительно аппроксимируются выражением

$$\rho(\tau)=A_1 exp(-\alpha_1|\tau|)cos\beta\tau+A_2 exp(-\alpha_2|\tau|), \qquad (5.4.5)$$

где A_1 и A_2 — показатели доли дисперсии, приходящейся на сумму периодических составляющих и на высокочастотную непериодическую составляющую; α_1 и α_2 —факторы затухания сумм периодических и непериодических составляющих; $\beta=2\pi/T^*$ — характерная частота периодической составляющей; $T^*=24$ ч —характерный период; $\tau=i\Delta_t>0$ — интервал времени, для которого рассчитывается i-е значение АКФ; $\Delta_t=20$ мин — дискретность фиксаций погрешностей. Конкретные значения параметров АКФ, полученные в результате приближенной аппроксимации экспериментальных АКФ функцией (5.3.11), приведены в табл. 5.3.4. Здесь же показаны интервалы корреляции (ИК), снятые с графиков АКФ при $\rho(\tau)=0{,}135$.

Таблица 5.4.3

Параметры автокорреляционных функций

Навиг. Комплекс	Показатели АКФ					
	A_1	A_2	β, $ч^{-1}$	α_1, $ч^{-1}$	α_2, $ч^{-1}$	ИК
Погрешности широты						
НК-В2	0,4	0,6	0,262	0,08	2,51	3,7
НК-В1	0,6	0,4	0,262	0,21	2,07	4,3
Погрешности долготы						
НК-В2	0,4	0,6	0,262	0,21	2,07	4,1
НК-В1	0,7	0,3	0,262	0,18	2,34	4,3

Наибольший практический интерес при рассмотрении АКФ имеют интервалы корреляции погрешностей НК, которые на основании имеющихся экспериментальных данных можно считать равными $\tau_{КШ}=\tau_{КД}=\tau_К=4-5$ ч.

Корреляция погрешностей. Значения флюктуационного коэффициента корреляции погрешностей одноименных НП пар ИНС рассчитаны по стандартной программе МЕ и оказались равными:

- погрешности широты, этап I: $r_{12}=0$; $r_{13}=-0{,}3$; $r_{23}=0{,}5$;
  этап II: $r_{12}=-0{,}1$; $r_{13}=0{,}6$; $r_{23}=0{,}2$;
- погрешности долготы этап I: $r_{12}=0{,}1$; $r_{13}=0{,}1$; $r_{23}=0$;
  этап II: $r_{12}=0{,}5$; $r_{13}=-0{,}5$; $r_{23}=0{,}5$.

Значения полного коэффициента корреляции одноименных погрешностей пар ИНС (корреляции полных случайных погрешностей), рассчитаны по формуле

$$r_{AB}=\Sigma_1^n A_i B_i/(\Sigma_1^n A^2_i \Sigma_1^n B^2_i)^{0,5}, \qquad (5.4.6)$$

где A_i и B_i — члены выборок погрешностей, занесенные в графы А и В таблиц МЕ. Значения полных коэффициентов корреляции оказались равными:

- погрешности широты, этап I: r_{12}=-0,2; r_{13}=-0,3; r_{23}=-0,5;
  этап II: r_{12}= 0; r_{13}=0,5; r_{23}=0,2;
- погрешности долготы этап I: r_{12}=-0,3; r_{13}=0; r_{23}=0;
  этап II: r_{12}=0; r_{13}=0,7; r_{23}=-0,1.

Полученные результаты показывают, что обе разновидности коэффициента корреляции погрешностей ИНС характеризуются значительной изменчивостью для разных пар ИНС и для разных запусков НК и находятся в пределах широких диапазонов. Для погрешностей широты $r_Ф$=-0,3÷0,6; $r_П$=-0,5÷0,5, в среднем $r^*_П$=0. Для погрешностей долготы $r_Ф$=-0,5÷0,5; $r_П$=-0,3÷0,7, в среднем $r_П$=0. Сильный разброс значений коэффициента корреляции можно объяснить тем, что общие погрешности в одноименных показаниях разных ИНС определяются остаточными после применения ПК периодическими составляющими с неодинаковыми фазами и амплитудами (см. разд. 5.2). Это приводит к изменению общих погрешностей и к соответствующим вариациям корреляции погрешностей. На этом основании вплоть до получения более представительных данных можно при решении задач оптимизации НК считать корреляцию погрешностей ИНС отсутствующей. При оценивании точности НК в процессе решения навигационно-тактических и подобных им задач с высокими заданными вероятностями необходимо учитывать, что положительная корреляция погрешностей приводит к понижению точности НП. Поэтому для этих задач **следует принять r=0,5** (среднее значение из положительных коэффициентов корреляции, полученных выше).

Коэффициент корреляции погрешностей выработуи широты и долготы rШД рассчитывают по формуле (5.4.6). Его экспериментальные оценки

характеризуются значительной изменчивостью и находятся в пределах от -0,3 до 0,4. Для вероятностных расчётов при решении навигационно-тактических и стрельбовых задач необходимо принять наибольшее положительное значение $r_{ШД}$=0,4 из полученных экспериментальных значений.

Показатели выбросов случайных процессов погрешностей

Характеристики выбросов случайных процессов погрешностей НП имеют значение при определении показателей навигационной безопасности плавания, допускаемого времени между обсервацией и применением оружия и разработке методик испытаний НК. Поэтому по имеющимя материалам определены (в соответствии с рекомендациями [219] показатели распределения выбросов (табл. 5.4.4): время t_b нахождения случайного процесса X(t) выше нормированного уровня b=a/m или ниже уровня -b; средняя продолжительность выброса τ^*_b; СКО $\sigma(\tau)$ величины τ_b (рассчитано по формуле Бесселя); средний интервал времени t^*_B между началами двух соседних выбросов и СКО σ_{tB} этого интервала. Здесь нормированный уровень b=x/m. Поскольку дискретность записи погрешностей НП соизмерима с продолжительностью выброса, значения τ^*_b и $\sigma(\tau)$ определены приближенно. К сожалению, на продолжительности наблюдений не зафиксировано выбросов за высокие уровни b, и статистики по ним нет. При необходимости получить показатели таких выбросов приходится использовать те или иные методы экстраполирования, получая приближённые результаты

Таблица 5.4.4

Оценки параметров распределения выбросов

Вид НК, НП, t_H, ч	Уров. В	Статистические оценки					
		t_b, мин	τ^*_b,мин	$\sigma(\tau)$,мин	n	t^*_B, ч	σ_{tB}, ч
НК-В1, Ш, t_H=134 ч	1	1998	111	85	18	8	6
	1,5	780	78	56	10	13	12
	2	200	40	40	5	33	36
НК-В1, Д, t_H=134 ч	1	2280	114	82	20	7	9
	1,5	920	92	45	10	12	12
	2	160	40	40	4	33	35
	2,5	106	53	43	2	77	-
НК-В2, Ш,	1	550	55	49	10	14	26
	1,5	60	30	0	2	71	0

t_H=141 ч	2	-	-	-	-	-	-
НК-В2,	1	1344	64	44	21	9	10
Д, t_H=141	1,5	385	55	45	7	20	12
ч	2	-	-	-	-	-	-

В заключение сравним точность различных видов счисления. Для этого рассчитаем и сведем в табл. 5.4.5 радиальные СКП счисления, накапливаемые за 24 ч океанского плавания со скоростью 15 уз под действием только недрейфовых течений.

Таблица 5.4.5

Радиальные СКП счисления, мили, при t_c=24 ч

Область течений	Вид счисления								
	относ-сит.	Абсолютное при Δ_{tv}, ч					Абс. при Δ_{tv}		Инерциальное при ИНС-С
		1	1 (Э)	2	2 (Э)	4	4 мин	2 с	
1 ос	21,5	2,0	1,9	3,7	3,6	6,7	0,38	0,8	4,6 – 6,5
1	8,5	1,7		3,1			0,20		
П	6,9	1,4		2,6	2,1		0,19		
Ш	3,3	1,0		1,8			0,14		

Графы 1 (Э) и 2 (Э) содержат экспериментальные данные, полученные по более, чем 650 невязок в первом и 200 невязок во втором случае. Графа «Инерциальное» соответствует использованию ИНС «Ладога». Табличные данные позволяют увидеть соотношение точности разных видов счисления и говорят об удовлетворительном соответствии друг другу всех полученных выше результатов.

Дополнительная измерительная информация

Современные НК и ИНС вырабатывают дополнительную измерительную информацию по внутренним сигналам НК, по которой автоматически оцениваются:

- готовность к работе всех элементов структуры НК и соответствие требованиям выдаваемой ими информации (проверка

информационной целостности и *правильности* информации, циркулирующей внутри НК);

- *достоверность* навигационных и динамических параметров, вырабатываемых ИНС и НК в целом и их *логическая согласованность*, обеспечивающие повышение состоятельности выходной информации НК;
- продолжительность в каждый текущий момент времени работы НК от последней коррекции координат и время до очередной коррекции.

Эта информация характеризует качество работы двух или трех ИНС в составе НК и соответствие точности вырабатываемых ими параметров сформированным внутри НК требованиям. В соответствии с этой информацией осуществляется автоматическое управление потоками информации и формируются сигналы для подсветки светопланов и клавиш на пульте управления НК.

Основной метод установления достоверности или недостоверности информации на выходе ИНС состоит в расчете и анализе разностей Δ_{12}, Δ_{13} и Δ_{23} одноименных параметров на выходах ИНС-1, ИНС-2 и ИНС-3. Если величины разностей не превышают установленного порога, схема логического анализа выдает сигнал о достоверности всей информации по данному вырабатываемому параметру, его выходное (на выходе НК) значение рассчитывается как средневзвешенное из показаний трех ИНС, и соответствующим образом вычисляются показатели точности параметра. Если, например, значения Δ_{13} и Δ_{23} превышают порог, то схема логического анализа выдает сигнал о недостоверности информации на выходе ИНС-3, этой информации придается вес, равный нулю, выходные данные НК формируются как среднее из показаний достоверных ИНС-1 и ИНС-2. Если порог превышают все три разности, то вся информация считается недостоверной и схема комплексной обработки информации переходит на метод медианы, при котором на выход НК идет среднее из трех значений параметра.

Раздельно или одновременно с методом разностей используется метод проверки *гладкости* информации: например, решение о превышении величинами Δ_{13} и Δ_{23} порога принимается не при первом же обнаружении этого факта, а, к примеру, при 30 превышениях за минуту. Еще один метод обнаружения недостоверности (метод исключения аномальных по величине погрешностей) основан на сравнении текущих

вырабатываемых НП с прогнозируемыми на этот момент доверительными значениями по всей предыдущей информации.

Глава 6. МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТОЧНОСТИ МОРСКИХ СРЕДСТВ НАВИГАЦИИ И НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

6.1. Анализ критериев проверки соответствия точности морских средств навигации предъявляемым требованиям

Показатели достоверности методик испытаний МСН и критериев соответствия

Методики проверки точности МСН на ГИ в основном содержат перечни условий испытаний и действий участвующих в испытании лиц, а также математические условия для сравнения реальной точности проверяемого МСН с точностью, заданной в тактико-техническом задании (ТТЗ) на разработку и изготовление МСН. Такое математическое условие называют *критерием соответствия* (КС) точности МСН предъявляемым требованиям.

В главе 1 показано, что реальная точность ряда НК и МСН в условиях эксплуатации оказывается до 1,5 – 3 раз хуже объявленной точности и количественных требований ТТЗ к принимаемым на снабжение средствам. Причём этот факт, если он обнаруживается, стараются объяснить неумением личного состава эксплуатировать и использовать технику. Покажем, что основная причина такого понижения точности кроется не в подготовке личного состава, а в реальном качестве МСН и в методиках их ГИ. Методики ГИ НК, используемые в продолжение последних 30 – 35 лет, имеют три основных недостатка: кратковременность ГИ, использование для анализа точности МСН не всей доступной информации и использование несимметричных КС, необъективных по отношению к Заказчику МСН. Из этих причин только

первая является в настоящее время объективной, т. к. продолжительность ГИ ограничивается экономическими факторами. Две другие причины нуждаются в подробном анализе и в обосновании мер по их устранению.

Критерии соответствия и показатели их достоверности. Основным элементом методики ГИ является КС точности МСН требованиям ТТЗ. Критерий обеспечивает возможность сравнения какого-либо показателя точности НП, измеряемого или вырабатываемого МСН, с заданной в ТТЗ *нормой*, характеризующей требуемую точность. В настоящее время в качестве нормы погрешности НП Y обычно задается максимально допускаемая погрешность δ' (далее будем обозначать её x'), соответствующая заданной вероятности P'. Общее обозначение нормы погрешности *a*'. Для получения показателей точности выработки НП в процессе ГИ производятся совместные измерения значений y_i НП Y, измеряемого проверяемым МСН, и значений $y_{эт i}$ на выходе эталонного средства. Погрешности x_i измерения (выработки) НП на моменты t_i, равны $x_i = y_i - y_{эт i}$.

В результате наблюдений на ГИ в течение времени t_H с дискретностью измерений d_t по каждому НП Y образуется выборка [x] (1.1.1) объёмом n значений погрешности X. Если дискретность d_t меньше интервала корреляции τ_K случайного процесса погрешности X(t), то имеет значение количество N *независимых* измерений, эквивалентное продолжительности t_H и равное $N=1+t_H/\tau_K$ или $N=t_H/\tau_K$. По выборке [x] определяется какой-либо *параметр a* КС, например, СКП m (по формуле Бесселя (1.1.2) или Гаусса). Однако, сделать вывод о годности (или дефектности) МСН путём простого сравнения $a \le a'$ (или $a > a'$), как правило, не удаётся, поскольку измеренный параметр *a* есть случайная величина, которая варьируется в некоторых пределах. Поэтому простое сравнение имеет недопустимо низкую достоверность. Государственный стандарт [176], теория статистических решений [29, 34] и математическая статистика [63, 224, 245] устанавливают следующие показатели достоверности и вид научно обоснованного КС.

1) *Риск заказчика* β – вероятность того, что при использовании рассматриваемого КС будет допущена ошибка второго рода и признано годным на самом деле дефектное изделие. Риску заказчика соответствует

некоторый квантиль Кв(β) = $z_{кр}$ оперативной характеристики КС, который является пороговым значением области годности изделия. Риск заказчика является одновременно вероятностью приемки изделия в условиях случайного характера параметра *a*, если точность изделия строго соответствует требованиям ТТЗ (запас точности отсутствует).

2) *Риск изготовителя* α - вероятность того, что будет совершена ошибка первого рода и признано дефектным в действительности годное изделие. Риску изготовителя соответствует некоторый квантиль Кв(1–α), который является пороговым значением области дефектности изделия для рассматриваемого критерия.

3) *Документы, регламентирующие проведение ГИ* (государственные стандарты и документы Министерства обороны), устанавливают уровни рисков β и α равными 5, 10, 15 или 20%, и оговаривают обязательное условие β≤α.. В работе [63] предлагается в зависимости от цены потерь вследствие ошибочных решений устанавливать более важный риск, равный 1%, а менее важный – 10%. При назначении уровня рисков приходится учитывать не только научные факторы и цену потерь, но и стоимость испытаний, а также монополизм изготовителя. Мы далее будем исходить из условия равенства рисков β = α.

4) *Научно обоснованный КС* [224, 245] рассматривает две нулевые гипотезы:

- первая нулевая гипотеза H_1 состоит в том, что предлагаемое к приемке изделие (МСН) является годным по конкретному проверяемому НП, поскольку точность НП соответствует требованиям ТТЗ, т. е. *a–a'* =ε<0, где *a* и *a'* - параметры выборочной (по выборке [x]) и генеральной совокупностей величины X. При этом имеется вероятность – риск заказчика β, что при установлении справедливости гипотезы H_1 МСН по этому НП окажется негодным, т. к. условие ε < 0 выполняется потому, что в период испытаний параметр *a* случайно принимает свои малые значения. Альтернативной является гипотеза H_{1A} о негодности МСН; однако, на вопрос о дефектности изделия ответа здесь не дается;
- вторая нулевая гипотеза H_2 состоит в том, что изделие по проверяемому НП является дефектным, т. к. точность НП не соответствует (является хуже) требованиям ТТЗ, *a–a'*=ε>0. При этом

имеется вероятность – риск изготовителя α, что признанное дефектным МСН на самом деле является годным. Альтернативная гипотеза H_{2A} утверждает, что МСН не является дефектным.

Преимущество такого подхода состоит в возможности назначить при небольшом n одинаковые риски α и β, не равные 50% и создать оптимальный критерий.

5) **Критерий соответствия**, объединяющий две нулевые и две альтернативные гипотезы, состоит из трех условий (*сложный критерий*) и на основании теории статистических решений [63, 224] может быть представлен в следующем общем виде:

- при $m \leq A_1 m'$ справедлива гипотеза H_1; (6.1.1, а)
- при $m > A_2 m'$ справедлива гипотеза H_2; (6.1.1, б)
- при $A_1 m' < m < A_2 m'$ имеет место неопределенность, (6.1.1, в)

где m и m' – выборочная оценка и норма СКП; A_1 и A_2 - коэффициенты КС, рассчитываемые для конкретного КС по специальным формулам. Одним из аргументов для расчета величин A_1 и A_2 обязательно являются риски β и α.. Норма СКП m' задается в ТТЗ, или её рассчитывают с учетом фактического распределения погрешностей проверяемого НП по формуле:

$$m' = \delta'/K_{Bq}(P')k_{Ст} \quad {}_z(P')k_{Ст}; \quad P' = P_{зд}, \quad (6.1.2)$$

где $K_{Bq}(P')=K_{P1q}$ ${}_z(P')$ - квантили q-го ЗР, q=(Р, Г, М, Л, ГФ, Э) и эмпирического распределения нормированных погрешностей z=x/m; $k_{Ст}$ – коэффициент Стьюдента (табл. 4.2.1); m – выборочная оценка СКП. Ширина области неопределенности $L=A_2-A_1$ может служить критерием оптимальности КС. Чем уже область неопределенности при остальных одинаковых элементах, тем лучше критерий (тем больше его мощность, выше способность к разделению гипотез).

Для разрешения неопределенности по условию (6.1.1,в) теория статистических решений [2, 23] предполагает увеличение количества измерений, что приводит к сужению области неопределенности. В случаях, когда экономические, временные или организационные условия не позволяют это осуществить, принимают волевое решение. Можно предложить ряд рекомендаций, облегчающих принятие такого решения.

Рекомендации по повышению достоверности КС. Если при использовании КС вида (6.1.1) возникает неопределённость и нет возможности увеличить продолжительность ГИ, то можно применить следующие способы.

1) Определить фактический уровень риска $\beta_Ф$ и сравнить его с допустимым значением $\beta_{дп}$, принимаемым из условия $\beta_{дп}<0,5$, по дополнительному критерию:

- $_Ф < \beta_{дп}$, то справедлива гипотеза H_1;

(6.1.3)

- если $\beta > \beta_{дп}$, то неопределенность остается не снятой.

Значение $\beta_{дп}$ должно определяться заранее в результате соглашения Заказчика и Изготовителя и записываться в ТЗЗ или в методике ГИ.

2) Использовать новый показатель достоверности КС – *коэффициент возможного ухудшения точности* $К_{ВУТ}$ - величину, показывающую во сколько раз (максимально при заданном уровне значимости ε) точность принятого не по условию (6.1.1, а) изделия может оказаться хуже заданной точности. Коэффициент $К_{ВУТ}$ может помочь государственной комиссии оценить возможные потери в случае приемки МСН, которое нельзя признать годным. Такое же ухудшение точности получается и в случае ошибки второго рода, когда признается годным в действительности негодное МСН. Величина $К_{ВУТ}$ определяется выражением

$$К_{ВУТ} = \delta'/\delta_{min}(\varepsilon) \text{ или } К_{ВУТ} = m'/m_{min}(\varepsilon), \quad (6.1.4)$$

где $\delta_{min}(\varepsilon)$ и $m_{min}(\varepsilon)$ - минимальные значения квантилей $Кв_q(P)$ оперативных характеристик КС (функций распределения F(x) или F(m) величин δ или m) при фактическом числе n, соответствующие уровню значимости ς. Уровень значимости можно принять равным 0,01 (говорит о том, что с вероятностью $1-\varsigma=0{,}99$ коэффициент $К_{ВУТ}$ не превысит рассчитанного значения).

Коэффициент $К_{ВУТ}$ уменьшается с увеличением числа n и с применением более мощного (совершенного) критерия соответствия.

3) Учитывать новый показатель достоверности – *коэффициент необходимого запаса точности* МСН $К_{ЗТ}$, который по рассматриваемому НП позволяет оценить, каким запасом точности по сравнению с величиной δ' или m' должно обладать МСН, чтобы априорная вероятность признания его годным по данному КС была равна $P_{пр}$. Коэффициент $К_{ЗТ}$ равен

$$К_{ЗТ} = Кв_q(P_{пр})/Кв_q(\beta). \quad (6.1.5)$$

Например, применительно к рассматриваемому ниже КС «максимальной погрешности», для вероятности быть признанным годным $P_{пр}=0{,}9$ и $\beta=(0{,}2$ и $0{,}5)$ коэффициент $К_{ЗТ}=(1{,}4$ и $1{,}2)$, т.е. точность МСН должна быть выше требуемой ТТЗ на 40 и 20%. Практически коэффициент $К_{ЗТ}$ может

4) Далее рассматривается возможность увеличения выборки [x] путём привлечения дополнительной информации, получаемой в процессе стендовых, заводских ходовых испытаний и других случаев работы НК и МСН в штатном режиме. Пример обработки дополнительной информации рассмотрен в разд. 5.4 – формула (5.4.3).

В соответствии с [176, 187] при испытаниях МСН обычно в качестве КС принимают критерий “максимальной погрешности” или критерий “отсутствия выбросов”. Анализ этих критериев в документах [176, 187] и литературе [34, 69, 245] отсутствует, что делает важным их рассмотрение.

Критерий максимальной погрешности

Критерий максимальной погрешности состоит из двух условий:

а) если $x_m \le x'$, то по рассматриваемому НП Y справедлива нулевая гипотеза H_0 о годности МСН (о том, что оно удовлетворяет требованиям к точности) и МСН признается годным;

б) в противном случае при $x_m > x'$ верна альтернативная гипотеза H_1 и МСН признается дефектным по рассматриваемому НП.

Здесь x_m — максимальный по модулю член выборки [x], полученной на ГИ. Для проведения анализа воспользуемся выражением (3.3.1) для функции распределения максимальной погрешности x_m в выборке [x] объема N (независимых измерений), взятой из генеральной совокупности X. Тогда вероятность $P(X \le x_m) = F^{д}(x)^N = 2^N[F(x) - 0{,}5]^N$, и риск изготовителя равен

$$\alpha = 1 - F(z_m, N) = 1 - [F^{д}(z)]^N, \quad (6.1.6)$$

где $z = x/m$ и $z_m = x_m/m$ — случайные величины, нормированные СКП m. Риск заказчика принять по критерию а) дефектное МСН зависит от степени некондиционности МСН, которая характеризуется коэффициентом $k > 1$ [187]. При $k > 1$ МСН вместо нормы погрешности – СКП m' обеспечивает только лишь величину $m_{об} = km'$. Риск заказчика β_k равен значению функции распределения

$$\beta_k = F(z_m, N) = F^{д}(z)]^N; \; z_m = x_m / km, \quad (6.1.7)$$

и изменяется от ≈ 0 при $k > 5$ до $(1-\alpha)$ при $k \approx 1$. Значения рисков α и β (при $k \approx 1$ и P'=0,997) в зависимости от эквивалентного числа N независимых измерений при *непрерывных* наблюдениях приведены в табл. 6.1.1. При непрерывных наблюдениях отсутствует возможность пропуска выброса погрешности, приводящего к появлению максимальной погрешности x_m в выборке [x].

Таблица 6.1.1

Значения рисков α и β

N	5	10	20	40	100	231	500	1000	1940
α	0,015	0,030	0,058	0,113	0,260	0,500	0,777	0,950	0,997
β	0,985	0,970	0,942	0,887	0,740	0,500	0,223	0,050	0,003

Можно увидеть, что критерий “максимальной погрешности” при малых N является дискриминационным по отношению к Заказчику, т. к. $\beta >> \alpha$, Риски изготовителя и заказчика изменяются в зависимости от числа N и при N = 231 оказывается $\beta = \alpha = 0,5$. При N>231 риск $\beta<\alpha$ и КС становится всё более дискриминационным по отношению к Изготовителю. Таким образом, при большом числе N критерий “максимальной погрешности” приобретает объективность. К сожалению, на практике в силу экономических ограничений методики ГИ МСН предусматривают, как правило, количество $N < 20 \div 50$. С учетом того, что в ходе набора выборки [x] при дискретных измерениях возможны пропуски выбросов случайного процесса погрешностей НП, величина α может оказаться ещё меньше, а β — ещё больше.

Критерий отсутствия выбросов

Критерий “отсутствия выбросов” [187] применяется в методиках ГИ НК и имеет в качестве статистики количество N_1 выбросов случайного процесса X(t) погрешностей проверяемого НП за уровень, равный норме погрешности $\pm x' = |b|$, соответствующий заданной вероятности P'. Процесс X(t) наблюдается в течение времени t_H с дискретностью d_t. Погрешности x_i сравниваются с величиной $\pm x'$, и по результатам сравнения фиксируется событие B_1, если выброс имеет место, т. е. $|x_i| > x'$, или событие B_2, когда $|x_i| \le x'$ и выброса нет. Выборка [x] не формируется и никакие её статистики (параметры) не определяются. После окончания времени наблюдений подсчитывают число N_1 событий B_1, на основании которого принимают решение о годности или дефектности НК по критерию:

в) если $N_1 = 0$, то изделие признается годным; (6.1.8)

г) в противном случае — дефектным.

В формуляр технической документации МСН записывается в качестве показателя точности МСН максимальная погрешность x_m.

Для выполнения анализа эффективности критерия “отсутствия выбросов” решим задачу о выбросах случайного процесса X(t) погрешности НП, вырабатываемого НК высокой точности, в котором реализованы методы протяженной коррекции и фильтрации. Структура погрешностей НП, вырабатываемых таким НК, характеризуется следующими составляющими:

- квазипериодической суточной с характерным периодом T^*=24 ч и характерной частотой $\beta=2\pi/T^*$=0,262 ч$^{-1}$ и средней амплитудой, которую можно принять за единицу A=1;

- квазипериодической шулеровской с $T^*_{шл}$=1,4 ч; $\beta_{шл}$=4,488 ч$^{-1}$ и $A_{шл} \approx A/2$;

- случайной с $T^*_{сл} \le (0,1 \div 0,5)T^*_{шл}$; $A_{сл} \approx A$.

В каналах долготы и курса гироазимутального НК средней точности имеют место систематические тренды с почти постоянной скоростью на интервале (цикле) $t_{ЦК}$ между коррекциями НК; в каналах широты и курса инерциального $A_{шл} \approx A/4$; $A_{сл} \approx A/2$.

Такой модели погрешностей НК соответствуют приближенные автоковариационные функции $R(\tau)$ вида экспоненциально-косинусно-синусной (3.4.5) или экспоненциальной (3.4.6) с СКП m величины X(t), равной $m=[(A^2+A^2_{шл}+A^2_{сл})/2]^{0,5}$. В результате обработки реализаций погрешностей оказалось, что величина α_1 для разных НК и НП находится в пределах от 0,04 до 0,13 ч$^{-1}$, величина α_2 - в пределах от 0,33 до 0,65, в среднем 0,47 ч$^{-1}$. Расчеты, которые здесь не приводятся, показывают, что функция (3.4.6) обеспечивает, применительно к решению задачи о выбросах погрешностей НК, более высокое качество аппроксимации экспериментальной АКФ, чем функция (3.4.5).

В теории случайных функций [219] для стационарного центрированного гауссовского случайного процесса, характеризуемого АКФ вида (3.4.5 и 6), получены выражения для параметров

распределения выбросов, которые могут использоваться при решении задач кораблевождения:

- среднее число выбросов λ_b за нормированный уровень $+b = x'/m$ в единицу времени (интенсивность выбросов) равно

$$\lambda_b = G_j[\exp(-b^2/2)]\ \sqrt{2\pi}\ , \qquad (6.1.9)$$

где $G_1 = (\alpha^2_1+\beta^2)^{0,5}$; $G_2 = \alpha_2$ — величины, относящиеся к функциям (3.4.5) и (3.4.6) соответственно, и характеризующие соотношение СКП m процесса X(t) и СКО m_V скорости его изменения;

- среднее число выбросов за уровень b за время t равно $n = 2\lambda_b t$; умножение на 2 произведено для учета возможности выбросов за уровень $+b$ и $-b$;
- средний промежуток времени между двумя последовательными выбросами за уровень $+b$ и $-b$ равен $t_B=1/2\lambda_b$;
- средняя продолжительность выброса за уровень b

$$\tau_b = \pi[\exp(b^2/2)][1- F^д(b)]/G_j. \qquad (6.1.10)$$

где $F^д(b)$ — двусторонняя функция распределения нормального закона (например, при $b = 3$ $F^д(b) = 0{,}997$);

- вероятность $P_0(t)$ отсутствия выбросов за уровень $+b$ и $-b$ за время t равна в соответствии с теоремой Пуассона

$$P_0(t) = \exp(-2\lambda_b t) = \exp(-t/t_B). \qquad (6.1.11)$$

Графики величины $P_0(t=3$ сут; b, $\gamma)$ представлены на рис. 6.1.1. Здесь же нанесены функции распределения максимальной погрешности $F(x_m/m)$ для числа независимых измерений N=10 (линия 1) и 20 (линия 2). Правомерность совместного рассмотрения этих функций объясняется сходством критериев: если не было выбросов за уровень δ', то $x_m<\delta'$, и наоборот. Удовлетворительное соответствие законов распределения вероятности отсутствия выбросов и максимальных погрешностей

свидетельствует о верности произведенного решения задачи о выбросах (некоторая разница остается в силу того, что в задаче о выбросах учитываются корреляционные свойства процесса X(t), а в задаче о максимальной погрешности эти свойства не учитываются).

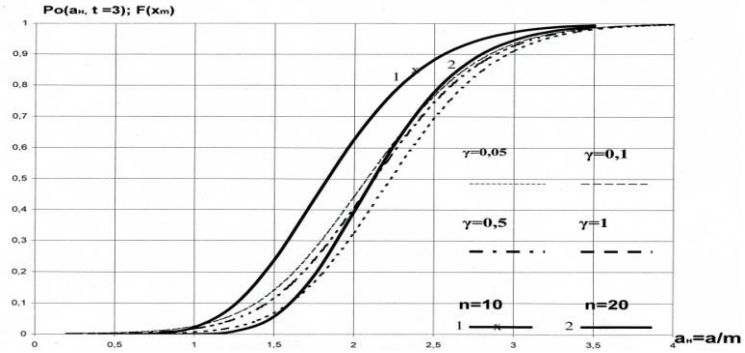


Рис. 6.1.1. Закон распределения вероятности $P_0(b)$ отсутствия выбросов для t=3 сут, γ = 0.05, 0.1, 0.5, 1.0; функции распределения максимальной погрешности $F(x_m/m)$ при n=10 (1) и n=20 (2) {По горизонтальной оси «b=x/m», по вертикальной оси «$P_0(b)$, $F(x_m/m)$»}

Выражения (6.1.9) — (6.1.11) получены в теории для стационарных гауссовских случайных процессов. Однако, реальные процессы погрешностей НП, вырабатываемых НК, не всегда стационарны по СКП и имеют ЗР, отличающиеся от закона Гаусса. В связи с этим для двух типов НК произведен экспериментальный анализ распределения выбросов случайных погрешностей выработки широты и долготы (табл. 5.4.5). Анализ подтвердил возможность расчета величин t_B и $P_0(t)$ по (6.1.9) и (6.1.11) и необходимость корректировки результатов расчетов средней длительности выброса τ_b (уменьшения полученной при расчетах величины в 2 - 3 раза). Значения среднего промежутка времени между соседними выбросами t_B, полученные с использованием (6.1.9) и эмпирических показателей АКФ, для случайного процесса погрешности $X(t)$ с АКФ вида (5.4.5), приведены в табл. 6.1.2.

Таблица 6.1.2

Расчетные значения промежутка времени t_B, сутки

Параметр α_2, $ч^{-1}$	Нормированный уровень *b*					
	0	1	1,5	2	2,5	3

0,33	0,2	0,3	0,6	1,5	4,6	18,1
0,47	0,3	0,5	0,9	2,1	6,3	25,1
0,65	0,4	0,7	1,2	2,9	9,0	35,7

Риск заказчика β в случае, когда реальная точность НК лишь незначительно уступает требованиям ТТЗ, при непрерывных наблюдениях приближенно равен вероятности $P_0(t_н)$ отсутствия выброса на интервале времени наблюдений $t_н$. Риск изготовителя $\alpha \approx 1\text{-}P_0(t_н)$. Значения вероятности $P_0(t_н)$ для средней величины α_2=0,47 $ч^{-1}$ и b=3, рассчитанные по (6.1.11), приведены в табл. 6.1.3.

Таблица 6.1.3

Вероятность отсутствия выбросов на интервале наблюдений

$t_н$, сут	3	6	9	12	18	24	40	75
$P_0(t_н) \approx \beta$	0,887	0,787	0,694	0,620	0,488	0,384	0,203	0,052

Видно, что при малой продолжительности наблюдений (3 или 6 сут.) велика естественная вероятность отсутствия выбросов, и скорей всего ни один из них на интервал наблюдений не попадёт. Поэтому критерий отсутствия выбросов является дискриминационным по отношению к Заказчику, поскольку $\beta >> \alpha$. Равенство $\beta=\alpha$=0,5 имеет место при $t_н$=17 сут., максимальная допустимая величина β=0,2 — при $t_н$ =40 сут., β=0,05 — при $t_н$=75 сут. Очевидно, что минимальная продолжительность ГИ для достижения объективности результатов ГИ должна быть равна 40 сут.

Корректный для малых $t_н$ вариант КС “отсутствия выбросов” основан на законе распределения вероятностей отсутствия выбросов случайного процесса $X(t)$ за уровень b. Критерий соответствия при этом в условиях непрерывных наблюдений имеет вид:

д) если N_1=0 на уровне $b \le 1{,}68$, то верна гипотеза H_0 при $\beta \le 0{,}2$;

е) если N_1>0 на уровне $b > 2{,}61$, то верна гипотеза H_1 при $\alpha \le 0{,}2$;

ж) если N_1>0 при $1{,}68 < b < 2{,}61$, то имеет место неопределенность.

Дискретность измерений для предотвращения возможности пропуска выбросов можно определить условием

$$d_t \le 0{,}5\tau_b. \qquad (6.1.12)$$

Если это условие не выполняется, и $d_t>\tau_b$, то вероятность $P_{обн}$ обнаружения выброса, попавшего на интервал наблюдений t_H, равна $P_{обн}=\tau_b/d_t$, а риск заказчика β' с учетом вероятности $P_{обн}$ определяется на основании свойства противоположных событий и теоремы умножения вероятностей выражением

$$\beta' = 1 - [1 - P_0(t_H)]P_{обн}. \qquad (6.1.13)$$

Таким же образом дискретность измерений влияет и на показатели достоверности критерия “максимальной погрешности”.

Риск изготовителя приближенно равен $\alpha=1-\beta'$. Например, методика испытаний НК-В2 предусматривала следующие показатели: b=3, t_H=3 сут. и d_t=2 ч. При этом величина τ_b=0,6 ч, $P_{обн}$=0,3; $P_0(t_H)$ =0,887, и риск заказчика с учетом вероятности пропуска выброса становится ещё больше, он равен **β'=0,966**, в то время как риск изготовителя — ещё меньше α==0,034. Степень дискриминационности этого КС можно оценить отношенем $0{,}966/0{,}034 \approx 30$ раз.

Коэффициент $K_{ВУТ}$ для КС «отсутствия выбросов» равен

$$K_{ВУТ} = b/Кв_{ОВ}(\varepsilon);\ b = \delta'/m, \qquad (6.1.14)$$

где $Кв_{ОВ}(\varepsilon)$ – квантиль функции распределения отсутствия выбросов, соответствующий уровню значимости ς. Например, для P'=0,997; b=3; n=20; ς=0,01 коэффициент $K_{ВУТ}=\delta'/Кв_{ОВ}(0{,}01)=3/0{,}84=3{,}5$. График зависимости вероятности $P_{ПГ}$ признания годным МСН, точность которого в k раз хуже требований ТТЗ, от величины $k=K_{ВУТ}$, представлен на рис. 6.1.2 (линия 1).

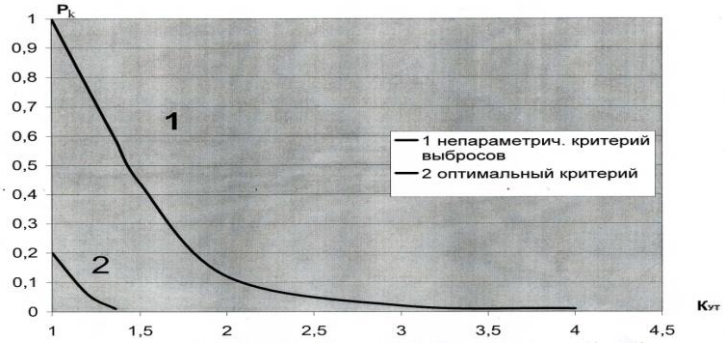


Рис.6.1.2. Вероятность признания годным МСН, точность которого в k раз хуже требований ТТЗ {По горизонтальной оси «k», по вертикальной оси «$P_{ПГ}$»}

Таким образом, в случае признания МСН годным по критерию отсутствия выбросов в традиционном варианте (по (6.1.8)) вероятность того, что на самом деле МСН некондиционно, равна 0,966; максимальное ухудшение точности с уровнем значимости 0,01 может составить 3,5 (вместо заданных, например, x'=x^$_{зд}$=600 м будем иметь x^$_{Ф}$=2100 м). С вероятностью 0,5 будет принято МСН, точность которого в 1,5 раз хуже заданной (медианное значение $Me_{Квут}$=1,5). Таковы реальные качества КС отсутствия выбросов. Подобные показатели КС максимальной погрешности лишь незначительно лучше ($К_{ВУТ}(x_m)$=2,5). Практическим подтверждением этого теоретического вывода являются данные, приведенные в табл. 1.2.1. Тем не менее, именно эти критерии используются в методиках испытаний НК, и максимальная погрешность записывается в формуляры в качестве показателя их точности в течение 36 лет, и конца этому не видно. Поэтому задача оценивания точности НК в условиях эксплуатации является особенно актуальной для штурманской службы.

6.2 Работоспособные критерии соответствия

Оптимальный критерий соответствия

Классический вариант критерия. В противовес рассмотренным выше КС в методиках ГИ может использоваться разработанный в теории статистических решений [29, 34, 245] метод последовательной проверки,

основанный на оптимальном КС. Оптимальный (по степени крутизны оперативной характеристики) КС основан на решении неравенства (6.1.1, в) на основе принципа наибольшего правдоподобия с целью получить оперативную характеристику критерия, имеющую максимальную крутизну. В классическом варианте [29, 245] критерий состоит из трех условий и реализуется в *последовательном методе*, когда результат испытаний анализируется после каждого определения погрешности x_i по условиям:

- если $\Sigma \le A'_1$, то справедлива гипотеза H_1; (6.2.1,а)
- если $\Sigma > A'_2$, то справедлива гипотеза H_2; (6.2.1, б)
- если $A'_1 > \Sigma > A'_2$, то имеет место неопределенность, (6.2.1, в)

где $\sum = \sum_1^{\nu} x_i^2$;; $x_i = y_i - y_{дсті}$;

$$A'_1 = \sqrt{d\nu + a}\ ;\ A'_2 = \sqrt{d\nu + b}\ ;\ d = \frac{\ln(m_1 / m_n)}{c};$$

$$a = \frac{2\ln(\beta / (1-\alpha))}{\theta};\quad b = \frac{2\ln((1-\beta)/\alpha)}{\theta};\ \theta = \frac{1}{m_2^2} - \frac{1}{m_1^2},$$

ν - количество измерений в выборке $[y]=y_1,...y_i,...y_\nu$;

$y_{дст}$ - действительное значение измеряемой величины Y;

m_0 и m_1 - приемочное и браковочное значения величины СКП;

β и α - риски заказчика и изготовителя.

Предполагается, что измерения y_i независимы, а их погрешности подчиняются ЗР Гаусса. Испытания заканчиваются при выполнении условия (6.2.1, а). Недостаток последовательного метода.применительно к испытаниям МСН состоит в невозможности его применения в условиях ограниченного времени испытаний и в трудности планирования испытаний, продолжительность которых заранее неизвестна.

Преобразованный вариант критерия. Преобразуем критерий (6.2.1) к виду, пригодному для использования в методах одной или двух выборок [x], более удобных для применения (за счет возможности табулирования), анализа и планирования. Этот критерий имеет вид:

- если $\le m_0 A_1 = m'A_1$, то справедлива гипотеза H_1; .(6.2.2, а)

- если > $m_1A_2 = 2{,}2184A_2m'$, то справедлива гипотеза H_2; (6.2.2, б)
- если m_1A_2 > m_0A_1, то имеет место неопределенность, (6.2.2, в)

где $\tilde{m} = \sqrt{\frac{\sum_1^\nu x_i^2}{\nu}}$ - точечная оценка СКП измерений по выборке [x];

{Здесь и по всей книге «тильду» «~» над m убрать.}

m' - норма СКП, рассчитываемая по (6.1.2) или задаваемая в ТТЗ;

$$A_1 = \sqrt{\frac{d + a/n}{e}}; \quad A_2 = \sqrt{\frac{d + b/n}{f}};$$

$$d = \ln(m_1/m_0); \; a = 2\ln(\beta/(1-\alpha)); \; b = 2\ln((1-\beta)/\alpha);$$

$e=1-m^2_0/m^2_1$; $f=m^2_1/m^2_0-1$; $m_0=m'$; $m_1=2{,}2184m'$;

n - количество независимых измерений, эквивалентное продолжительности наблюдений t_H при получении выборки [x].

Величины A_1 и A_2, рассчитанные для условия β=α, представлены в табл. 6.2.1. Здесь же показаны коэффициенты $K_{ВУТ}$ (при уровне значимости ς=0,01) и $K_{ЗТ}$ (при вероятности сдачи/приемки НК $P_{пр}$=0,9 и β=0,2).

Таблица 4.2.1

Коэффициенты A_1 и A_2 преобразованного оптимального КС

Риск β, α	Коэф-фици-ент	Количество независимых измерений								
		3	5	10	20	50	100	200	500	1000

0,003	A_1	-	-	-	0,521	0,842	0,924	0,963	0,990	0,990
	A_2	1,091	0,892	0,707	0,593	0,512	0,483	0,467	0,457	0,454
0,010	A_1	-	-					977		1,000
	A_2	0,992	0,820	0,285	0,735	0,903	0,953	464	0,990	0,453
0,050	A_1	-	-					985		1,000
	A_2			0,661	0,566	0,500	0,476	459	0,456	0,452
0,100	A_1	0,839	0,710					989		1,000
	A_2	-		0,641	0,840	0,939	0,970	457	0,990	0,452
0,200	A_1		0,348					993		1,000
	A_2	0,759		0,594	0,528	0,483	0,467	455	0,454	0,452
0,300	A_1		0,654					996	1,000	1,000
	A_2	0,275		0,749	0,883	0,955	0,978	453	0,453	0,451
0,400	A_1		0,667					998	1,000	1,000
	A_2	0,662		0,561	0,509	0,475	0,463	452	0,452	0,451
0,500	A_1		0,587					1,000	1,000	1,000
	A_2	0,660		0,850	0,928	0,972	0,986	0,450	0,452	0,450
			0,813						1,000	
		0,589		0,523	0,488	0,466	0,459		0,451	
			0,538						1,000	
		0,854		0,911	0,957	0,983	0,991		0,450	
			0,915							
		0,522		0,496	0,474	0,460	0,456			
		1,000	0,495							
		0,450	1,000	0,959	0,980	0,992	0,996			
			0,450							
				0,473	0,462	0,455	0,453			
				1,000	1,000	1,000	1,000			
				0,450	0,450	0,450	0,450			
$K_{ВУТ}$		-	-	3,51	1,36	1,10	1,05	1,02	1,01	1,00
$K_{ЗТ}$		6,02	2,15	1,46	1,22	1,10	1,03	1,03	1,01	1,00

График вероятности ухудшения точности для оптимального критерия представлен на рис. 6.1.2 - линия 2. Видно огромное преимущество оптимального КС.

Номограммное решение задачи проверки соответствия точности МСН требованиям ТТЗ по оптимальному критерию обеспечивают номограммы на рис. 6.2.1 и 6.2.2.

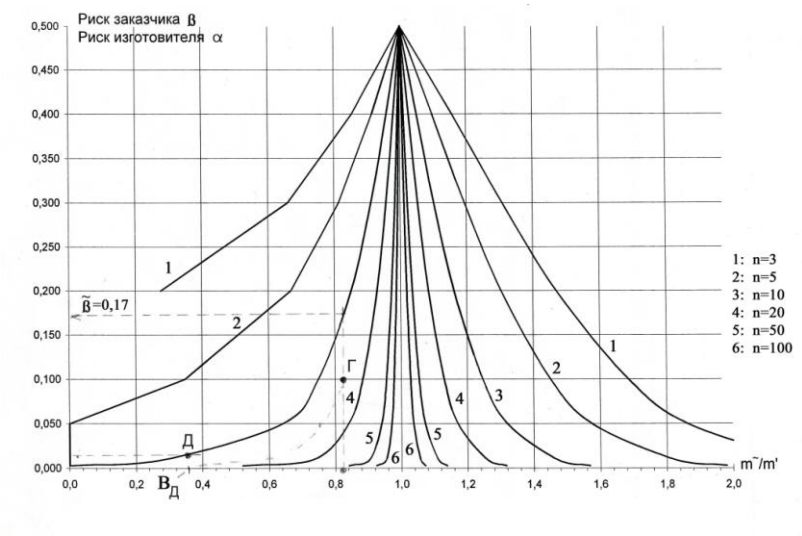


Рис. 4.2.1. Номограмма оптимального критерия соответствия при n = 3 – 100 {По горизонтальной оси «m/m'»}

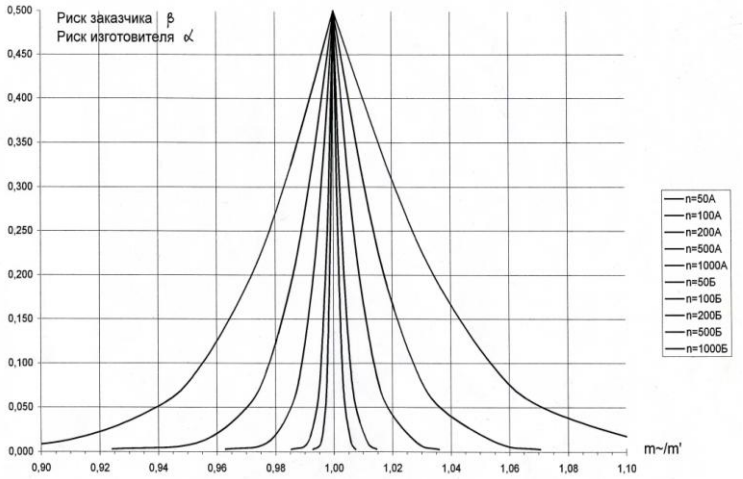


Рис. 4.2.2. Номограмма оптимального критерия соответствия при n = 50 – 1000 {По горизонтальной оси «m/m'»}

В левой части каждой номограммы (при m̃/m'<1) над линиями количества n независимых измерений располагается область признания МСН годным. В правой части номограммы (при m̃/m'>1) над линиями

количества n находится область признания МСН дефектным. Между этими областями лежит область неопределенности.

На номограмму наносят точку Г по значениям отношения $\tilde{m}/m'$ и заданного риска $\beta_{зд}$ (при $\tilde{m}/m<1$) или α (при $\tilde{m}/m>1$); положение точки в одной из областей дает решение условий (4.2.2). Для определения уровня обеспечиваемого риска наносят на горизонтальной оси точку $\tilde{m}/m<1$ и восстанавливают из нее перпендикуляр до пересечения с линией числа n; соответствующее этой точке величина β и есть обеспечиваемый уровень риска Заказчика. Неоспоримым достоинством данного критерия является его высокая мощность, обеспечивающая малые значения коэффициента $К_{ВУТ}$ (см. рис. 6.1.2). Недостаток состоит в предположении о нормальности рассматриваемых погрешностей, в то время как реальные погрешности МСН подчиняются разным ЗР, а в среднем ЗР М-распределения.

Критерий двусторонних доверительных границ для СКП

Предлагаемый нами критерий двусторонних доверительных границ для СКП может использоваться при ЗР, лежащем в диапазоне от равномерного до Лапласа. Он имеет вид (6.1.1), где $A_1=(2-К_{hmq})$ – коэффициент нижней доверительной границы для СКП; $A_2=К_{hmq}$ – коэффициент верхней доверительной границы для СКП, выбираемый из табл. 8 приложения для ЗР, характеризуемых величиной эксцесса от -1,2 до 3, в зависимости от числа n и доверительной вероятности $Р_{дв}=1-\beta$. Для этого критерия коэффициент $К_{ВУТ}=К_{hmq}$. Для n=20 и $\varsigma=0{,}01$ ($Р_{дв}=1-\varsigma=0{,}99$) $К_{ВУТ}=1{,}76$. Достоинством критерия является возможность его использования при разных законах распределения погрешностей, недостком – ограниченность по количеству n>20, т. к. при $A_1\le 0$ использование этого КС невозможно.

Сопоставим два последних акритерия, для чего сведём в табл. 6.2.2 коэффициенты A_1.

Таблица 4.2.2

Коэффициенты A_1 при n 20

Критерий	Риск заказчика β			
	0,05	0,10	0,20	0,30

СКП	0,630	0,718	0,790	0,932
Оптимальный	0,840	0,883	0,928	0,957

Анализ табл. 6.2.2 позволяет сделать 2 вывода: а) сопоставимые значения коэффициентов, полученных разными способами, говорят о корректности обоих КС. б) величина $1–A_1$ характеризует полуширину области неопределённости КС; видно, что оптимальный КС обеспечивает в 2 – 3 раза более узкую область неопределённости.

Сравнительный анализ критериев соответствия

Для количественного сравнения качества КС (их оперативных характеристик) можно использовать показатели эффективности и объективности. Показателем объективности критерия является соотношение рисков заказчика и изготовителя. Как указано выше, в документах Министерства Обороны , обязательным условием является $\beta \le \alpha$, или $\beta/\alpha \le 1$. Показателем эффективности КС может служить коэффициент $К_{ВУТ}$, показывающий, во сколько раз хуже заданной может оказаться точность МСН при ошибке второго рода или при «волевом» решении о годности МСН вопреки критерию (6.1.1), или при использовании КС максимальной погрешности или отсутствия выбросов. Более эффективной является оперативная характеристика, обеспечивающая меньшие значения $К_{ВУТ}$. Эти показатели, полученные при проведенным выше анализе, приведены в табл. 6.2.3.

Таблица 4.2.3

Показатели эффективности и объективности КС

Криерий соответствия	Отсутствия выбросов	Максимальной погрешности	Доверит. границ СКП	Оптимальный
$К_{ВУТ}, \varsigma=0{,}01$	3,50	2,40	1,76	1,36
β/α	30 (8)	49 (17)	1	1

ПРИМЕЧАНИЕ: в скобках указано соотношение рисков при непрерывных наблюдениях в процессе ГИ.

Думается, что комментарии излишни.

Критерий суммы амплитудных значений

Иногда представители Изготовителя НК оправдывают использование КС максимальной погрешности и отсутствия выбросов тем, что рассмотренные выше составляющие погрешностей (суточная, шулеровская, обусловленная влиянием течений и частично случайная) являются не случайными величинами, а почти периодическими функциями. Если признать справедливым это утверждение, то необходимо разработать новый критерий «суммы амплитуд периодических составляющих погрешности НП». Один из возможных вариантов такого КС состоит в следующем. По выборке [x], полученной в процессе ГИ, необходимо:

- произвести разложение выборки [x] в ряд Фурье по гармоникам суточной составляющей погрешности T* = 2s в соответствии, например, с рекомендациями [59]:

$$a_0/2 + \sum_1^n [a_n \cos(n\pi x/s) + b_n \sin(n\pi x/s)], \qquad (6.2.3)$$

где $a_0 = S\int_{-s}^{s} f(x)dx$; $a_n = S\int_{-s}^{s} f(x)\cos(n\pi x/s)\,dx$

$$b_n = S\int_{-s}^{s} f(x)\sin(n\pi x/s)\,dx;\ S = 1/s;\ n = 1, 2, 3, \ldots .;$$

- проверить годность или дефектность МСН по критерию:

$$* \text{ если } x_m < 3m_{сл} + \sum (a_n + b_n), \qquad (6.2.4)$$

то верна гипотеза H_0 и МСН признаётся годным;

- в противном случае верна гипотеза H_1 и МСН признаётся дефектным,

где $m_{сл}$ – СКП случайной составляющей погрешности выработки НП; суммирование ведется по всем существенным периодическим составляющим.

Метод использования дополнительной информации

Эффективный способ улучшения качества методики ГИ в условиях ограничений по времени испытаний состоит в объединении результатов стендовых (СИ), заводских ходовых (ЗХИ), государственных испытаний,

а также случаев плавания при работе НК в штатном режиме. Объединение результатов предусматривает:

- проверку выборок $[x]_{СИ}$, $[x]_{ЗХИ}$, $[x]_{ГИ}$, $[x]_{ШР}$ на принадлежность к одной генеральной совокупности по критерию инверсий Вилькоксона [224] или по другому подходящему критерию, например, по критерию Фишера;
- объединение выборок, принадлежащих к одной генеральной совокупности, в единую выборку, и расчёт по этой выборке необходимых статистик для использования в критерии соответствия и в дальнейшем при эксплуатации НК.

Пример объединения 4 выборок рассморен в разд. 5.4 (табл. 3.5.5 и формула (5.4.3)) при анализе СКП выработки координат НК-В2. Количество независимых измерений возросло с 14 до 40 в канале широты и до 28 в канале долготы, что уменьшило верхнюю доверительную границу ($Р_{дв}$=0,997) от 477 до 441 у. е. в канале широты и от 540 до 519 у. е. в канале долготы.

6.3 Оценивание средней квадратической погрешности и поправки к отсчётам навигационных параметров

Методы изучения погрешностей измерений рассматривают математическая статистика [63, 224, 245], получившая в последние годы специальное программное обеспечение [236 Тюрин], и теория случайных функций [84, 219, 269 Бесекерский]. Однако, применительно к погрешностям НП имеются особенности, которые требуют развития некоторых из стандартных методов. Главным образом это связано с тем, что метрология кораблевождения при оценивании статистических характеристик погрешностей располагает значительно меньшим временем наблюдений по сравнению с тем, которое рекомендуют эти науки. Приходится также учитывать сложность структуры и значительную изменчивость условий измерений многих НП и их погрешностей.

Поэтому мы рассмотрим основные положения теории и методов оценивания статистических характеристик (показателей, параметров) с акцентом на вопросы, вытекающие из особенностей навигационной

информации и задач кораблевождения, а также на особенности использования широко распространенных программ "Microsoft Excel" .

Определение стандартной погрешности

Оценивание СКП на испытаниях МСН. Для определения СКП НП, измеряемых или вырабатываемых МСН, в процессе их испытаний или специальных исследований точности, получают, как правило, на ходу корабля в течение времени наблюдений t_H при дискретности фиксаций Δ_t в некоторой совокупности (градации) условий У по каждому рассматриваемому НП выборку (реализацию) погрешностей (1.1.1), в которой $\delta_i=x_i=y_i-y_{дсті}$, где δ - общее обозначение погрешности; x - общее обозначение членов выборки; y_i и $y_{дсті}$ - измеренное в процессе получения выборки и действительное значения НП на і-й момент; n - количество членов выборки, которые в общем случае являются взаимно зависимыми в силу того, что дискретность измерений $\Delta_t<\tau_K$; τ_K - интервал корреляции погрешностей рассматриваемого НП.

Точечную оценку полной СКП $m_П$ погрешности X или СКЗ $\tilde{\sigma}$ случайной величины X по выборке [x] с учетом (5.4.2) рассчитывают по формуле

$$m^2_П = m^2_{сл} + \delta^2_{ст} = \sum_1^n x^2_i/n, \qquad (6.3.1)$$

где $m_{сл}$ и $\delta_{ст}$ - точечные оценки случайной СКП и систематической погрешности.на продолжительности t_H, равные

$$\delta_{ст} = x^* = \sum_1^n x_i/n = \sum_1^n (y_i - y_{дсті})/n; \qquad (6.3.2,а)$$

$$m^2_{сл} = k'^2_{Ст} \sum_1^n (x_i - x^*)^2/(n-1), \qquad (6.3.2,б)$$

где $k'_{Ст}$ – коэффициент Стьюдента, который выбирают из вывода [4]:

n	=	3	4	5	6	10	20	50
$k'_{Ст}$	=	1,128	1,086	1,064	1,051	1.028	1.018	1.005

Коэффициент $k'_{Ст}$ может приниматься в расчёт во всех случаях оценивания СКО, в т. ч. при вычислениях по формуле Бесселя. Однако, обычно этого не делают, т. к. при n>6 «приращение» точности СКП

неощутимо мало. Если же $n \leq 6$, то целесообразно учитывать коэффициент Стьюдента. В следующих ниже формулах этот коэффициент не указывается.

Если измерения производятся в неподвижной точке, то в (6.3.2,а) вместо ($y_i - y_{дсті}$) учитывают ($y_i - y_{дст}$). Полученная величина $m_П$ $\tilde{m}_П$ представляет собой второй начальный момент (или среднее квадратическое значение) погрешности (случайной величины) X.

Если систематическая погрешность $\delta_{ст}$ изменяется на интервале $t_Н$ и представляет собой случайную величину $\delta_{ст}(t)$, как, например, погрешность канала долготы ИНС, то для оценивания величин $\delta_{ст}(t)$ и $\tilde{m}_{СЛ}$ необходимо использовать методы регрессионного анализа (разд. 4.5).

Если известны эталонные значения $y_{Эi}$, погрешностями которых нельзя пренебречь, и $x_i=y_i-y_{Эi}$, то по (6.3.1) будет определена величина $m^2_{П,Э} = m^2_{сл} + \delta^2_{ст} + m^2_Э = \sum_1^n x^2_i/n$, поэтому

$$m^2_П = (\sum_1^n x^2_i/n) - m^2_Э, \qquad (6.3.3)$$

где $m_Э$ – СКП эталонного НП (эталонирования, эталонного средства).

Полученная по приведенным выше формулам оценка случайной СКП на интервале $t_Н$ представляет собой в общем случае сумму N случайных составляющих разного происхождения (и поэтому с разными частотными характеристиками)

$$m^2_{сл}(t_Н) = \sum_1^N m^2_j[1 - \rho_j(t_Н)], \qquad (6.3.4)$$

где $\rho_j(t_Н)$ - значение нормированной АКФ j-й составляющей при $\tau=t_Н$; член $[1-\rho_j(t_Н)]$ характеризует изменяющуюся часть j-й составляющей. В случае $t_Н>2\tau_{Кj}$ член $[1-\rho_j(t_Н)]=1$, когда $t_Н<0{,}5\tau_{Кj}$, то $[1-\rho_j(t_Н)]=0$. Здесь $\tau_{Кj}$ - интервал корреляции j-й составляющей.

Применительно к большинству НП можно считать, что при $t_Н$, находящейся в пределах от нескольких минут до единиц часов, по (6.3.2,б) произведена оценка *флюктуационной* составляющей СКП. С увеличением $t_Н$ оцениваются среднепериодная, долгопериодная

составляющие случайной погрешности и т.д. Например, при изучении точности РНС и $t_Н$=1 ч найденная по (6.3.2,б) случайная СКП представляет собой сумму

$$\tilde{m}^2_{СЛ}(t_н = 1ч) = m^2_ф + (0,1 - 0,4)\tilde{m}^2_{СП} \qquad (6.3.5)$$

(интервалы корреляции равны 1-1,5 мин для флюктуационной и 4-6 ч для среднепериодной составляющих).

Оценивание СКП доверительным интервалом рассмотрено в разд.4.5.

Оценивание СКП в процессе эксплуатации МСН. Зависимость СКП от условий измерений определить в процессе испытаний в большинстве случаев не удается, и эта задача переходит на этапы опытной и/или штатной эксплуатации МСН. На этих же этапах должна определяться стабильность статистических характеристик точности МСН [39]. Если при определении СКП по одной выборке [x] известны действительные или эталонные значения $y_{дсті}$ или $y_{Эі}$, то выборку обрабатывают, как указано выше.

Когда действительное или эталонное значения для выборки [x] не известны, рассчитывают оценки математического ожидания M_x=x* и случайной СКП $m_{сл}$ по (6.3.2) или по формуле Бесселя (1.1.2). При этом в общем случае СКП $m_{сл}$ *характеризует не точность* рассматриваемого НП, а его рассеивание около среднего значения x* на интевале времени $t_Н$.

Определение СКП по нескольким выборкам. Во многих случаях при изучении точности МСН для оценки СКП навигационных параметров используют несколько (l) выборок $[x]_j$ (частные выборки), продолжительность которых обеспечивает число n_1, n_2,..., n_g,... n_l независимых измерений. В этих выборках вычислены частные СКП m_1, m_2,..., m_g,..., m_l. Такие выборки могут быть получены в некоторой совокупности условий $У_1$ в разное время или в разных точках, или же в разных градациях условий $У_{jk}$. Возникает необходимость определить, относятся ли все частные СКП, полученные по l выборкам, к одной генеральной совокупности случайной величины X (и, следовательно, к

одной градации условий измерений), или к разным. В первом случае определяют общую СКП всех наблюдений, увеличивая этим количество независимых измерений и повышая качество оценки. Во втором случае разделяют условия измерений $У_1$ на градации и разносят частные СКП по градациям условий $У_{1,1}$, $У_{1,2}$ и т. д. и пробуют отыскать модель, характеризующую зависимость СКП от количественных параметров условий измерений.

Значимость расхождения дисперсий проверяют по критерию распределения Р.Фишера или по критерию доверительных границ. *Критерий Фишера* применяют так: выбирают из l частных СКП m_g минимальную m_{min} и максимальную m_{max}, рассчитывают отношение дисперсий $f_Ф=m^2_{max}/m^2_{min}$, выбирают из следующего ниже вывода (в случае почти одинакового объема выборок $n_g \approx const$) значение критерия Фишера $F_{(P)}$ (в зависимости от числа степеней свободы c=n-1) и проверяют условие

$$f_Ф > F_{(P)}, \qquad (6.3.6)$$

при выполнении которого различие дисперсий m^2_{max} и m^2_{min} и СКП m_{max} и m_{min} считается значимым, в противном случае - незначимым.

c=n-1	6	8	10	20	40	75	100	500	∞
$F_{0.8}$	2,1	1,9	1,8	1,5	1,2	1,15	1,08	1,03	1,0
$F_{0.95}$	4,3	3,4	3,2	2,3	1,7	1,50	1,40	1,20	1,0

Крикрий Фишера выбирают для доверительных вероятностей $Р_{дв}$ 0,8 (предпочтительная для использования в кораблевождении) или 0,95.

Для других $Р_{дв}$ и c, а также при неодинаковом числе степеней свободы пользуются таблицами, помещенными, например, в [224]. В разд. 5.4 рассмотрен пример проверки принадлежности четырёх СКП одной генеральной совокупности.

Если условие (6.3.6) не выполняется, то все l СКП относятся к одной генеральной совокупности (к одной градации условий); если это условие выполняется, то СКП m_{max} и m_{min} принадлежат к разным

градациям условий измерений. В таком случае каждую из этих СКП сравнивают с ближайшей по величине и т.д. с тем, чтобы сгруппировать все СКП по градациям условий. Недостаток критерия Фишера применительно к задачам кораблевождения состоит в том, что он разработан для нормальных случайных величин.

Для применения *критерия доверительных границ* выбирают из табл.8 приложения значение коэффициента K_{hmq} для конкретного ЗР по числу n независимых измерений и доверительной вероятности $P_{дв}$, и проверяют условие

$$m_{max}/m_{min} \geq K_{hmq}, \qquad (6.3.7)$$

при выполнении которого различие СКП считается значимым, в противном случае - незначимым. В случае неодинакового количества n в двух выборках коэффициент K_{hmq} выбирают для большего числа n.

Данный критерий применяют при анализе величин, ЗР которых отличается от закона Гаусса, или при разном числе измерений в выборках $[x]_j$, или при необходимости уменьшить доверительную вероятность ниже значения 0,8. Например, если критерий Фишера показывает принадлежность двух СКП к одной генеральной совокупности, в то время как физическая природа погрешностей или теоретические соображения предполагают разные генеральные совокупности, то может быть применен критерий доверительных границ с пониженной доверительной вероятностью.

Сравнение предложенного впервые критерия доверительных границ с критерием Фишера (для ЗР Гаусса) показывает, что $K^2_{hmq} < F_P$, и поэтому критерий доверительных границ является несколько более жестким, чем критерий Фишера.

Общую (объединённую) СКП m^*_j **всех наблюдений**, произведенных в одной j-й градации условий, определяют как средневзвешенное значение частных СКП по формуле (5.4.3), в которой вместо индкса j используют g – символ выборок, относящихся к j-ой градации условий.

Доверительные границы для СКП, полученной в j-й градации условий, определяют, в соответствии с разд. 3.2 для суммарного числа независимых измерений $n_{Sj}=\sum_1^l n_g$.

Модель зависимости СКП от количественных параметров условий измерений (например, от геометрического фактора в ГНСС) строят в форме приближенной регрессии, рассмотренной в разд. 4.5.

Программы "Microsoft Excel" (МЕ) для оценки СКП используют следующим образом. Заносят выборку [x] в колонку таблицы МЕ и применяют к ней функцию "Статистика". В таблице выходных данных "Статистика" на первом месте находится величина "Среднее" - оценка x* математического ожидания, а на пятом - "Стандартное отклонение" выборки, - оценка СКО $m_{сл}$, рассчитанная по формуле Бесселя. При необходимости получить величину полной СКП $m_П$ (рассчитываемую традиционно по (6.3.1)), ее вычисляют по результатам "Статистика" по формуле $m^2_П=[x^{*2}+m^2_{сл}]^{0,5}$, используя коэффициент Стьдента $k'_{Ст}$ при малом количестве n членов выборки [x], находящемся в строке «Счет».

Планирование эксперимента при определении СКП включает выбор дискретности отсчетов, количества независимых измерений и продолжительности наблюдений. Эти величины определяют следующим образом.

Количество независимых измерений n определяют по двум вариантам в зависимости от цели проводимых исследований:

а) При изучении СКП в одной j-й градации условий число n определяют [4] с учетом соотношения верхней доверительной границы m_h СКП к точечной оценке $\tilde{m}$, характеризующего ширину доверительного интервала. Числа n и отношения $m_h/\tilde{m}$ представлены для $P_{дв}=0,99$ в выводе:

n	11	50	100	200	500	1000
$m_h/\tilde{m}$	2,1	1,31	1,20	1,14	1,09	1,06
$N_ф$	219	48	32	25	18	16

В третьей строке вывода приведено фактическое количество $N_Ф$, мит, нарушений заданного условия (например, выхода корабля за пределы

установленной полосы движения) вместо допустимого $N_{дп}$=10, которое может произойти вследствие случайного характера оценки $m_{сл}$. Целесообразно иметь количество независимых измерений n_j в градации условий n_j=100-500 (при меньшем количестве доверительный интервал слишком широк, а число $N_Ф$ недопустимо велико, при большем количестве эти величины почти не уменьшаются). Если в j-й градации условий производится *l* выборок, то количество измерений в каждой из *l* точек (из *l* отрезков времени) равно $n_{jg} = n_j / 1$.

б) Когда целью исследований является установление зависимости СКП от определяющего фактора градаций условий измерений, количество n_j определяется в соответствии с п. а), и уточняется в процессе испытаний с учетом необходимости выполнения условия (6.3.6) или (6.3.7) критерия Фишера или доверительных границ для СКП..

Общая продолжительность наблюдений в j-й градации условий

$$t_{Hj}=n_j\tau_K. \qquad (6.3.8)$$

Эта продолжительность при необходимости должна быть разделена на l временных участков таким образом, чтобы следующая после изучаемой составляющая погрешности и остальные члены в (6.3.4) были достаточно малы. Например, в (6.3.5) должно быть $m_{сп}[1-\rho_{сп}(t_{Hl})]\leq(0,2-0,3)m_Ф$.

Дискретность отсчетов принимают равной

$$\Delta t \leq (0.5 - 1)\,\tau\,K, \qquad (6.3.9)$$

где τ_K - интервал корреляции той составляющей погрешности, которая является объектом исследований в данной совокупности условий.

Общее количество измерений равно $\nu_j = t_{Hj} / \Delta_t$.

Определение и анализ поправок МСН

Поправку Δ_X к измеряемому МСН значению x параметра X определяют по выборке [x], полученной в течение времени наблюдений t_H в некоторой градации условий У, по формуле

$$\Delta_X = x_{дст} - x^* \text{ или } \Delta_X = x_{эт} - x^*. \qquad (6.3.10)$$

Точность поправки характеризуется ее СКП m_Δ, равной $m_\Delta=(m^2_{эт}+m^2_{x^*})^{0.5}$, или $m_\Delta=m_{x^*}$, если СКП $m_{ЭТ}$ можно принять равной нулю. СКП m_{x^*} среднеарифметического значения x^* при равноточных независимых отсчетах, составляющих выбору [x], на основании (3.2.1) равна

$$m_{x^*} = m/\sqrt{n} \qquad (6.3.11)$$

где m - выборочная оценка СКП в выборке [x]; n - количество независимых отсчетов, эквивалентное продолжительности наблюдений, если дискретность фиксаций не превышает интервала корреляции погрешности..

Доверительный интервал для измеренной поправки, или для среднеарифметического значения x*=a (для математического ожидания M_x) определяют по формулам: (4.2.2)

- когда известна СКП генеральной совокупности m_X или высококачественное априорное знасение СКП $m_{ап}$, то

$$a_l = x^* - Кв_q(\beta)m_{x^*} < M_x < x^* + Кв_q(\beta)m_{x^*} = a_h; \quad m_{x^*} = m_X/\sqrt{n}; \quad (6.3.12)$$

- если m_X не известна и в качестве СКП используется ее оценка m, полученная по этой же выборке [x], то

$$a_l = x^* - k_{Ст} K_{P1q}(\beta)\, m/\sqrt{n} < M_x < x^* + k_{Ст} K_{P1q}(\beta)\, m/\sqrt{n} = a_h; \qquad (6.3.13)$$

где $Кв_q(\beta)=K_{P1q}(\beta)$ - квантиль заданного уровня доверительной вероятности $P_{дв}=\beta$, который выбирают из табл. 2.1.3 для q-го ЗР погрешностей величины X в зависимости от его эксцесса ($E_{ГФ}$=-1,5; $E_Р$=-1,2; $E_Г$=0; $E_М$=1,6; $E_Л$=3; $E_{Л-К}$=3,5; $E_Э$> 4); $k_{Ст}$ – коэффициент, выбираемый из табл. 4.2.1.

Проверку существенности поправки или систематической погрешности производят по условию, вытекающему из (6.3.13), $|\Delta_X|>mk_{Ст}K_{P1q}(\beta)/\sqrt{n}$, при выполнении которого поправка Δ_X признается значимой. В противном случае систематическая погрешность считается отсутствующей, а величина Δ_X - обусловленной случайными причинами.

Если физическая природа погрешностей предполагает наличие поправки, а рассмотренный выше критерий показывает ее отсутствие, то увеличивают количество n независимых отсчётов вплоть до

$$n=[mk_{Ст}K_{P1q}(\beta)/|\Delta_X|]^2, \qquad (6.3.14)$$

или уменьшают доверительную вероятность. Отметим, что при решении данной задачи используют малые значения доверительной вероятности.

Количество независимых измерений n при экспериментальном определении поправки находят с учетом требований навигации в два этапа:

а) При предварительном планировании эксперимента принимают $n=n_q$, обеспечивающее такую точность поправки, что остаточной систематической погрешностью можно пренебречь с возрастанием энтропии (ВЭ), не превышающем заданного уровня (от 5 до 0,1%). Величину $n_Л$ или $n_Г$ для распределений Лапласа или Гаусса выбирают из вывода:

ВЭ,%	5,4	2	0,5	0,1
$n_Л$	12	32	128	512
$n_Г$	9	25	100	400

В соответствии с этим способом целесообразно иметь n=30 - 40.

б) В процессе эксперимента уточняют n, исходя из критерия значимости поправки (7.1.18), по формуле (6.3.ё4).

С позиций математической статистики количество независимых измерений при экспериментальном определении поправки находят с учетом соотношения $m^2_x=m^2+m^2_{x*}=m^2(1+1/n)$ между полной СКП m_x НП и и его точечной оценкой m. Число n выбирают из следующего вывода:

$m_{П} / \tilde{m}$	1,10	1,05	1,02	1,01
n	5	10	20	50

На практике целесообразно иметь n=(20-50). При меньшем n влияние погрешности поправки становится ощутимым, при большем количестве n точность НП почти не возрастает.

Задачу определения поправок по нескольким выборкам решают в соответствии с [224].

Особенности оценки математического ожидания случайной функции. При дискретности отсчетов измеряемого НП $\Delta_t<\tau_K$ нормированная АКФ становится $\rho(\Delta_t)>0{,}135$ и отсчеты оказываются коррелированными. При этом наибольшую точность определения среднего значения в общем случае обеспечивает среднеинтегральная оценка. Такую же точность дает среднеарифметическая оценка x* при $\Delta_t=0{,}5\tau_K$, что чочтавлчет содержание *теоремы Виленкина* [32]. СКП величины x* при произвольной дискретности фиксаций определяют по формуле

$$m^2_{x*} = m_2[1 + 2\sum_1^{n-1} (1 - i/n)\,\rho\,(i\Delta_t)]/n. \qquad (6.3.15)$$

Для процессов с экспоненциальной и экспоненциально-косинусной АКФ при большом числе отсчетов, когда $\Delta_t\alpha n>1$, в [32, 84] получены выражения для оптимальной по точности оценки математического ожидания $x^*_{опт}$ и её СКП $m_{x*опт}$. Однако, анализ показывает, что реальный выигрыш в точности $ВТ=100(m_{x*}/m_{x*,опт}-1)$ невелик и составляет для $\Delta_t=0{,}25\tau_K$ всего лишь ВТ=(3,8; 2,5; 1,2)% для n=(20; 45; 110). Этот выигрыш получается только в условиях точного знания параметров АКФ. При отличии принятых в расчёты параметров АКФ от истинных на 5 – 10% выигрыш не только теряется, но и наступает ухудшение точности обрабатываемого НП. Поэтому оптимальную оценку случайного процесса НП в кораблевождении применять не целесообразно.

Модель зависимости поправки от количественных параметров градаций условий $У_{1,1}$, $У_{1,2}$,... измерений строят в форме приближенной регрессии, рассмотренной в разд.4.5.

6.4 Оценивание статистических характеристик погрешностей навигационных параметров

Оценивание параметров стационарной случайной функции

Свойства стационарной эргодической случайной функции X(t) определяются ее автокорреляционной функцией. Вид и параметры АКФ изучают на основании полученной экспериментально реализации (выборки) [x] (1.1.1). Дискретность Δ_t и продолжительность t_H измерений при наборе выборки должны быть равны [32, 269]:

$$\Delta_t \leq (0{,}1\text{-}0{,}2)\tau_K;\ \ t_H > (25\text{-}50)\tau_K, \qquad (6.4.1)$$

где τ_K - интервал корреляции (ИК) исследуемой случайной функции, принимаемый по априорным данным или определяемый в начале исследования приближенным способом, рассматриваемым ниже.

Оценку вида и параметров АКФ выполняют следующим образом:

1) Рассчитывают значения (ординаты) АКФ случайной функции X(t)

по формуле [31, 32]

$$P(\tau) = P_x(\Delta_t k) = \sum_1^{n-1} (x_i - x^*)(x_{i+1} - x^*)/(n - k - 1), \qquad (6.4.2)$$

где $\tau=\Delta_t k$ - интервал (промежуток) времени между сечениями АКФ.

2) Вычисляют значения *нормированной* АКФ по формуле $\rho(\tau)=P_x(\tau)/\sigma_x^2$,где σ_x - оценка СКО, полученная по формуле Бесселя (1.1.2). В результате расчетов получается k значений нормированной АКФ ρ_0, ρ_1, ρ_2, ... для k=0, k=1, k=2, ... или для $\tau_0=0$, $\tau_1=\Delta_t$, $\tau_2=2\Delta_t$,... .

3) Значения нормированной АКФ наносят на график $\rho_k=\rho(\Delta_t k)=\rho(\tau)$ рис. 6.4.1 и аппроксимируют одной из подходящих функций следующим образом.

а) В случае экспоненциально-косинусной АКФ вида (3.4.1) параметры α и β определяют в последовательности:

- проводят на графике АКФ (рис. 6.4.1) на глаз линию $\rho'(\tau)$, сглаживающую все экспериментальные точки точки;
- снимают в точке пересечения графика $\rho'(\tau)$ с осью абсцисс значение τ_0, при которой $\rho'(\tau)=0$;
- находят оценки характерных частоты и периода изменения случайной функции:

$$\tilde{\beta}=1{,}57/\tau_0;\quad T^*=\tilde{T}_{И}=2\pi/\tilde{\beta}=4\tau_0; \qquad (6.4.3)$$

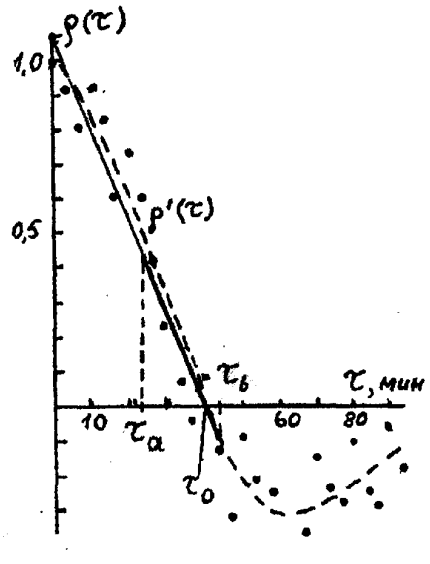


Рис. 6.4.1. Автокорреляционная функция

- рассчитывают оценку декремента затухания $\tilde{\alpha}$ по методу нелинейной регресс (см. разд. 4.5) , используя пары значений (ρ_i,τ_i), для чего:

* пересчитывают исходные данные (ρ_i, τ_i) для каждого i в промежуточные значения $lncos(\tilde{\beta}\tau_i)$ и $ln\rho_i$;

* вычисляют искомую оценку $\tilde{\alpha}=[\Sigma lncos(\tilde{\beta}\tau_i)-\Sigma ln\rho_i]/\Sigma\tau_i$, где суммирование ведется от i=1 до i=n (j может совпадать с k или не совпадать); $\rho_i=\rho(\tau_i)$.

Возможен более простой способ оценивания параметра α:

* измеряют на рис. 6.4.1 значение первого отрицательного максимума ρ_{-max};

* ориентируясь по этому значению, снимают с графиков на рис. 3.4.1 значение отношения γ и рассчитывают скомую оценку $\alpha\sim=\gamma\beta$.

- Рассчитывают значения экспериментальной АКФ $\tilde{\rho}(\tau_i)=\tilde{\rho}_i$ по формуле (3.4.1) с подстановкой оценок $\tilde{\alpha},\tilde{\beta}$ и точки $\tilde{\rho}_i$ наносят на график рис. 6.4.1.
- Определяют СКП аппроксимации по формуле

$$m^2_{ап}=(\Sigma v^2_i)/(n-2);\ v_i=\rho_i-\tilde{\rho}_i, \qquad (6.4.4)$$

где ρ_i – ординаты экспериментальных точек.

- При необходимости уточняют параметры α и β АКФ методом последовательных приближений, добиваясь минимума СКП $m_{ап}$ при изменении в небольших пределах величин $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\alpha}$.

б) В случае экспоненциальной АКФ вида (3.4.3) оценку $\tilde{\alpha}$ определяют по формуле $\alpha\tilde{}=-\Sigma\ln\rho(\tau_i)/\Sigma\tau_i$. СКП аппроксимации определяют по (6.4.4)

в) Если экспериментальная АКФ имеет отрицательную полуволну, как на рис. 6.4.1, но ее аппроксимируют функцией (3.4.3), то это делают так:

- сглаживают нанесенные на график экспериментальные точки на глаз линией, соответствующей функции (3.4.3) и находят приближенную оценку ИК $\tilde{\tau}_к$, соответствующую величине A=0,135 (см. ниже);
- рассчитывают параметр $\alpha_{ЭА}$ эквивалентной аппроксимации, обеспечивающей равенство интервалов корреляции, по формуле $\alpha_{ЭА}=-lnA/\tilde{\tau}_к$; A=0,135.

Оценку интервала корреляции $\tau_К$ погрешности НП определяют двумя способами: по экспериментальной АКФ и по графику случайного процесса.

а) По экспериментальной АКФ интервал корреляции определяют из соотношения $\rho(\tau_к) = A$:

- *для технических приложений кораблквождения* принимают A=0,135 и рассчитывают оценку интервала корреляции по формулам:

* при АКФ вида (3.4.1) $\tau\tilde{}_К=\upsilon_К/\beta\tilde{}$; где $\upsilon_К$ – фаза корреляции, которую снимают с графиков на рис. 3.4.1 по значению параметра γ для A=0,135;

* при АКФ вида (3.4.3) $\tau\tilde{}_К= - \ln A/\alpha\tilde{} \approx 2/\alpha\tilde{}$;

- *Для целей океанологии* при изучении течений принимают A=0,3-0,4 и $\tau_Т=1/\tilde{\beta}$ для АКФ вида (3.4.1); $\tau_Т = 1/\tilde{\alpha}$ для АКФ вида (3.4.3).

б) Способ определения интервала корреляции *по графику реализации случайного процесса* X(t) достаточной продолжительности ($t_Н>(10 - 15)\tau_К$) основан на анализе среднего числа пересечений случайным процессом нулевого уровня в задаче о выбросах случайной функции. При этом способе необходимо нанести реализацию на график, (например, рис. 5.4.1) провести между этими точками сглаживающую плавную кривую, сгладить эту кривую прямой (иногда монотонно изменяющейся) линией на глаз (ось абсцисс на рис. 5.4.1), подсчитать число N' пересечений криыой линией сглаживающей прямой (оси абсцисс) снизу вверх (или сверху вниз) и рассчитать оценку интервала корреляции по формулам:

- для экспоненциально-косинусной АКФ с характерным периодом T^*, что видно из графика или известно априорно:

$$\beta\tilde{}=2\pi(N' - 1) / t'(1+ \gamma^2)^{0;,5}; \; T^*=t'(1+ \gamma^2)^{0,5}/(N' - 1);$$
$$\tau\tilde{}_К=(1/\beta\tilde{} \text{ или } 0,17T^*); \qquad (6.4.6, \text{а})$$

- для экспоненциальной АКФ без характерного периода:

$$\alpha\tilde{}=2\pi(N' - 1)/ t'; \; \tau\tilde{}_К=2/\alpha\tilde{}= t'/\pi(N' - 1), \qquad (6.4.6, \text{б})$$

где t' — промежуток времени от первого (снизу вверх или сверху вниз) до последнего пересечения; $\gamma=\alpha/\beta$ — соотношение параметров АКФ, известное априорно или принимаемое равным 0,5; знак тильда «~» обозначает оценку, полученную экспериментпльно. При данном способе определения ИК (в отличие от классического способа) можно оценить его точность. Для этого на упомянутом выше графике определяют значения периодов T_i процесса погрешностей как промежутков времени между последовательными пересечениями (в одну сторону) графиком сглаживающей линии. В совокупности значений T_i определяют среднее квадратическое отклонение σ_T по формуле Бесселя и СКО $\sigma_{ИК} = 0{,}17\sigma_T$, которое и характеризует точность ИК.

Преимущество этого способа состоит в его простоте и возможности получить результат при сравнительно небольшой продолжительности измерений.

Дисперсию оценки АКФ применительно к анализу нормальной (гауссовской*)* случайной функции по попарно независимым отсчетам определяют по формуле [84]

$$m^2 \left[\tilde{\rho}(\tau)\right] = \tilde{\sigma}^2[1+\tilde{\rho}(\tau)]/k;\ \tau=\Delta_t k, \qquad (6.4.5)$$

где $\tilde{\sigma}$ - оценка СКО случайной функции; k - количество значений $\rho(\tau_k)$, по которым построена АКФ.

Доверительный интервал для нормированной АКФ определяют следующим образом (см. рис.6.4.2) [84].

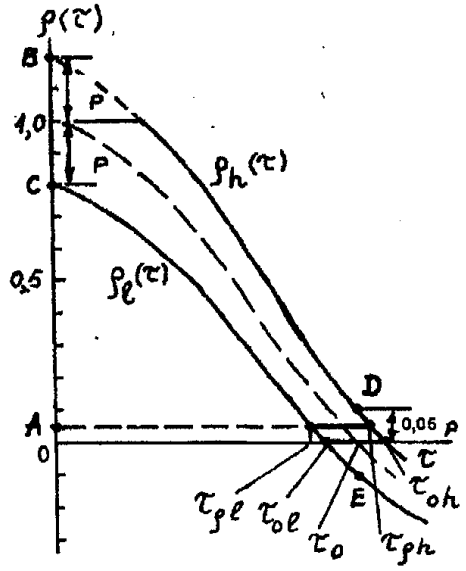


Рис. 6.4.2. Определение доверительных границ для интервала корреляции и АКФ

1) При $\tau=0$ $\rho_l(0)=1-G$; $\rho_h(0)=1+G$; $G=[K_{hmq}-1]^2$, где K_{hmq} - коэффициент доверительных границ для СКО, выбираемый из табл. 8 приложения по числу n независимых измерений, эквивалентному продолжительности реализации и доверительной вероятности для q-го ЗР погрешности.

2) При $\tau>\tau_K$ доверительный интервал становится вдвое уже, т.е. $(\rho_h-\rho)=0,5G$; $(\rho-\rho_l)=0,5G$.

3) Наносят границы доверительного интервала на график рис. 6.4.2 для $\tau=0$ и τ_0, получая точки *B* и *C, D* и *E*.

4) Соединяют точки *B* и *D*, *C* и *E* линиями, подобными $\tilde{\rho}(t)$, и получают доверительную область для нормированной АКФ.

5) Проводят горизонтальную линию через точку *A*=0,135; отрезок этой линии, заключенный между линиями *BD* и *CE*, характеризует доверительный интервал для интервала корреляции τ_K (на рис. 6.4.2 проведена для A=0,05).

6) Отрезок оси абсцисс, заключенный между этими линиями, характеризует доверительный интервал для τ_0, и, значит, для характерного периода $T^*=4\tau_0$.

7) Рассчитывают доверительные границы для параметров $\beta=2\pi/T^*$, подставляя в эти формулы левое и правое граничные значения τ_{0l} и τ_{0h}, и для параметра α по формулам $\alpha_l=\gamma\beta_l$; $\alpha_h=\gamma\beta_h$, где $\gamma=\alpha/\beta$.

Распределение и доверительные интервалы для эксцесса и асимметрии

Использование при идентификации формы ЗР программ МЕ позволяет сравнительно просто получить оценки эксцесса Е и асимметрии (скоса) А изучаемого распределения погрешностей. Величины Е и А с точностью до моментов четвертого порядка характеризуют форму ЗР случайной величины и позволяют определить её без громоздкого анализа всего объема выборки [x]. Однако, ЗР самих величин Е и А в теории не изучены [224, 272], что ограничило решение задачи идентификации ЗР лишь приближенными рекомендациями [224]. Законы распределения эксцесса и асимметрии нормальной случайной величины X можно изучить, применяя метод статистического моделирования в программах МЕ. В процессе моделирования формировалась последовательность из N=200n гауссовских случайных чисел; эта последовательность делилась на 200 групп по n=(10, 20, 40, 50, 80, 100) чисел; для каждой группы определены оценки математического ожидания *M*=x*, СКО $\tilde{\sigma}$, асимметрии А, эксцесса $\tilde{E}$ (далее они обозначаются *M*, σ, Е и А); из полученных оценок сформированы ряды по 200 значений $E_{n,i}$ и $A_{n,i}$ и занесены в соответствующие колонки таблиц МЕ. К этим рядам применена функция "Статистика" МЕ, вычисляющая оценки показателей *M*, σ, Е и А. Полученные оценки, а также минимальные и максимальные значения величин Е и А в выборках приведены в табл. 6.4.1.

Таблица 6.4.1

Показатели распределения эксцесса и асимметрии

Кол-во n	Показатели					
	min	max	$\tilde{M}$	$\tilde{\sigma}$	$\tilde{E}$	$\tilde{A}$
Эксцесс						

10	-2,15	3,17	-0,223	1,103	0,094	0,672
20	-1,06	2,55	0,037	0,645	3,311	1,427
50	-1,51	3,57	0,096	0,939	3,281	1,574
100	-0,97	1,43	0,028	0,485	0,611	0,753
Ассиметрия						
10	-1,52	1,47	0,053	0,633	-0,561	0,061
20	-1,39	1,69	0,056	0,504	0,914	-0,053
50	-0,58	0,97	0,006	0,339	0	0,452
100	-0,59	0,60	0,011	0,268	-0,530	0,044

Для использования оценок E и A в критериях для вида ЗР необходимо знать доверительные интервалы для этих величин. Введем общее обозначение Z = (E, A). Доверительный интервал для величины Z, который накрывает ее с заданной доверительной вероятностью, строится относительно точечной оценки [207] $\tilde{z}$ и равен

$$z_l = z_1 = z^{\sim} - K_{Bl}(1- \alpha/2) \le Z \le z^{\sim} + |Kв_h(\alpha/2)| = z_2 = z_h, \qquad (6.4.7)$$

где $Kв_l$ и $Kв_h$ - квантили модели функции распределения величины Z, соответствующие вероятностям, показанным в скобках; $\alpha=1-P_{дв}$ – уровень значимости. Значения квантилей, рассчитанные по эмпирическим моделям функций распределения со сглаживанием получающихся значений, представлены в табл. 6.4.2.

Таблица 6.4.2

Квантили $Kв_l$ и $Kв_h$ для расчета нижней и верхней доверительных границ для эксцесса и асимметрии при исходном распределении Гаусса

Квантили $Kв_l$ и $Kв_h$ для расчета нижней и верхней доверительных границ для эксцесса и асимметрии при исходном распределении Гаусса

Кол-во n	Доверительная вероятность									
	0,70		0,80		0,90		0,95		0,98	
	$Kв_l$	$Kв_h$	$Kв_l$	$Kв_h$	$Kв_l$	$Kв_h$	$Kв_l$	$Kв_h$	$Kв_l$	$Kв_h$
Эксцесс										
10	1,04	1,35	1,34	1,45	1,79	1,61	2,37	1,82	3,17	2,15
20	0,96	0,85	1,15	0,98	1,75	1,21	2,24	1,37	3,01	1,51
40	0,70	0,63	1,03	0,75	1,66	0,92	2,13	0,96	2,74	1,07
50	0,54	0,60	0,76	0,68	1,46	0,78	2,05	0,92	2,55	1,01
80	0,50	0,51	0,67	0,59	1,16	0,68	1,85	0,74	2,47	0,95
100	0,44	0,41	0,60	0,54	1,01	0,58	1,33	0,61	1,33	0,84

200	0,30	0,32	0,41	0,39	0,63	0,45	0,70	0,55	1,10	0,59
500	0,25	0,23	0,33	0,28	0,45	0,35	0,55	0,38	0,72	0,39
Ассиметрия										
10	0.84	0,56	0,97	0,66	1,07	0,97	1,23	1,24	1,47	1,52
20	0,53	0,39	0,62	0,59	0,84	0,87	1,10	1,03	1,40	1,39
40	0,38	0,36	0,53	0,49	0,74	0,69	0,86	0,90	0,94	1,12
50	0,36	0,31	0,38	0,38	0,47	0,45	0,65	0,53	0,81	0,59
80	0,30	0,31	0,35	0,36	0,45	0,43	0,60	0,52	0,71	0,59
100	0,27	0,29	0,32	0,33	0,43	0,41	0,56	0,51	0,61	0,58
200	0,20	0,27	0,26	0,22	0,29	0,29	0,36	0,43	0,37	0,49
500	0,12	0,11	0,16	0,14	0,19	0,22	0,24	0,37	0,28	0,45

Для разработки критерия соответствия анализируемого ЗР случайной величины (погрешности) Z опытным данным примем, что нулевая гипотеза состоит в возможности признания ЗР (Гаусса, Лапласа или другого) не противоречащим опытным данным, а альтернативная гипотеза - в невозможности такого суждения. Тогда условия для признания верной нулевой гипотезы на основании (6.4.7) имеют вид

$$z + Кв_1(P_{дв}) \geq \tilde{z} \geq z - \left|Кв_h(P_{дв})\right|, \qquad (6.4.8)$$

где z - теоретическое значение показателя. Например, приЗР Лапласа E=3, A=0. Если одно из условий не выполняется, справедлива альтернативная гипотеза.

Идентификация формы закона распределения на основании оценок эксцесса и асимметрии выборки

Идентификацию по величинам E и A формы и показателей закона распределения погрешностей $X=Y-Y_{дст}$ конкретного НП Y по выборке [x]' (1.1.1) погрешностей НП объема n, полученной на испытаниях VCH в условиях, когда продолжительность t_H набора выборки обеспечивает большое количество (n>200) независимых измерений, выполняют следующим образом. (Здесь первоначальная выборка (1.1.1) обозначена [x]', а ее члены - x'_i):

1. Находят значение интервала корреляции τ_K рассматриваемой случайной функции погрешностей X(t) по данным выборки [x]? Rfr erfpfyj dsit/

2. Рассчитывают количество независимых измерений N, эквивалентное продолжительности t_H, по $N=1+tH/\tau_K$.

3. Вводят члены выборки [x]' в колонку (например, A) таблицы ME**.**

4. Применяют к колонке A функцию "Статистика", получая в числе вычисленных параметров оценки M′, σ', A' *(скоса)* и E'.

5. Нормируют выборку [x]', для чего делят все значения x'_i на σ', и получают нормированную выборку [x], которую помещают в колонку B таблицы ME. С помощью функции "Статистика" получают для этой выборки оценки M=x*, σ, A и E.

Если выборка [x]' получена не на испытаниях МСН, а в ходе опытной или штатной эксплуатации, то величина $Y_{дст}$ может быть неизвестной. В таком случае выборка [x]'=[y]' является совокупностью отсчетов НП $x'_i=y'_i$, а не погрешностей НП, как предполагалось выше. В процессе нормирования такой выборки вначале из всех значений x'_i вычитают математическое ожидание M', а затем их делят на СКО σ'.

6. Определяют форму закона распределения по критерию (6.4.8).

Пример. В результате исследования закона распределения погрешностей при N=50 получены точечные оценки $\tilde{E}=-0{,}68$ и $\tilde{A}=-0{,}47$. Можно ли принять закон Гаусса для описания данного распределения при $P_{дв}$=0,98.

Решение. 1) Выбирают из табл.7.2.2 для $P_{дв}$=0,98 квантили: эксцесса $Кв_l$=2,55; $|Кв_h|$=1,06 и асимметрии $Кв_l$=0,97; $|Кв_h|$=0,58.

2) Проверяют верность нулевой гипотезы по условию (6.4.8), которое в силу того, что для закона Гаусса теоретические значения E=0 и A=0, приобретают вид:

- для эксцесса $0+Кв_l(P_{дв})=1{,}06>\tilde{E}=-0{,}68>0-Кв_h(P_{дв})=-2{,}55$; (6.4.9, а)
- для асимметрии 0+0,97=0,97>-0,47>0-0,58=-0,58. (6.4.9, б)

3) Поскольку оба условия (6.4.9) выполняются, с вероятностью 0,98 принимается нулевая гипотеза - закон Гаусса не противоречит опытным данным.

Приведенная в данном примере оценка $\tilde{E}$=-0,68 (один из результатов моделирования) близка к эксцессу равномерного распределения E=-1,2. Подставив это значение в (6.4.9,а), получим $-0{,}14 \geq \tilde{E} = -0{,}68 \geq -3{,}78$, и нулевая гипотеза о соответствии закона равномерного распределения исходной выборке погрешностей также может быть принята.⊗

Для решения вопроса о том, какой из двух законов соответствует выборке лучше, понизим уровень доверительной вероятности. Это сопровождается сужением доверительного интервала. Для рассматриваемого примера при $P_{дв}$=0,70 квантили эксцесса равны $Кв_l$=0,54; $|Кв_h|$=-0,6, и условие (6.4.8) не выполняется для закона Гаусса: 0,54> $\tilde{E}$ =-0,68<-0,6, но выполняется для равномерного: - 0,66>E=-0.68>-1,8 поэтому можно считать, что закон равномерного распределения лучше соответствует эмпирическому распределению, чем закон Гаусса.

Идентификацию формы закона распределения классическими способами выполняют в соответствии с [224].

Построение доверительной полосы (области) для функции распределения F(x) при заданных числе независимых измерений N и уровне значимости α=1-$P_{дв}$, где $P_{дв}$ - доверительная вероятность, осуществляют следующим образом [208]:

1) Преобразуют выборку [x] (колонка A таблиц ME) в вариационный ряд $[x]_B$, для чего переносят выборку [x] в соседнюю справа колонку (B) и применяют к ней функцию "Сортировка" по возрастанию значений членов (по возрастанию сверху вниз). Наносят выборку $[x]_B$ на график с шагом по оси ординат Δ=1/n и с диапазоном изменения значений x_i, равным x_{max}-x_{min} по оси абсцисс, получая *кумулятивную линию*, или экспериментальную функцию распределения $\tilde{F}(x)$.

2) Выбирают для принятой доверительной вероятности $P_{дв}$ из следующего ниже вывода квантиль Кв(u) предельного распределения А.Н. Колмогорова [208] и рассчитывают величину U_P=Кв(u)/$\sqrt{n}$.

$P_{дв}$	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99	0,995	0,997	0,999
Кв(u)	0,973	1,073	1,224	1,358	1,627	1,730	1,805	1,950

3) Смещают кумулятивную линию $\tilde{F}(x)$ (рис.6.4.3) вверх и вниз на величину U_P в пределах $0<F^{\sim}(x)<1$ (верхняя и нижняя пунктирные линии) и получают доверительную область (полосу) для функции распределения F(x). График неизвестной истинной функции распределения F(x) с вероятностью $P_{дв}$ заключен внутри этой полосы.

Проверка попадания выравнивающей функции в доверительную область состоит в нанесении на построенный выше график с кумулятивной линией и доверительной полосой теоретических функций распределения $E_P(x)$, $F_Г(x)$, $F_Л(x)$ или $F_M(x)$. Если весь график $F_q(x)$ заключен внутри доверительной полосы, то теоретическое распределение удовлетворительно описывает экспериментальное. На рис.6.4.3 буквами Р, Г и Л обозначены функции распределения законов равномерного, Гаусса и Лапласа.

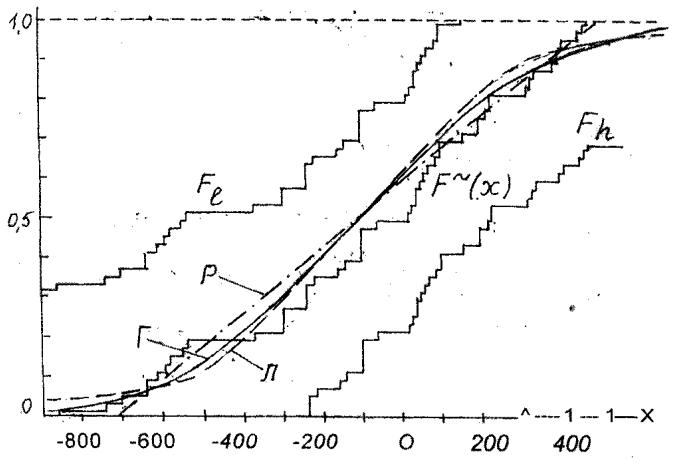


Рис. 6.4.3. Функции распределения законов равномерного (Р), Гаусса (Г) и Лапласа (Л), экспериментальная $F^{\sim}(x)$, нижняя доверительная F_l и верхняя доверительная F_h {по горизонтальной оси «x» (единицы и ^ убрать); по вертикальной оси «F(x)»}

Выбор наиболее подходящей аппроксимации для рассматриваемой выборки производят по критерию минимальной СКП аппроксимации из СКП $m_{апq}$, которую рассчитывают по (6.4.4) с использованием вместо v_i разностей Δ_{qi} квантилей эмпирического и q-го теоретического ЗР для одного и того же i-го значения F_i. Количество членов при суммировании равно n.

Планирование эксперимента. *Количество независимых измерений* N при планировании работ по идентификации ЗР погрешностей НП, при котором уверенно различается по критерию распознавания минимальной двух СКП аппроксимации $\min(m_{апq})$ та или иная форма закона, выбирают из табл.6.4.3 для принятой доверительной вероятности и одного из трех вариантов идентификации:

I - различение закона Гаусса от Лапласа (или наоборот);

II - различение закона М-распределения с g=2 (среднее положение) от законов Гаусса и Лапласа;

III - различение вариантов закона М-распределения с g=1,5 и g=2,5 между собой.

Доверительную вероятность выбирают произвольно, исходя из реальной возможности получить требуемое количество измерений.

Таблица 6.43

Количество независимых измерений N при идентификации ЗР

Вариант	Доверительная вероятность $P_{ДЕ}$				
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99
1	105	143	205	275	420
11	550	695	1010	1530	2200
111	1020	1480	1890	2380	3100

ПРИМЕЧАНИЕ. Значения N для вариантов II и III округлены в большую сторону до 5.

Видно, что большим количеством измерений можно считать n>200. При n<100 различить законы невозможно и в этом случае в результате исследования обычно принимают закон Гаусса, что может привести к значительному возрастанию энтропии решения навигационных задач.

Продолжительность t_H набора выборки [x] равна $t_H=\tau_K(N-1)$.

Дискретность измерений Δ_t принимают равной $0{,}5\tau_K$ или величине, которая требуется при определении других показателей точности НП.

Метод идентификации формы ЗР для области больших вероятностей с использования критерия знаков разностей рассмотрен в разд. 2.1.

Объединение нескольких выборок малого объёма в одну достаточно (или возможно) большую можно производить после попарной проверки их принадлежности к одной генеральной совокупности. Проверку производят по критерию Вилькоксона [224]. Объединяемые выборки заносят в одну колонку таблицы МЕ и обрабатывают, как указано выше. Поскольку эксцесс и асимметрия не обладают свойством аддитивности, вычислять их средние значения из нескольких, полученных в разных выборках, нельзя.

Определение вероятности случайного события

Задача определения вероятности случайного события решается в навигации при оценке и контроле вероятности правильного разрешения многозначности фазовых отсчетов, возникновения грубых погрешностей, аварийных ситуаций, при оценке качества МСН на испытаниях и др.

Точечную оценку вероятности (частости, частоты) случайного события А по опытным данным рассчитывают по формуле

$$\tilde{P} = w = k/n, \qquad (6.4.10)$$

где k - число появлений исследуемого события А; n - общее число независимых испытаний.

Доверительные границы для вероятности Р определяют одним из трех способов [31]:

1. При больших n>100 и вероятности, не очень близкой к 0 или 1 - по приближенной формуле

$$P_l = \tilde{P} - B \le P \le \tilde{P} + B = P_h;\ B=K_{B_T}(\beta)Б;\ Б=\sqrt{w(1-w)/n}, \qquad (6.4.11)$$

где $Кв_Г(\beta)$ - квантиль двустороннего распределения Гаусса для доверительной вероятности $\beta=1-\alpha/2$, выбираемая из любой таблицы функции Лапласа, например, из табл. 10.1.1 МВР-96 [94]; α - заданный уровень значимости, например, $\alpha=0,1$; Б - СКП определения вероятности.

При $n<100$ вместо $Кв_Г(\beta)$ используют квантиль распределения Стьюдента $t_{Ст}(\beta)$ (табл. 7.1.2 или табл.8 приложения А).

2. При больших n и очень малой вероятности Р - по формуле

$$P_1 = \chi^2_{1-\alpha/2}(c_1)/2n < \chi^2_{\alpha.2}(c_2)/2n = P_h, \quad (7.1.34)$$

где χ^2 - квантиль χ^2-распределения, выбираемая из табл.12 приложения А;

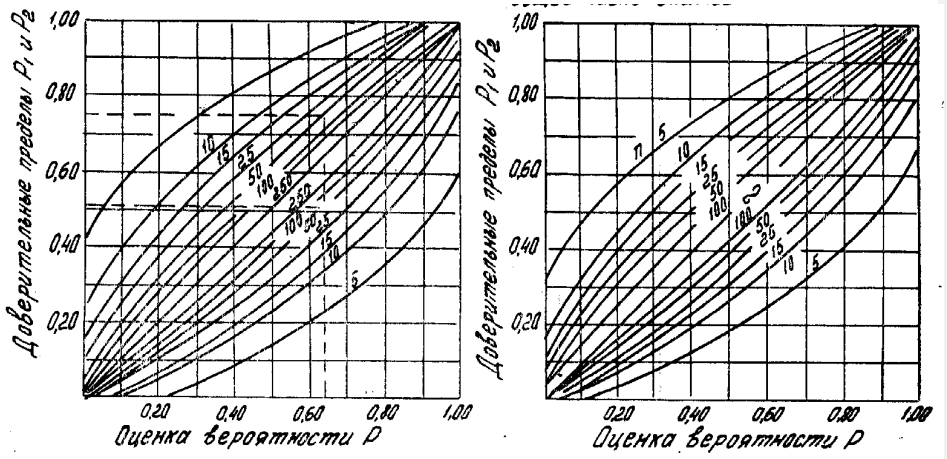
$c_1=2k$; $c_2=2(k+1)$ - количество степеней свободы для нижней и верхней доверительных границ.

3. Для доверительной вероятности $\beta=0,90$ и 0,80 доверительные границы $P_l=P_1$ и $P_h=P_2$ снимают с номограмм на рис.7.1.1.

Например, для $\tilde{P}(A) = 55/100 = 0,55$ при $\beta=0,90$ получаем $P_l=0,32$; $P_h=0,78$.

В частном случае k=n в (7.1.32) верхняя доверительная граница для вероятности Р равна 1, а нижнюю рассчитывают по формуле [7]

$$P=1-(1-\beta)^{1/n}. \quad (7.1.35)$$



а) **б)**

Рис.7.1.1. Оценка вероятности по частоте:

а) для 90% доверительных пределов;

б) для 80% доверительных пределов

Сравнение двух частостей $P_1=\tilde{w}_1$ и $P_2=\tilde{w}_2$ производят по критерию [7]

$$\Delta'_w=w_1-w_2=\sqrt{2}(\sqrt{n_1}\arcsin\sqrt{w_1}-\sqrt{n_2}\arcsin\sqrt{w_2})<K_{B\Gamma}(\beta); \quad w_1>w_2, \tag{7.1.36}$$

при выполнении которого разница между частостями w_1 и w_2 не является значимой и можно рассчитать объединенную частость для объединенных условий измерений $P_S=(k_1+k_2)/(n_1+n_2)$.

Если это условие не выполняется, частости w_1 и w_2 относят к разным градациям условий измерений.

4.5 Методы поверки навигационных комплексов

Постановка задачи

Одной из основных задач общей метрологии является поверка точности средств измерений. Измерения подразделяются на

непосредственные, косвенные и совокупные. В ИНС для выработки координат места корабля непосредственно измеряются составляющие ускорения корабля по осям ортогональной системы координат, составляющие вектора абсолютной (относительно грунта) и относительной скорости корабля, широта его места и направление движения (курс инерциальный), а также корректирующие координаты в момент обсервации. Косвенно измеряются составляющие инерциальной скорости корабля. Совокупно (в результате оптимального или совокупного робастного оценивания) измеряются координаты, направление движения и направление диаметральной плоскости корабля относительно истинного меридиана, составляющие вектора скорости корабля. Очевидно, что в условиях эксплуатации поверку ИНС и НК целесообразно производить по результатам совокупных измерений. При этом в качестве эталона могут выступать обсервованные координаты. Такую поверку можно произвести только на ходу корабля (другим способом невозможно дать ускорение). Поэтому поверка точности выработки координат НК в основном совпадает со штурманской задачей оценивания точности плавания корабля. Далее рассматривается задача оценивания (поверки) точности выработки координат ИНС и НК.

Актуальность этой задачи повышается тем, что: а) из-за ограниченности времени ГИ и диапазона условий их проведения статистические оценки показателей точности часто не определяются, а в случае их получения имеют, как правило, низкое качество; б) не удается проверить на ГИ стабильность этих показателей и их изменчивость во времени и в зависимости от условий работы НК, включая работу в нештатном режиме.

Исходными данными для решения этой задачи могут быть:

1) Погрешности X_K НП U, полученные в момент t_K коррекции координат (в момент обсервации) в виде разностей

$$X_K = U_C - U_{OM}, \qquad (4.4.1)$$

где X_C и X_{OM} — счислимое и обсервованное значения НП.

2) Разности Y одного и того же НП U с выходов двух или трех ИНС U_1, U_2 и U_3 или с выходов ИНС и системы относительного и абсолютного счисления $U_{ОС}$ и $U_{АС}$. Такие разности в некоторых НК рассчитываются, но используются только для контроля достоверности выходных данных ИНС.

С точки зрения оценивания показателей точности ИНС их можно подразделить на два вида, относя к первому виду ИНС, в которых реализован метод протяженной (или двойной) коррекции МПК), ко второму виду — ИНС, в которых этот метод не реализован.

Способ разностей одноименных показаний ИНС

НП на выходе ИНС и схемы относительного и абсолютного счисления представляют собой суммы:

$$U_С = U_И + X_S;\ U_{ОС} = U_И + X_{ОС};\ U_{АС} = U_И + X_{АС}, \qquad (4.4.2^*)$$

где $U_И$ — неизвестное истинное значение НП; X_S — суммарная погрешность НП; $X_{ОС}$ и $X_{АС}$ — погрешности относительного и абсолютного счисления. Разность Y показаний НП с выходов двух ИНС с учетом (4.4.2) равна разности суммарных погрешностей X_{S1} и X_{S2} каждого НП

$$Y = U_{С1} - U_{С2} = X_{S1} - X_{S2}. \qquad (4.4.3)$$

Для определения СКП m_1 и m_2 выработки НП U каждой из ИНС рассматриваемой пары в продолжение времени $t_{ЦК}$ между коррекциями координат необходимо снимают (или документировать) отсчеты значений НП $U_{С1}$ и $U_{С2}$ с дискретностью 1 или 2 ч и рассчитывать разности Y. В результате по каждой паре ИНС получается выборка из n разностей

$$[y] = y_1, ..., y_i, ..., y_n. \qquad (4.4.4)$$

Возведем все члены выборки (4.4.4) в квадрат, возьмем их сумму и разделим ее на n. В результате получим дисперсию σ^2_Y величины Y, равную

$$\sigma^2_Y = (1/n)\Sigma_1^n Y^2_i = (1/n)\Sigma_i^n x^2_{1i} - 2(1/n)\Sigma_1^n x_{1i}\, x_{2i} + (1/n)\Sigma_1^n x^2_{2i} =$$
$$= m^2_1 - 2rm_1m_2 + m^2_2, \qquad (4.4.5^*)$$

где m_1 и m_2 - СКП случайных составляющих НП U_{C1} и U_{C2}; r – коэффициент корреляции погрешностей этих составляющих; поскольку $(1/n)\Sigma_1^n x_{1i}\, x_{2i} = R$ - ковариация, равная $R = rm_1m_2$. Величину дисперсии σ^2_Y разности Y можно рассчитать по выборке (4.4.4)

$$\sigma^2_Y = (1/n)\Sigma_1^n Y^2_i. \qquad (4.4.6)$$

Если априорно известны значение r и соотношение точности двух ИНС $m_2 = Lm_1$, то, имея значение σ_Y, из (4.4.5) можно получить выражения для искомых оценок СКП $m\sim_1$ и $m\sim_2$

$$m\sim_1 = \sigma_Y/(1—2rL+L^2)^{0,5};\ L = m\sim_2/m\sim_1. \qquad (4.4.7^*)$$

При отсутствии конкретных априорных сведений следует принять на основании результатов разд. 3.5 (вывод из (3.5.5)) средние значения r = 0; L=1.

На рис. 4.4.1 приведены графики АКФ разностей показаний широты и долготы ИНС-1 и ИНС-2. Анализ графиков показывает, что в разностях Y основной составляющей погрешностей является суточная с характерным периодом T* = 24 ч, как и в погрешностях НП U_{C1} и U_{C2}. Следовательно, суточные составляющие погрешностей НП U_{C1} и U_{C2} не совпадают по фазе и в разностях Y не компенсируются. А это, как показано выше, обеспечивает малую величину коэффициента корреляции. АКФ разностного процесса Y(t) может быть аппроксимирована экспоненциально-косинусной функцией вида

$$\rho(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|)\cos\beta\tau,\ \beta = 0{,}262\ ч^{—1},\ \alpha = 0{,}06\ ч^{—1}. \qquad (4.4.8^*)$$

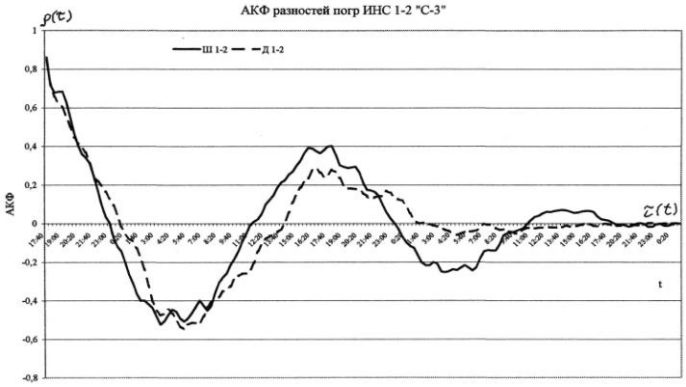


Рис. 4.4.1. Автокорреляционные функции разностей показаний широты (сплошная линия) и долготы (пунктирная линия) двух ИНС

При таких параметрах АКФ интервал корреляции случайного процесса разности Y, определяемый условием $\rho(\tau)=0{,}1$, равен 5 ч.

При трех ИНС в составе НК по каждой разности Y_{jk} вычисляются по формулам (4.4.7) два значения СКП; в итоге получается шесть значений, по два для каждой ИНС m'_1, m''_1; m'_2, m''_2; m'_3, m''_3. Далее по каждой паре значений СКП с одинаковым нижним индексом рассчитывается среднеарифметическое значение, что дает оценки СКП выработки НП U для каждой ИНС $m\sim_1$, $m\sim_2$ и $m\sim_3$.

Эффективность предложенного способа оценивания СКП НП по разностям показаний трех ИНС проверена по материалам ГИ НК «Симфония-3». Экспериментальные значения СКП (в условных единицах) выработки широты и долготы и эксцесса представлены в табл. 4.4.1. В графах “1” показаны оценки, рассчитанные классическим способом по результатам (4.4.1), в графах “2” — по разностям (4.4.3) и по формулам (4.4.5 и 7). Видно, что оценки СКП, полученные предлагаемым способом, практически не отличаются от оценок классического способа, так что даже не требуется проверка равенства СКП по критерию Фишера. Хорошее сходство наблюдается и в отношении оценок эксцесса, характеризующего вид закона распределения погрешностей.

Таблица 4.4.1

Результаты экспериментальной проверки способа оценки СКП по разностям одноименных НП

Оцениваемый параметр ‖ ИНС-1				ИНС-2		ИНС-3	
			‖				
			1	1		1	
2				2		2	
Широта	СКП	0,11	0,10	0,10	0,12	0,10	0,10
	эксцесс	0,83	-0,80	0,22	-0,45	1,53	-0,20
Долгота	СКП	0,30	0,26	0,23	0,27	0,26	0,27
	эксцесс	0,45	0	0,05	-0,16	0,81	0,05

Таким образом: расчет и обработка разностей НП позволяют получить оценки СКП $m\sim_1$, $m\sim_2$ и $m\sim_3$ НП, вырабатываемых каждой из ИНС. Оценки являются приближенными снизу, т. к. в разностях Y исчезают общие для разных ИНС постоянная и изменяющаяся во времени составляющие погрешностей НП. Однако, эти оценки соответствуют конкретным условиям плавания и эксплуатации НК, и в этом их ценность. Поэтому, если эти оценки превышают априорные значения СКП m_{Aj}, то полученные оценки $m\sim_j$ целесообразно использовать в навигационных расчетах в качестве значений СКП в рассматриваемых условиях работы НК, и принять их в качестве априорных оценок для дальнейшей эксплуатации НК. Достоинством способа является автономность и возможность использования во всех условиях.

Определение оценок $m\sim_j$ производится по завершении каждого s-го ЦК. Эти оценки записываются в специальную таблицу и наносятся на график в зависимости от номера ЦК. Если график при сглаживании методом линейной регрессии [31, 224] (или глазомерно) не показывает увеличения величины $m\sim_j$, то точность ИНС по рассматриваемому НП остаётся постоянной. Можно считать, что поверка точности произведена.

При работе НК в одинаковых условиях, постоянстве величины $m\sim_j$ и $s > 4$ (для пятого и последующих ЦК) все полученные ранее и теперь оценки $m\sim_{Js}$ могут быть объединены по формуле

$$m^*_{jn} = (\Sigma_{s=1}^{n} m^2_{js}/n)^{0,5}, \qquad (4.4.9)$$

где m^*_{jn} — объединенная за n ЦК оценка СКП выработки НП j-й ИНС; n —количество ЦК в рассматриваемых условиях работы НК, совпадающее с последним номером числа s. Если совокупная оценка m^*_{jn} при $n > 4$ превышает априорное значение СКП m_{jA}, то эта совокупная оценка становится априорным значением СКП для последующих расчетов при данных условиях работы НК. Предлагаемый способ оценки СКП НП особенно эффективен для НК, в которых реализован метод ПК, а также во всех НК в каналах выработки широты и курса инерциального, поскольку в погрешностях этих каналов невелики систематические составляющие.

Способ дополнительной информации о скорости корабля

При оценивании СКП выработки долготы и курса гироазимутального (общее обозначение X) в НК средней точности (без ПК) необходимо использовать в соответствии с многолетним опытом эксплуатации НК [95*], дополнительную информацию, доставляемую системами относительного ($X_{ОС}$) или абсолютного ($X_{АС}$) счисления. Рассматриваются разности

$$Y = X_С - X_{ОС} = x_s - x_{ОС} = x_П + x(t) + x_{Сл} - x_{ОС}, \qquad (4.4.10^*)$$

где $x_П$ — постоянная на интервале $t_{ЦК}$ составляющая погрешности ИНС; x(t) — монотонно изменяющаяся во времени составляющая; $x_{Сл}$, — случайная составляющая. Погрешность счисления $x_{ОС}$ является случайным процессом с интервалом корреляции $\tau_К < t_{ЦК}$, и может рассматриваться как случайная величина. По разностям Y_i, измеренным в продолжении $t_{ЦК}$ с дискретностью 1 или 2 ч, строят график и сглаживают его прямой линией регрессии на глаз или рассчитывают параметры функции регрессии

$$M_Y(t) = y^*(t) = a\tilde{}+b\tilde{}_Y t \qquad (4.4.11)$$

по выборке парных значений

$$(Y_1, t_1),..., (Y_i, t_i),..., (Y_n, t_n). \qquad (4.4.12)$$

в соответствии с [31, 224]. Здесь $M_Y(t) = y^*(t)$ — изменяющаяся во времени оценка математического ожидания (среднего значения) величины Y; $a\tilde{}= x_{\Pi s}$ — оценка суммарной постоянной погрешности ИНС и счисления; $b\tilde{}_Y= v_x$ — оценка скорости изменения погрешности НП. При глазомерном сглаживании $x_{\Pi s}= y^*(0)$, а

$$v = [y^*(t_{ЦК}) – y^*(0)]/t_{ЦК}, \qquad (4.4.13^*)$$

где $y^*(t_{ЦК})$ и $y^*(0)$ —значения $y^*(t)$ на моменты окончания и начала цикла коррекции. СКП m_{y^*} сглаженного значения y^* определяется по формуле

$$m_{y^*} =[\Sigma_1^n d^2_i/(n-2)]^{0,5}, \qquad (4.4.14^*)$$

где d_i —разности ординат Y_i и сглаживающей линии; член (n-2) в знаменателе учитывает уменьшение числа степеней свободы на 2, в соответствии с числом параметров, характеризующих функцию математического ожидания [224]. СКП определения скорости v равна [224]

$$m_v =m_{y^*}2^{0,5}/t_{ЦК}, \qquad (4.4.15)$$

Полученные оценки $x_{\Pi s}$ и v_x проверяются на значимость по следующим критериям, соответствующим доверительной вероятности 0,9:

$$x_{\Pi s} >1,64m_{y^*};\ \ v > 2,38m_{y^*}/t_{ЦК}, \qquad (4.4.16^*)$$

Если условия (4.4.16) выполняются, то величины $x_{\Pi s}$ и/или v считаются значимыми (т. е. в показаниях НП X_C присутствуют постоянная и/или изменяющаяся во времени составляющие погрешности). В таком случае величины $x_{\Pi s}$ и v учитываются в счислении или вводятся в ИНС в соответствии с инструкцией по эксплуатации ИНС. Для пятого (s=5) и последующих ЦК вычисляют СКЗ скорости

постоянного ухода долготы и СКП $m_{Пs}$ по формуле (4.4.9). СКП выработки долготы при таком подходе равна

$$m_{СДi} = (m^2_v t^2_i + m^2_{Пs} + m^2_{y*})^{0,5}, \qquad (4.4.17*)$$

где t_i — продолжительность счисления от последней коррекции; m_{y*} — СКП сглаженного значения, полученная в последнем завершенном ЦК.

Если в разностях Y (4.4.10) используются данные абсолютного счисления, обладающего значительно более высокой точностью по сравнению с относительным, то величина m_{y*} оказывается существенно меньше, СКП $m_{Пs}$ практически не зависит от постоянной составляющей погрешности счисления, и точность выработки долготы и оценивания её СКП существенно возрастает.

Использование корректирующей информации

Возможности для оценивания показателей точности ИНС и НК при плавании в море значительно расширяются при использовании обсервованной информации с расчетом разностей $X_К$ по (4.4.1). Разности равны $X_К = X_С - X_{ОМ} = x_s - x_{ОМ}$, где $x_{ОМ}$ — погрешность обсервованной координаты. При высокоточных обсервациях можно считать $x_К = x_s$. Возможны два варианта поступления обсервованной информации.

В первом варианте значения $X_{ОМi}$ поступают в произвольные моменты времени t_i. При этом за время $t_{ЦК}$ образуется выборка из n парных значений $(x_{К1}, t_1),..., (x_{Кi}, t_i),..., (x_{Кn}, t_n)$, обработав которую в соответствии с (4.4.13 – 17), можно получить оценки систематических составляющих погрешности НП $x_П$ и v_x и их СКП $m_{xП}$ и m_v с более высокой точностью, характеризуемой СКП $m_{xОМ}$ величины $X_{ОМ}$.

Если условие (4.4.16) не будет выполнено, то рассчитывают оценку СКП m~ выработки рассматриваемого НП по формуле

$$m\sim = (\Sigma_1^n x^2_{Ki}/n - m^2_{xОМ})^{0,5}. \qquad (4.4.18*)$$

где n — количество обсерваций. Полученные оценки СКП $m\sim_1$, $m\sim_2$, $m\sim_3$ НП X, вырабатываемого тремя ИНС, сравниваются между собой по критерию Фишера [224]. Если различие между оценками окажется существенным, то вычисляют значение параметра $L = m\sim_2/m\sim_1$. При

несущественном различии вычисляют общее значение СКП для всех трех ИНС по формуле (4.4.9).

Рассматривая величины разностей НП x_{Ki} для пары ИНС — величины x_{1Ki} и x_{2Ki} (дальше обозначаются x_{1i} и x_{2i}), можно рассчитать оценку коэффициента корреляции r_{12} по общей формуле (с подстановкой 1=j, 2=k)

$$r_{jk} = \Sigma_1^n x_{ji}\, x_{ki} / n m_j m_k, \qquad (4.4.19)$$

где число n может характеризовать общее количество измерений погрешностей за несколько ЦК, за поход или этап похода в некоторых условиях работы НК. Полученные значения коэффициента корреляции r_{jk} проверяют на существенность в соответствии с [24, с. 102], и те из них, которые признаются значимыми, используются для различных расчетов.

Рассматривая разности НП x_{Ki} для каждой ИНС и на выходе НК, можно рассчитать оценку эксцесса соответствующей погрешности каждого НП X по формуле

$$E_x = \Sigma_1^n x^4_{Ki} / n m^4_x - 3, \qquad (4.4.20)$$

где m_x — СКП рассматриваемого НП X.

Во втором варианте обсервованная информация (значения x_{Ks}) образуется при коррекции координат в конце ЦК через интервалы времени, равные $t_{ЦК}$. В этом случае определяются оценки СКП m~ выработки НП на интервале времени $t_{ЦК}$ по (4.4.18) с подстановкой x_{Ks} вместо x_{Ki}, а также оценки коэффициентов корреляции и эксцесса. Недостаток второго варианта состоит в том, что разности x_{Ks} приходятся на одну и ту же фазу суточной составляющей погрешности НП и, если эта фаза близка к 0° или 180°, то оценки погрешностей и их СКП могут оказаться заниженными.

ПРИМЕЧАНИЕ. Выше рассмотрены способы оценивания точности выработки координат ИНС, входящими в состав НК. По этим данным точность выработки координат НК характеризуется с помощьюСКП вероятнейшего значения из показаний трёх ИНС. В самом простом варианте равноточных и независимых показаний U_1, U_2 и U_3

получаем $U^* = (U_1 + U_2 + U_3) / 3$; $m_{U^*} = m_U/\sqrt{3}$, где m_U – СКП выработки НП каждой ИНС. Более сложные варианты рассматриваются в главе 5.

Глава 7. РУЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАВИГАЦИИ. ПОВЕРКА НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

7.1. Методы поверки и оценивания точности навигационных комплексов в условиях эксплуатации

Постановка задачи

Одной из основных задач общей метрологии является поверка точности средств измерений. Измерения подразделяются на непосредственные, косвенные и совокупные. В ИНС и НК для выработки координат места корабля непосредственно измеряются составляющие трёхмерного вектора ускорения корабля по осям ортогональной системы координат, составляющие вектора абсолютной (относительно грунта) и относительной скорости корабля в плоскости горизонта, широта его места и направление движения (курс инерциальный), а также корректирующие координаты в момент обсервации. Косвенно измеряются составляющие инерциальной скорости корабля. Совокупно (в результате оптимального или совокупного робастного оценивания) измеряются координаты на выходе НК, направление движения и направление диаметральной плоскости корабля относительно истинного меридиана, составляющие вектора скорости корабля. Очевидно, что в условиях эксплуатации поверку ИНС и НК целесообразно производить по результатам совокупных измерений. При этом в качестве эталона могут выступать обсервованные координаты. Такую поверку можно произвести только на ходу корабля (другим способом невозможно дать ускорение). Поэтому поверка точности выработки координат НК в основном совпадает со штурманской задачей оценивания точности плавания корабля. Далее рассматривается задача оценивания (поверки) точности выработки координат ИНС и НК.

Актуальность этой задачи повышается тем, что:

а) из-за ограниченности времени ГИ и диапазона условий их проведения статистические оценки показателей точности часто не определяются, а в случае их получения имеют, как правило, низкое качество;

б) не удается проверить на ГИ стабильность этих показателей и их изменчивость во времени и в зависимости от условий работы НК, включая вариант работы в нештатном режиме.

Исходными данными для решения этой задачи могут быть:

1) Погрешности X_K НП U, полученные в момент t_K коррекции координат (в момент обсервации) в виде разностей

$$X_K = U_C - U_{OM}, \quad (7.1.1)$$

где X_C и X_{OM} - счислимое и обсервованное значения НП.

2) Разности Y одного и того же НП U с выходов двух или трех ИНС U_1, U_2 и U_3, или с выходов ИНС и системы относительного и абсолютного счисления U_{OC} и U_{AC}. Такие разности в некоторых НК рассчитываются, но используются только для контроля достоверности выходных данных ИНС.

С точки зрения оценивания показателей точности ИНС их можно подразделить на два вида, относя к первому виду ИНС, в которых реализован метод протяженной (или двойной) коррекции (МПК), ко второму виду — ИНС, в которых этот метод не реализован.

Способ разностей одноименных показаний ИНС

Теория способа. НП на выходе ИНС и схемы относительного и абсолютного счисления представляют собой суммы:

$$U_C = U_И + X_S; \; U_{OC} = U_И + X_{OC}; \; U_{AC} = U_И + X_{AC}, \quad (7.1.2)$$

где $U_И$ - неизвестное истинное значение НП; X_S - суммарная погрешность НП; X_{OC} и X_{AC} - погрешности относительного и абсолютного счисления.

Разность Y показаний НП с выходов двух ИНС с учетом (7.1.2) равна разности суммарных погрешностей X_{S1} и X_{S2} каждого НП

$$Y=U_{C1}- U_{C2} = X_{S1} - X_{S2}. \quad (7.1.3)$$

Для определения СКП m_1 и m_2 выработки НП U каждой из ИНС рассматриваемой пары в продолжение времени $t_{ЦК}$ между коррекциями координат необходимо снимать (или документировать) отсчеты значений НП U_{C1} и U_{C2} с дискретностью 1 или 2 ч и рассчитывать разности Y. В результате по каждой паре ИНС получается выборка из n разностей

$$[y]=y_1, ..., y_i, ..., y_n . \quad (7.1.4)$$

Возведем все члены выборки (7.1.4) в квадрат, возьмем их сумму и разделим ее на n. В результате получим дисперсию σ^2_Y величины Y, равную

$$\sigma^2_Y = (1/n)\Sigma_1^n y^2_i = (1/n)\Sigma_i^n x^2_{1i} - 2(1/n)\Sigma_1^n x_{1i} x_{2i}+(1/n)\Sigma_1^n x^2_{2i} = = m^2_1 - 2rm_1m_2+ m^2_2, \quad (7.1.5)$$

где m_1 и m_2 - СКП случайных составляющих НП U_{C1} и U_{C2}; r – коэффициент корреляции погрешностей этих составляющих; поскольку $(1/n)\Sigma_1^n x_{1i} x_{2i} = R$ - ковариация, равная $R= rm_1m_2$. Величину дисперсии σ^2_Y разности Y можно рассчитать по выборке (7.1.4)

$$\sigma^2_Y = (1/n)\Sigma_1^n y^2_i. \quad (7.1.6)$$

Если априорно известны значение r и соотношение точности двух ИНС $L=m\sim_2/m\sim_1$, то, имея значение σ_Y, из (7.1.5) можно получить выражения для искомых оценок СКП $m\sim_1$ и $m\sim_2$

$$m\sim_1 = \sigma_Y/(1—2rL+L^2)^{0,5}; \quad m_2 = Lm_1. \quad (7.1.7)$$

При отсутствии конкретных надёжных априорных сведений следует принять на основании результатов разд. 5.4 средние значения r = 0; L=1. В таком случае $m\sim_1 = m\sim_2 = \sigma_Y/\sqrt{2}$.

На рис. 7.1.1 приведены графики АКФ разностей показаний широты и долготы ИНС-1 и ИНС-2 из состава НК. Анализ графиков показывает, что в разностях Y основной составляющей погрешностей является суточная с характерным периодом T*=24 ч, как и в погрешностях НП U_{C1} и U_{C2}. Следовательно, суточные составляющие погрешностей НП U_{C1} и U_{C2} не совпадают по фазе и в разностях Y не компенсируются. А это, как показано в разд. 5.2, при наблюдениях на интервале T*, обеспечивает малую величину коэффициента корреляции. АКФ разностного процесса Y(t) может быть аппроксимирована экспоненциально-косинусной функцией вида

$$\rho(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|)\cos\beta\tau, \quad \beta = 0{,}262 \text{ ч}^{—1}, \ \alpha = 0{,}06 \text{ ч}^{—1}.$$

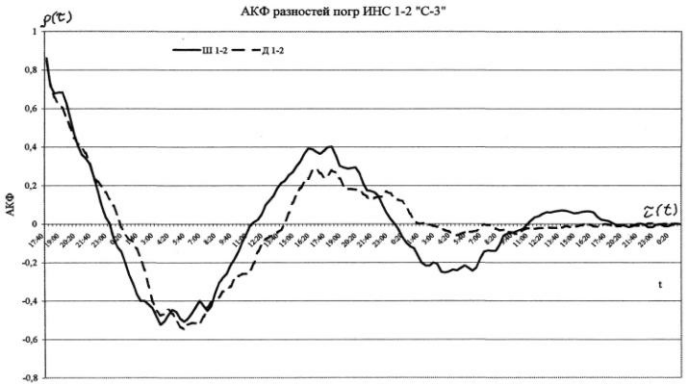


Рис. 7.1.1. Автокорреляционные функции разностей показаний широты (сплошная линия) и долготы (пунктирная линия) двух ИНС

При таких параметрах АКФ интервал корреляции случайного процесса разности Y, определяемый условием $\rho(\tau)=0{,}1$, равен 5 ч.

При трёх ИНС в итоге обработки разностей отсчётов НП за суткт получают значения СКП, например, выработки широты: по парному значению СКЗ $\sigma_{Ш12}$ рассчитывают СКП $m'_{Ш1}$ и $m'_{Ш2}$; по парному значению $\sigma_{Ш13}$ СКП $m''_{Ш1}$ и $m'_{Ш3}$; по парному значению СКЗ $\sigma_{Ш23}$ – СКП $m''_{Ш2}$ и $m''_{Ш3}$. Объединяют попарно значения СКП каждой ИНС с верхними индексами «’» и «“» по формуле, например, для ИНС1

$$m_{Ш1}=\{[(m'_{Ш1})^2+(m''_{Ш1})^2]/2\}^{0.5},$$

получая окончательно для рассматриваемых суток СКП $m_{Ш2}$ для ИНС2 и $m_{Ш3}$ для ИНС3. Точно так же рассчитываются СКП выработки долготы, курса и других НП.

Таким образом, за каждые *l*-е сутки определены оценки СКП $m_{Ш1(l)}$, $m_{Ш2(l)}$, $m_{Ш3(l)}$ (общее обозначение $m_{(l)}$), а также СКП выработки долготы и курса, определяемые аналогичным порядком. Эти СКП имеют невысокое качество из-за малого числа N эквивалентных независимых измерений, соответствующего 24 ч. Для повышения качества объединяют оценки, полученные в одинаковых условиях эксплуатации НК, по формуле

$$m^*_{(l)}=\{[(l\text{-}1)m^{*2}_{(l\text{-}1)}+m^2_{(l)}]/l\}^{0.5}, \qquad (7.1.8, а)$$

где $m^*_{(l)}$ – объединённая оценка СКП за l суток; $m^*_{(l\text{-}1)}$ – предыдущая объединённая оценка за l – 1 сутки; $m_{(l)}$ – оценка СКП за последние законченные сутки.

Однородность условий выработки НП и текущих оценок СКП проверяют по условию

$$1/F < m_{(l)} / m^*_{(l\text{-}1)} < F, \qquad (7.1.8, б)$$

где F – критерий, выбираемый из следующего ниже вывода. При выполнении критерия (7.1.8,б) условия выработки НП считаются однородными и можно объединять оценки СКП по формуле (7.1.8,а). Если неравенство (7.1.8,б) не выполняется, нужно искать причину возникновения неоднородности и начинать оценивание СКП в новых условиях.

В случаях, когда определяемые таким образом оценки СКП m^*_l превышают соответствующие априорные значения СКП $m_{ап}$, оценки m^*_l принимают в расчёты при решении всех вероятностных навигационных задач и считают априорными для последующего использования.

l	2	3	4	5	10	20	40	80
F	2,53	1,91	1,76	1,70	1,61	1,57	1,55	1,55

Проверка эффективности способа. Эффективность предложенного способа оценивания СКП НП по разностям показаний трех ИНС проверена по экспериментальным материалам, полученным в плавании в течение 7 суток. Эмпирические . значения СКП (в условных единицах) выработки широты и долготы и эксцесса погрешностей представлены в табл. 7.1..1. В графах “1” показаны оценки, рассчитанные классическим способом по формуле Бесселя по результатам (7.1.1), в графах “2” - по разностям (7.1.3) и по формулам (7.1.5 и 7). Можно увидеть, что оценки СКП, полученные предлагаемым способом, практически не отличаются от оценок классического способа, так что даже не требуется проверка равенства СКП по критерию Фишера. Хорошее сходство наблюдается и в отношении оценок эксцесса, характеризующего вид закона распределения погрешностей.

Таблица 4.4.1

Результаты экспериментальной проверки способа оценки СКП по разностям одноименных НП

Оцениваемый параметр		ИНС-1		ИНС-2		ИНС-3	
		1	2	1	2	1	2
Широта	СКП	0,11	0,10	0,10	0,12	0,10	0,10

	эксцесс	-0,83	-0,80	-0,22	-0,45	1,53	-0,20
Долгота	СКП	0,30	0,26	0,23	0,27	0,26	0,27
	эксцесс	-0,45	0	-0,05	-0,16	0,81	0,05

Таким образом: расчет и обработка разностей НП позволяют получить оценки СКП $m\sim_1$, $m\sim_2$ и $m\sim_3$ НП, вырабатываемых каждой из ИНС. Оценки являются приближенными снизу, т. к. в разностях Y исчезают общие для разных ИНС постоянная и изменяющаяся во времени составляющие погрешностей НП. Однако, эти оценки соответствуют конкретным условиям плавания и эксплуатации НК, и получаются при большом количестве независимых измерений, и в этом их ценность. Поэтому, если эти оценки превышают априорные значения СКП m_{Aj}, то полученные по разностям оценки $m\sim_j$ целесообразно использовать в навигационных расчетах в качестве значений СКП в рассматриваемых условиях работы НК, и принять их в качестве априорных оценок для дальнейшей эксплуатации НК. Достоинством способа является автономность и возможность использования во всех условиях.

Определение оценок $m\sim_j$ производится по завершении каждого s-го ЦК (или за каждые сутки). Эти оценки записываются в специальную таблицу и наносятся на график в зависимости от номера ЦК. Если график при сглаживании методом линейной регрессии (см. разд. 4.5) (или глазомерно) не показывает увеличения величины $m\sim_j$ с увеличением номера ЦК, то точность ИНС по рассматриваемому НП остаётся постоянной. Можно считать, что поверка точности произведена.

Если на графиках наблюдается быстрое существенное увеличение или уменьшение СКП, то следует проанализировать возможные изменения условий работы НК. Значимость величины изменения проверяют по критерию Фишера или доверительных границ для СКП в зависимости от ЗР погрешностей, характеризуемого эксцессом, который рассчитывают в соответствии с разд. 3.

Предлагаемый способ оценки СКП НП особенно эффективен для НК, в которых реализован метод ПК, а также во всех НК в каналах выработки широты и курса инерциального, поскольку в погрешностях этих каналов невелики систематические составляющие и среднее за сутки

значение коэффициента корреляции близко к нулю. Для канала долготы НК без протяжённой коррекции можно принять r=0,5.

Рассмотренный способ определения показателей точности НП по разностям одноименных показаний является весьма перспективным, т. к. позволит автономно контролировать реальную точность выработки координат, а возможно, и курса, а также качество тех оценок точности, которые автоматически вырабатывает НК. Качество таких оценок никогда экспериментально не проверялось и нуждается в контроле. Всё это даст возможность принимать решение о выполнении при необходимости досрочной обсервации или протяжённой коррекции, или, наоборот, о её отсрочке для повышения скрытности путём ограничения общего времени работы ГАЛ. Утверждение о том, что работающий на излучение ГАЛ не демаскирует *пл*, проверялось давно на шумопеленгаторной станции, не снабжённой оптимальным обнаружителем сигналов в шумах, и, по нашему мнению, нуждается в дополнительной проверке.

Однако, возможности способа контроля характеристик точности по разностям показаний НП перед его широким применением должны быть дополнительно проверены в процессе эксплуатации НК с использованием дополнительной обсервованной информации (см. ниже).

Способ дополнительной информации о скорости корабля

При оценивании СКП выработки долготы и курса гироазимутального (общее обозначение X) в НК средней точности (без ПК) необходимо использовать в соответствии с многолетним опытом эксплуатации НК, дополнительную информацию, доставляемую системами относительного ($X_{ОС}$) или абсолютного ($X_{АС}$) счисления. Рассматриваются разности

$$Y = X_С - X_{ОС} = x_С - x_{ОС} = x_П + x(t) + x_{Сл} - x_{ОС}, \qquad (7.1.10)$$

Где $x_С$ – погрешность выработки НП; $x_П$ — постоянная на интервале $t_{ЦК}$ составляющая погрешности ИНС; x(t) — монотонно изменяющаяся во времени составляющая; $x_{Сл}$, — случайная составляющая. Погрешность счисления $x_{ОС}$ является случайным процессом с интервалом корреляции

$\tau_К < t_{ЦК}$, и может рассматриваться как случайная величина. По разностям Y_i, измеренным в продолжении $t_{ЦК}$ с дискретностью 1 или 2 ч, строят график и сглаживают его прямой линией регрессии на глаз или рассчитывают параметры функции регрессии

$$M_Y(t) = y^*(t) = a\sim + b\sim t \qquad (7.1.11)$$

по выборке парных значений

$$(y_1, t_1),..., (y_i, t_i),..., (y_n, t_n). \qquad (7.1.12)$$

в соответствии с разд. 4.5. Здесь $M_Y(t) = y^*(t)$ — изменяющаяся во времени оценка математического ожидания (среднего значения) величины Y; $a\sim = x_{Пs}$ — оценка суммарной постоянной погрешности ИНС и счисления; $b\sim = v_x$ — оценка скорости изменения погрешности НП. При глазомерном сглаживании $x_{Пs} = y^*(0)$, а

$$v_x = [y^*(t_{ЦК}) - y^*(0)]/t_{ЦК}, \qquad (7.1.13)$$

где $y^*(t_{ЦК})$ и $y^*(0)$ —значения $y^*(t)$ на моменты окончания и начала цикла коррекции. СКП m_{y^*} сглаженного значения $y^*(t)$ определяется по формуле

$$m_{y^*} = [\Sigma_1^n d^2_i/(n-2)]^{0,5}, \qquad (7.1.14)$$

где d_i — разности ординат y_i и сглаживающей линии; член (n-2) в знаменателе учитывает уменьшение числа степеней свободы на 2, в соответствии с числом параметров, характеризующих функцию математического ожидания [224]. СКП определения скорости v равна [224]

$$m_v = m_{y^*}\sqrt{2}/t_{ЦК}, \qquad (7.1.15)$$

Полученные оценки $x_{Пs}$ и v_x проверяются на значимость по следующим критериям, соответствующим доверительной вероятности 0,9:

$$x_{Пs} > 1{,}64 m_{y*};\ \ v_x > 2{,}38 m_{y*}/t_{ЦК}, \qquad (7.1.16)$$

Если условия (7.1.16) выполняются, то величины $x_{Пs}$ и/или v_x считаются значимыми (т. е. в показаниях НП X_C присутствуют постоянная и/или изменяющаяся во времени составляющие погрешности). В таком случае величины $x_{Пs}$ и v_x учитываются в счислении или вводятся в ИНС или НК в соответствии с инструкцией по эксплуатации ИНС. Для пятого (s=5) и последующих ЦК вычисляют СКЗ скорости постоянного ухода долготы и СКП $m_{Пs}$ по формуле (7.1.9). СКП выработки долготы при таком подходе равна

$$m_{СДi} = (m^2_{vx} t^2_i + m^2_{Пs} + m^2_{y*})^{0,5}, \qquad (7.1.17)$$

где t_i — продолжительность счисления от последней коррекции координат; m_{y*} — СКП сглаженного значения, полученная в последнем завершенном ЦК.

Если в разностях Y (7.1.10) используются данные абсолютного счисления, обладающего значительно более высокой точностью по сравнению с относительным, то величина m_{y*} оказывается существенно меньше, СКП $m_{Пs}$ практически не зависит от постоянной составляющей погрешности счисления, и точность выработки долготы и оценивания её СКП существенно возрастает.

Использование корректирующей информации

Возможности для оценивания показателей точности ИНС и НК при плавании в море значительно расширяются при использовании обсервованной информации с расчетом разностей X_K по (7.1.1). Разности равны $X_K = X_C - X_{OM} = x_s - x_{OM}$, где x_{OM} — погрешность обсервованной координаты. При высокоточных обсервациях можно считать $x_K = x_s$. Возможны два варианта поступления обсервованной информации.

В первом варианте значения X_{OMi} поступают в произвольные моменты времени t_i. При этом за время $t_{ЦК}$ образуется выборка из n парных значений $[x_K, t]=(x_{K1}, t_1),..., (x_{Ki}, t_i),..., (x_{Kn}, t_n)$, обработав которую в соответствии с (7.1.13 – 17), можно получить оценки систематических составляющих погрешности НП $x_П$ и v_x и их СКП $m_{xП}$ и m_v с более высокой точностью, характеризуемой СКП m_{xOM} величины X_{OM}.

Если условие (7.1.16) не будет выполнено, то рассчитывают оценку СКП m~ выработки рассматриваемого НП по формуле

$$m\sim = (\Sigma_1^n x^2_{Ki}/n - m^2_{xOM})^{0,5}. \qquad (7.1.18)$$

где n — количество обсерваций. Полученные оценки СКП $m\sim_1$, $m\sim_2$, $m\sim_3$ НП X, вырабатываемого тремя ИНС, сравниваются между собой по критерию Фишера. Если различие между оценками окажется существенным, то вычисляют значение параметра $L = m\sim_2/m\sim_1$. При несущественном различии вычисляют общее значение СКП для всех трех ИНС по формуле (7.1.9).

Рассматривая величины разностей НП x_{Ki} для пары ИНС — величины x_{1Ki} и x_{2Ki} (дальше обозначаются x_{1i} и x_{2i}), можно рассчитать оценку коэффициента корреляции r_{12} по общей формуле (с подстановкой 1=j, 2=k)

$$r_{jk} = \Sigma_1^n x_{ji}\, x_{ki}/nm_jm_k, \qquad (7.1.19)$$

где число n может характеризовать (и будут рассматриваться) общее количество измерений погрешностей за несколько ЦК, за поход или этап похода в некоторых условиях работы НК. Полученные значения коэффициента корреляции r_{jk} проверяют на существенность в соответствии с разд. 5.2 или с [24, с. 102], и те из них, которые признаются значимыми, используются для различных расчетов.

Рассматривая разности НП x_{Ki} для каждой ИНС и на выходе НК, можно рассчитать оценку эксцесса соответствующей погрешности каждого НП X по формуле $E_x= \Sigma_1^n x^4_{Ki}/nm^4_x - 3$, где m_x — СКП рассматриваемого НП X.

Во втором варианте обсервованная информация (значения x_{Ks}) образуется при коррекции координат в конце ЦК через интервалы времени, равные $t_{ЦК}$. В этом случае определяются оценки СКП m~ выработки НП на интервале времени $t_{ЦК}$ по (7.1.18) с подстановкой x_{Ks} вместо x_{Ki}, а также оценки коэффициентов корреляции и эксцесса. Недостаток второго варианта состоит в том, что разности x_{Ks} приходятся на одну и ту же фазу суточной составляющей погрешности НП и, если эта фаза близка к 0° или 180°, то оценки погрешностей и их СКП могут оказаться заниженными.

ПРИМЕЧАНИЕ. Выше рассмотрены способы оценивания точности выработки координат ИНС, входящими в состав НК. По этим данным точность выработки координат НК характеризуется с помощью СКП вероятнейшего значения из показаний трёх ИНС. В самом простом варианте равноточных и независимых показаний U_1, U_2 и U_3 получаем $U^*=(U_1+U_2+U_3)/3$; $m_{U^*}=m_U/\sqrt{3}$, где m_U – СКП выработки НП каждой ИНС. Более сложные варианты определения вероятнейшего значения НП рассматриваются в главе 8.

Оценивание точности счисления по невязкам Поверки точности МСН

Общий подход к оцениванию точности различных видов счисления состоит в следующем. Показателями точности различных видов счисления являются:

- для инерциального счисления высокой точности – СКП выработки координат $m_Ш$ и $m_Д$ и коэффициент корреляции $r_{ШД}$; если при выполнении нештатных обсерваций штурман ведёт дополнительную прокладку от обсервованного места, повышая этим точность счисления, то СКП координат зависят от времени счисления и имеют вид $m_Ш(t)$ и $m_Д(t)$;
- для инерциального счисления средней точности – СКП выработки координат $m_Ш$ и $m_Д(t)$ и коэффициент корреляции $r_{ШД}$ и/или радиальная СКП M(t);
- для относительного и абсолютного счисления ипрогнозируемого места – радиальная СКП M(t).

Оценивание величин $m_Ш(t)$ и $m_Д(t)$, а также и M(t), при общем обозначении m(t), по невязкам x_{Ki} (7.1.1), образующим по каждой из этих величин парную выборку с общим обозначением $[x_K, t]$, выполняют в последовательности:

а) наносят невязки на график и глазомерно оценивают, на какие временные участки можно разделить функцию нарастания погрешностей во времени;

б) разбивают общую продолжительность t накопления невязок на разряды так, чтобы в каждом из них оказалось не меньше, чем по 7 -10 невязок и на каждом временном участке, за исключением первого, было не менее, чем по 3 – 4 разряда; на первом участке можно ограничиться двумя или даже одним разрядом;

в) в каждом j-м разряде рассчитывают СКЗ невязки σ_j и наност на график (рис. 7.1.1);

г) сглаживают точки σ_j в разрядах по методу регрессии (разд. 4.5) линейной для СКП m(t) инерциального счисления, параболической для относительного и гиперболической для абсолютного счисления и радиальной СКП инерциального счисления;

д) проводят эти линии на графике и для точек их пересечения снимают значения продолжительности участков графиков.

В итоге такой обработки получают

- для инерциального счисления:

* в задаче об СКП m(t) выработки координат получают линейную двухзвенную или трёхзвенную функцию вида $m(t)=(K_{C1}t;\ a_2+K_{C2}t;\ a_3+K_{C3}t)$ при $t<t_{Л1}$; $t_{Л1}<t<t_{Л2}$; $t>t_{Л2}$ соответственно; здесь $K_{Cj}=b_j$ – коэффициент точности счисления, $t_{Лj}$ – продолжительность (точнее – момент окончания) j-го линейного участка; некоторые элементы этой функции, например, K_{C3}, могут быть равны 0, как у функций на рис. 7.2.1;

* в задаче о радиальной СКП M(t) места корабля получают двухзвенную линейно-гиперболическую функцию вида $M(t)=(K_{C1}t;\ K_{C2}t^{1+\vartheta}$, $\vartheta>0$ при $t<t_{Л1}$ и $t>t_{Л1}$ соответственно;

- для абсолютного счисления получают такую же функцию $M(t)=(K_{C1}t;\ K_{C2}t^{1+\vartheta}$, $\vartheta>0$ при $t<t_{Л1}$ и $t>t_{Л1}$ соответственно;

- для относительного счисления получают линейно-параболическую функцию вида (t)=($K_{C1}t$; $K_{C2}t^{\vartheta}$, $\vartheta>0$ при $t<t_{Л1}$ и $t>t_{Л1}$ соответственно.

В классической навигации при оценивании коэффициентов точности счисления по невязкам не делят невязки на разряды, а обрабатывают всю совокупность невязок на нелинейном участке по

методу регрессии, получая зависимость математического ожидания невязки от аремени её накопления. Переход к СКП

При необходимости найти доверительные границы для величин $m_{Ш}(t)$, $m_{Д}(t)$ и M(t) по п. в) для каждого полученного значения σ_j рассчитывают верхнюю и нижнюю доверительные границы с использованием табл. 8 приложения. Дальнейшую обработку производят, как указано выше раздельно для значений σ_{hj} и σ_{lj}. При классическом способе расчётов эти величины определить не удаётся.

На рис. 7.1.2 приведены экспериментальные графики зависимости СКП (в условных единицах) выработки широты (сплошная линия) и долготы (пунктирная линия) от времени плавания после последней коррекции координат. Кружками и крестиками здесь показаны значения СКП, рассчитанные для разрядов, на которые была разбита ось времени. При построении графиков СКП учтено, что на начальном участке времени после коррекции велось ручное счисление от обсервованного места корабля.

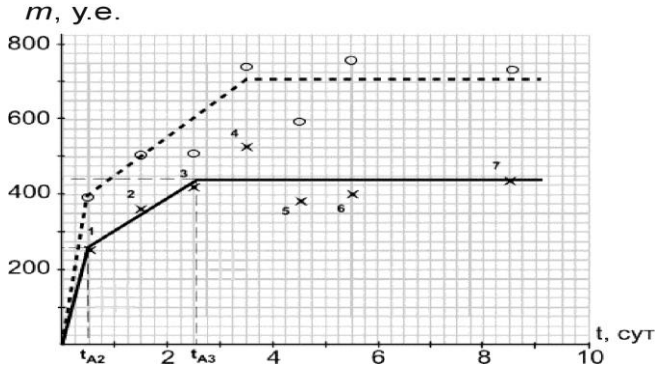


Рис. 7.1.2. Графики функций нарастания во времени СКП выработки широты (сплошная линия) и долготы (пунктирная линия).

Видно, что СКП выработки координат возрастает (вначале быстро, потом медленно) в течение первых 2 – 4 суток без коррекции координат, после чего остаётся постоянной.

7.2 Навигационные способы повышения точности инерциального счисления

Прогнозирование поправок навигационных параметров

Навигационные способы повышения точности инерциального счисления включают измерение поправок к счислимым координатам при выполнении нештатных обсерваций и прогнозирование этих поправок, и способы объединения показаний нескольких МСН счисления. Ниже анализируются способы прогнозирования. Способы объединения показаний рассматриваются в главе 8.

В навигации задача нахождения будущего значения (задача прогнозирования или предсказания) НП возникает при определении и учете мгновенных поправок курсоуказателя (например, по наблюдениям направления линии створа), поправок за влияние подстилающей поверхности в РНС, поправок дифференциальной подсистемы ГНСС, поправок координат на выходе ИНС и НК и т. д.

Общую задачу прогнозирования поправок НП можно подразделить на два варианта: пространственное и временное прогнозирование. В соответствии с разделом 5.1 для решения задачи прогноза должны быть априорно известны (или определены экспериментально в процессе наблюдений) вид и параметры АКФ погрешностей прогнозируемого НП. В первом варианте это должна быть пространственная АКФ, во втором – временная. Принципы и методы решения задач прогнозирования одинаковы для этих вариантов и для различных видов НП, поэтому мы рассмотрим наиболее актуальную задачу прогнозирования поправок координат широты (Ш) и долготы (Д), вырабатываемых ИНС и НК. Применительно к этой задаче можно выделить два вида предсказания: прогноз без использования дополнительной априорной информации о начальной фазе колебаний погрешностей НП, и прогноз с использованием такой информации.

Прогноз без использования информации о начальной фазе периодических погрешностей ИНС

Поправки $\Delta_Ш$ и $\Delta_Д$ определяются в момент T_0 обсервации путем сопоставления обсервованного U_{O3} и счислимого U_C значений НП $\Delta_0=x_0=U_{O3}-U_C$. Задача прогноза состоит в определении прогнозируемого значения НП U_i на момент прогноза $T_i>T_0$ и решается по формуле

$$U_i=U_{Ci}+G_i x_0,$$

где G_i- значение функции G(t) прогноза на момент T_i; $G_i x_0$ - значение поправки в этот момент. Стандартная погрешность прогнозируемого значения m_i на момент T_i, выражается формулой $m_i=m_{xi}=B_i m_U$, где B_i - значение функции B(t) СКП поправки на момент T_i; m_U - СКП счислимого значения U_{Ci}; если величина m_U изменяется во времени, то нужно рассматривать значение m_{Ui}.

В разд. 5.1 рассмотрены два важных для нас способа прогноза, характеризуемые следующими выражениями для функции прогноза:

- при *инерционном прогнозе:*

$$G(\tau) = (1 \text{ или } 0) \text{ при } t_i<t_{пр} \text{ или } t_i>t_{пр}; \qquad (7.2.1, а)$$

$$B(\tau) = \sqrt{2[1-\rho(\tau)]} \qquad (7.2.1, б)$$

где $t=t_i-t_0$ - разностъ между моментами прогноза и определения поправки (продолжительность или время прогноза); ρ(t) - АКФ процесса погрешностей; B - коэффициент эффективности прогноза; $t_{пр}$ - предельное время прогнозирования, такое, что при $t>t_{пр}$ B(t)>1, и СКП прогнозируемой величины становится больше, чем СКП процесса погрешностей;

- при *статистическом (оптимальном) прогнозе:*

$$G(\tau)=\rho(\tau);\ B(\tau)=[1-\rho(\tau)]^{0,5}. \qquad (7.2\ 2)$$

АКФ погрешностей ИНС и НК имеют сложную структуру, определяемую свойствами погрешностей ИНС (см. раэд.5.4), и описываются полным выражением (5.4.5). Параметры этого выражения, необходимые для решения задачи прогнозирования поправок широты и долготы для НК высокой точности, приведены в табл. 5.4.3. Иногда возникает желание или необходимость упростить выражение для АКФ по сравнению с (5.4.5). При этом рассматривают либо экспоненциально-

косинусную (ЭК) АКФ вида (3.4.1), либо АКФ с незатухающими колебаниями (нзт)

$$\rho(t) = A_1 \cos(\beta t) + A_2 \exp(-\alpha_2 t); \; t>0.$$

Параметры этих приближённых АКФ приведены в табл. 7.2.1 вместе с параметрами исходных АКФ, которые названы «полными».

Таблица 7.2.1

Параметры АКФ навигационных комплексов

Вид НК	НП	Вид КФ	A_1	α_1, $ч^{-1}$	β, $ч^{-1}$	A_2	α_2, $ч^{-1}$
НК-С	Ш	полная	0,22	0	0,262	0,78	0,4
НК-С	Ш	ЭК	1,0	0,12	0,262	0	-
НК-С	Д	полная	1,0	0,05	0,204	0	-
НК-В1	Ш	полная	0,75	0,083	0,262	0,25	1,75
НК-В1	Ш	нзт	0,25	0	0,262	0,75	0,29
НК-В1	Д	полная	0,75	0,042	0,262	0,25	1,75
НК-В1	Д	нзт	0,30	0	0,262	0,70	0,33
НК-В2	Ш	полная	0,40	0,089	0,262	0,60	2,9
НК-В2	Ш	ЭК	1,0	0,123	0,262	0	-
НК-В2	Ш	нзт	0,15	0	0,262	0,85	1,67
НК-В2	Д	полная	0,30	0,045	0,262	0,70	2,9
НК-В2	Д	ЭК	1,0	0,131	0,131	0	-
НК-В2	Д	нзт	0,15	0	0,262	0,85	1,8

ПРИМЕЧАНИЕ: в таблице обозначены следующие виды НК: НК-С – средней точности; НК-В1 и НК-В2 – высокой точности первой и второй модификаций.

Способы прогноза поправок к НП иллюстрирует рис.7.2.1, на котором показаны: линией 1 - неизвестное истинное изменение широты при равномерном движении корабля, линией 2 - неизвестное изменение широты на выходе ИНС, отягченное погрешностями; точкой О3 - обсервованное значение широты в момент t_0; Δ_0 – поправка широты в мометг T_0 линией 3 - прогнозируемые значения широты способом инерционного прогноза (ИП) на интервале времени $t_{ИП}=T_1-T_0$; линией 4 -

прогнозируемое значение широты способом статистического прогноза (СП) на интервале времени $t_{СП}=T_2-T_0$.

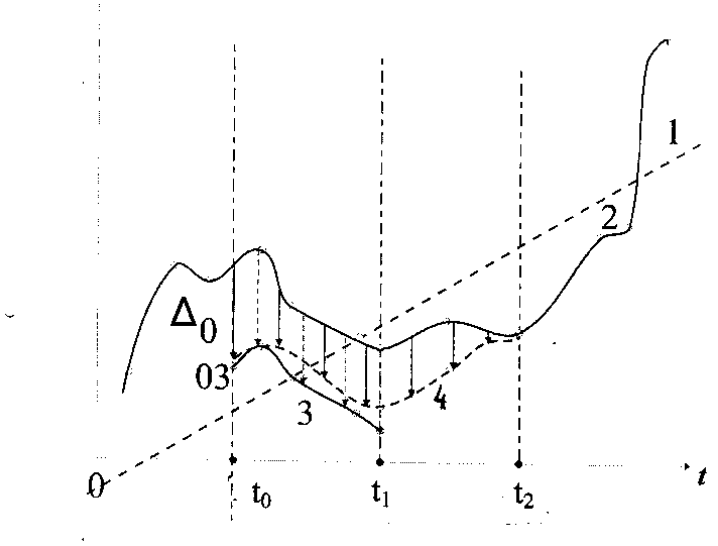


Рис. 7.2.1. Прогнозирования поправок навигационных параметров

На примере погрешностей широты {Оси провести тонкими сплошными линиями. Вертикальную ось обозначить «Ш», горизонт. ось обозначить «t» моменты на най – «T_0», «T_1», «T_2»}

Линия 2 варьируется относительно линии 1, которая является изменяющимся во времени математическим ожиданием $M_Ш(t)$. В момент T_0 получено обсервованное значение широты $Ш_0$ и рассчитана мгновенная поправка $\Delta_0=Ш_0-Ш_С$, где $Ш_С$ - счислимое значение широты на момент T_0.

Учесть мгноченную поправку можно двумя способами:

а) путём ведения дальнейшего счисления от обсервованного места, как это делают в классической навигации; при этом выражение для текущего значения НП имеет вид:

$$Ш_i=Ш_{ОЗ}+V_Ш/t_i;\ Ш_{ОЗ}=Ш_С+\Delta_0;\ t_i=T_i-T_0;$$

и вся линия 2 смешается относительно линия 1, а во все последующие счислимые значения широты окажется введенной уже не поправка, а систематическая погрешность, равная Δ_0.

б) Однако, эту поправку можно учитывать в течение некоторого времени, осуществляя прогнозирование широты способом инерционного или статистического прогноза (7.2.2 или 3). В рассматриваемом на рис. 7.2.1 примере лри инерционном или статистическом прогнозе текущую широту $Ш_i=Ш(t_i)$ на момент $T_0<T_i<(T_1$ или $T_2)$ и ее СКП рассчитывают по формулам

- $Ш_i=Ш_{C0}+V_Шt_i+Δ_0$; $t_i=T_i-T_0$; $m_{ИП}=B_{ИП}m_Ш$; $B_{ИП}=\{2[1-\rho(t_i)]\}^{0.5}$, (7.2.3, а)
- $Ш_i=Ш_{C0}+V_Шt_i+Δ_0\rho(t_i)$; $m_{СП}=B_{СП}m_Ш$; $B_{СП}=[1-\rho^2(t_i)]\}^{0.5}$, (7.2.3, б)

где $Ш_{C0}$ – значение счислимой широты в момент обсервации; $V_Ш$ – скорость изменения широты при движении корабля с постоянной скоростью; $m_Ш$ – СКП выработки широты. При выводе (7.2.3) предполагалось, что погрешностями средства обсервации можно пренебречь по малости, т.е. $m_{ОЗ}<(0,2\text{-}0,3)m_Ш$. Это применительно к НК-В2 справедливо при обсервациях по ГНСС и по высокоточным РНС, работающим на средних частотах. Все производимые ниже расчеты основаны на этом предположении. Если $m_{ОЗ}>(0,2\text{-}0,3)m_Ш$, то необходимо учитывать СКП $m_{ОЗ}$ по формуле $m^2_Ш=(m^2_{ИП}$ или $m^2_{СП})+m^2_{ОЗ}$.

Посмотрим, как влияет на качество прогноза замена полной АКФ на более простую экспоненциально-косинусную. В табл. 7.2.2 приведены результаты расчетов коэффициента В для поправки широты в НК-В2. В качестве аргумента при расчетах вместо времени t использована фаза $\upsilon=\beta t$ колебания суточной составляющей погрешности ($\beta=2\pi/24=0,262$ $ч^{-1}$). Это дает возможность унификации вычислений и таблиц. Видно, что использование более простой АКФ приводит к ошибочным результатам: во-первых, примерно втрое понижается точность прогноза, и во-вторых, в три - пять раз уменьшается предельное время прогноза. Поэтому применять экспоненциально-косинусную АКФ вместо полной недопустимо.

Таблица 7.2.2

Коэффициент эффективности $B_{ИП}$ в зависимости от вида АКФ

Фаза υ (время t, ч)	0,05 (0,2)	0,10 (0,4)	0,15 (0,6)
Полная АКФ	0,719	0,908	1,005

Экспоненциально-косинусная АКФ	0,221	0,318	0,396

Проанализируем, влияние неадекватности параметров полной АКФ на результаты прогнозирования. Для этого в реальных пределах возможного изменения параметров A_1=0,1-0,3 и α_2=0,3-0,5 в НК-С при υ=0,2 и действительном значении $B_{дст}$=0,656 зададимся 20-ю случайно выбранными значениями A_{1j} и α_{2j}. Рассчитаем значения коэффициентов эффективности $B_j(A_1)$ и $B_j(\alpha_{2j})$ и для каждой из этих совокупностей определим СКП. В результате такого моделирования получены оценки СКП m(A)=0,013 и m(α)=0,047. Эти значения СКП малы по сравнению с действительной величиной коэффициента эффективности, поэтому влиянием неадекватности параметров АКФ в пределах их возможной естественной изменчивости можно пренебречь. Это позволяет рассчитать рабочую таблицу параметров $\rho(\upsilon)$ и $B(\upsilon)$ статистического и инерционного прогнозов (табл. 7.2.3)

Переход от фазы к времени выполняют по формуле $t=\upsilon/\beta=\upsilon T^*/2\pi$ = 3,72υ, ч; приближенно t=1 ч соответствует $\upsilon\approx$0,25.

Анализ данных табл. 7.2.3 показывает, что в целом прогнозирование поправок НП применительно к ИНС и НК обеспечивает значительный выигрыш в точности обрабатываемого НП, особенно на начальном участке прогноза.

Продолжительность инерционного прогноза невелика (2-2,5 ч для НК-В1 и меньше 1 ч для НК-В2). Точную величину предельного времени инерционного прогноза можно определить с помощью табл. 7.2.3 как время, соответствующее значению $B_{ИП}(\upsilon)$=1.

Продолжительность статистического прогноза теоретически не ограничена, а практически определяется уровнем эффективности $B_{СП}(\upsilon)\approx$0,95, соответствующим понижению эффективности вследствие неадекватности априорных статистических характеристик АКФ фактическим характеристикам. Эффективность статистического прогноза в среднем на 4-5% выше, чем инерционного, и это превосходство распределяется на интервале времени прогноза

неравномерно - более значительная часть (до 10%) приходится на вторую половину времени прогноза, и только 1+5% - на первую.

Таблица 7.2.3

Параметры $\rho(\upsilon)$, $B_{СП}(\upsilon)$ и $B_{ИП}(\upsilon)$

Вид НК и НП	Пара-метр	Фаза υ суточной погрешности (t= υ3,72, ч)										
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
НК-С, Ш	$\rho(\upsilon)$	0,94	0,89	0,84	0,79	0,75	0,70	0,63	0,56	0,49	0,44	0,38
	$B_{СП}(\upsilon)$	0,34	0,46	0,55	0,61	0,67	0,71	0,78	0,83	0,87	0,90	0,94
	$B_{ИП}(\upsilon)$	0,34	0,47	0,57	0,65	0,71	0,77	0,85	0,94	1,01	-	-
НК-В1, Ш	$\rho(\upsilon)$	0,92	0,85	0,80	0,76	0,72	0,69	0,63	0,57	0,52	0,46	0,38
	$B_{СП}(\upsilon)$	0,40	0,53	0,60	0,66	0,70	0,73	0,78	0,82	0,86	0,89	0,92
	$B_{ИП}(\upsilon)$	0,41	0,55	0,63	0,70	0,75	0,79	0,87	0,93	0,98	1,03	-
НК-В1, Д	$\rho(\upsilon)$	0,92	0,86	0,82	0,78	0,75	0,72	0,67	0,62	0,57	0,52	0,46
	$B_{СП}(\upsilon)$	0,39	0,51	0,58	0,63	0,67	0,70	0,75	0,79	0,82	0,86	0,89
	$B_{ИП}(\upsilon)$	0,40	0,52	0,61	0,67	0,71	0,75	0,82	0,88	0,93	0,99	1,04
НК-В2, Ш	$\rho(\upsilon)$	0,74	0,59	0,50	0,44	0,40	0,37	0,33	0,30	0,27	0,24	0,21
	$B_{СП}(\upsilon)$	0,67	0,81	0,87	0,90	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98
	$B_{ИП}(\upsilon)$	0,72	0,91	1,01	-	-	-	-	-	-	-	-
НК-В2, Д	$\rho(\upsilon)$	0,70	0,53	0,42	0,36	0,32	0,30	0,26	0,24	0,24	0,23	0,21
	$B_{СП}(\upsilon)$	0,71	0,85	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99
	$B_{ИП}(\upsilon)$	0,77	0,87	1,07	-	-	-	-	-	-	-	-

Для канала долготы в НК-С прогноз поправок без дополнительной информации теряет точность из-за наличия постоянного ухода долготы. В качестве дополнительной информации выступает предыдущее обсервованное значение долготы $Д'_{ОЗ}$, полученное в момент $Т'_{ОЗ}$. При решении задачи прогноза вычисляют скорость ухода долготы на интервале времени $Т_{ОЗ}$-$Т'_{ОЗ}$, текущее прогнозируемое значение долготы и его СКП по формулам:

$$v_{тр}=(Д_{ОЗ}-Д'_{ОЗ})/\Delta_t;\ Д_i=Д_{ОЗ}+v_{тр}t_i;\ \Delta_t=Т_{ОЗ}-Т'_{ОЗ};\ ti=Ti-Тоз; \qquad (7.2.4, а)$$

$$m^2_Д=2(m_{ОЗ}/\Delta_t)^2+\sigma^2_v, \qquad (7.2.4, б)$$

где σ_v - СКО, характеризующая естественную изменчивость скорости тренда в пределах цикла коррекции.

Определение поправки курсоуказателя. Применительно к прогнозированию поправок других МСН отметим, что мгновенная поправка курсоуказателя, измеренная по направлению линии створа, сохраняет свое значение на продолжительности времени, равном интервалу корреляции погрешностей курсоуказателя, т. е. в течение 20-30 мин. Этот всё ещё рекомендуемый спсоб не позволяет оценить постоянную поправку, т. к. до того, как корабль выходит на створ, он совершает несколько манёвров по отходу от причала и движению в акватории порта, которые выводя гирокомпас из меридиана. Постоянную поправку следует определять перед отходом от причала изсестным способом «по отдалённому ориентиру». Если определить своё место по дифференциальной подсистеме ГНСС и использовать карту или ЭНИС со знаменателем масштаба $C \leq 10000$ -15000, то точность поправки оказывается весьма высокой.

Прогноз с использованием информации о начальной фазе периодических составляющих погрешности (гармонический прогноз)

Дополнительной информацией для прогнозирования поправок ИНС и НК являются момент t_H начальной фазы $\upsilon_н$ колебаний суточной погрешности и соотношение A_1/A_2 амплитуд составляющих АКФ. Величину t_H определяют по оперативно ведущимся графикам разностей НП или в процессе калибровки НК, величину A_1/A_2 принимают априорно на основании табл. 7.2.1.

Дополнительная информация позволяет представить поправку x_0, полученную в момент $t_{ОЗ}$ обсервации, в виде суммы $x_0 = x' + x''$ периодической (суточной) $x_{сут}$ (обозначим ее x') и случайной $x_{сл}$ (x'') составляющих. Первая составляющая может прогнозироваться как гармоническая функция, вторая - как случайная функция с экспоненциальной АКФ. Распределим эти составляющие в измеренной поправке x_0 в соответствии с отношением их СКП

$m'/m'' = (A_1/A_2)^{0.5} = C$. Тогда выражение для прогноза поправки на момент t_i ,будет иметь вид

$$x_i = D_1 x_0 \sin[\beta(T_i - T_0)] + D_2 x_0 \exp[-\alpha(T_i - T_0)], \qquad (7.2.5)$$

где $\beta = 2\pi/24$; $D_1 = C/(1+C)$; $D_2 = 1/(1+C)$.

При продолжительности прогноза, превышающей время $t_{пр}$ для случайной составляющей (от 0,5 до 3 ч), второй член в этом выражении равен D_2. В таких условиях СКП поправки m_{xi} (она же СКП m_i исправляемого НП) в соответствии с теоремой об СКП функции (3.2.1) определяется выражением

$$m_i = m_П E_i; \quad E_i^2 = (D_1 \sin\alpha_i)^2 + 2(m_{tH}\beta\cos\alpha_i)^2 D_2^2,$$

где $m_П$ - полная СКП прогнозируемого НП; Е - коэффициент эффективности прогноза на момент T_i; $\alpha_i = \beta(T_i - T_H)$; m_{tH}=0,5-1,5 ч - СКП величины t_H, определяемой, как правило, по графикам разностей показаний ИНС и НК с указанной точностью.

Прогнозирование НП с использованием информации о начальной фазе гармонической составляющей погрешности осуществляют в процессе ручных вычислений.

Значения коэффициента E_i в зависимости от отношения A_1/A_2 и времени прогноза $t_i = T_i - T_H$, рассчитанные при m_{tH}=1 ч приведены в табл.7.2.4. В двух последних строках табл. 7.2.4 приведены коэффициенты E_i, рассчитанные для m_{tH}=(2 и 0,5) ч.

Таблица 7.2.4

Значения коэффициента эффективности E_i

A_1/A_2	Время прогноза t, ч											
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
2/8	0,76	0,75	0,74	0,75	0,76	0,76	0,76	0,75	0,74	0,75	0,76	0,76
3/7	0,71	0,72	0,72	0,72	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72	0,71	0,71
4/6	0,68	0,70	0,71	0,70	0,68	0,66	0,68	0,70	0,71	0,70	0,67	0,66
5/5	0,64	0,69	0,71	0,69	0,64	0,62	0,64	0,69	0,71	0,69	0,64	0,62
6/4	0,62	0,68	0,71	0,68	0,62	0,58	0,62	0,68	0,71	0,68	0,62	0,58

7/3	0,59	0,68	0,72	0,68	0,59	0,54	0,59	0,68	0,72	0,68	0,59	0,54
8/2	0,57	0,69	0,75	0,69	0,57	0,50	0,57	0,69	0,75	0,69	0,57	0,50
m_{tH}=2 ч	0,85	0,76	0,71	0,76	0,85	0,89	0,85	0,76	0,71	0,76	0,85	0,89
m_{tH}=0,5ч	0,58	0,67	0,71	0,67	0,58	0,53	0,58	0,67	0,71	0,67	0,58	0,53

Из таблицы можно увидеть, что при $A_1/A_2<1$ эффективность прогноза почти не зависит от времени прогноза и слабо зависит от отношения A_1/A_2, поэтому неадекватность этого параметра, принятого для расчетов, фактическому значению практически не влияет на результаты прогноза. Последние две строки таблицы показывают, что ошибки в оценке точности определения момента t_H начальной фазы суточной погрешности не очень сильно влияет на результаты прогноза, а в пределах времени прогноза 4-8 и 16-20 ч это влияние несущественно. По этой причине гармонический прогноз является надежным методом повышения точности ИНС и НК.

Экспериментальная проверка способа гармонического прогнозирования поправок широты ИНС проведена по материалам плавания корабля с НК-С за 29 суток. Средняя эффективность прогноза по опытным данным при A_1/A_2=0,22/0,78 оказалась равной $\tilde{E} = 0,7$, что хорошо согласуется с данными табл. 7.2.4.

7.3 Практические задачи определения и оценки точности места корабля

Определение и оценивание точности обсервованного места

Радиальную СКП при двух ЛП рассчитывают по формуле [94]

$$M = \frac{m_M \sqrt{1 + \Lambda^2 - 2r\Lambda\cos\Delta\tau}}{|\sin\Delta\tau|} = \mu_2 m_M \qquad (7.3.1)$$

где Λ - отношение большей из двух СКП линий положения $m_Б$ к меньшей m_M, т. е. $\Lambda=m_Б/m_M$; r – коэффициент корреляции погрешностей этих ЛП, равный коэффициенту корреляции погрешностей соответствующих НП; $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$; τ_1 и τ_2 – направления градиентов ЛП; μ_2 – коэффициент перехода от СКП m_M к радиальной СКП М обсервованного места.

Показатели точности обсервованных НП разного вида приведены в табл. 4.1.1. Более полно они рассмотрены в [94]. Другие официальные источники данных о погрешностях, например, пособия РТСНО, чаще всего дают заниженные значения СКП или радиальной СКП. Так, при составлении карт рабочих зон РНС в РТСНО не приняты в расчёт погрешности фазавой радиодевиации (0,2 мкс в РНС на низких и до 0,5 мкс (превалирующая составляющая) в РНС на высоких частотах), а также погрешность, вызванная изменением коэффициента преломоения атмосферы в связи с изменем метеоэлементов.

Поэтому при решении навигационных задач с повышенной ответственностью не следует полагаться на официальные данные. Рекомендуется провести контрольную оценку точности ОМ с исходными данными, выбранными из [94] или из табл. 4.1.1.

По этой формуле построена номограмма на рис. 7.3.1, позволяющая получить значение μ_2 для расчета радиальной СКП по (7.3.1). Для удобства интерполирования при съёме значения μ_2 укладывают вертикально прозрачную линейку на значение $\Delta\tau$ горизонтальной шкалы номограммы и производят интерполяцию вначале по r (на глаз), затем по Λ (в соответствии с делениями шкалы линейки). Например, для $\Delta\tau = 35^o$, Λ=1,7 и r=0,7 величина μ_2 = 2,5.

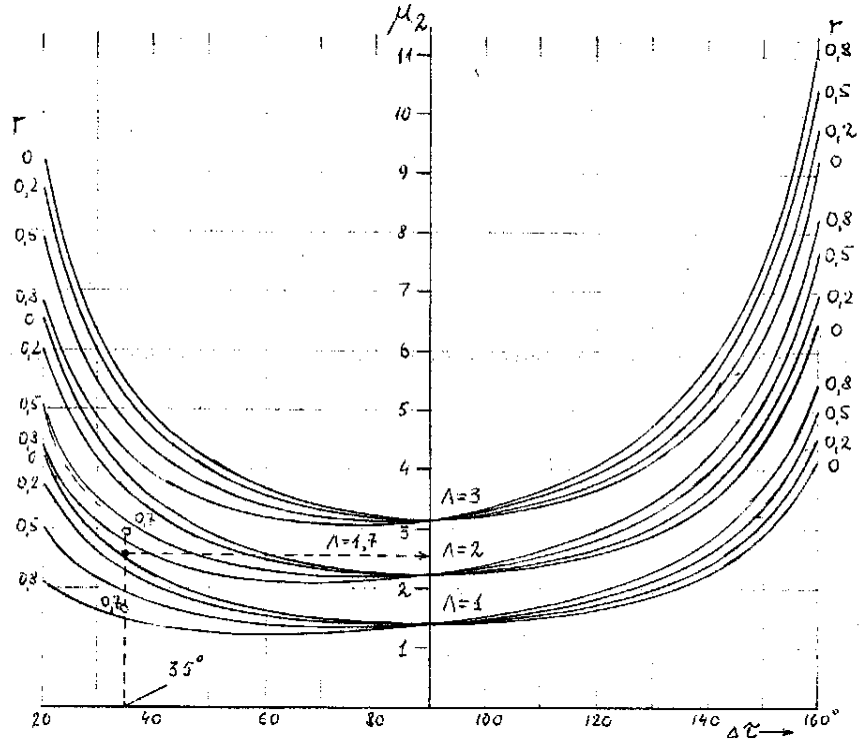


Рис.7.3.1. Номограмма для определения коэффициента μ_2

В случаях, когда НВС или приёмоиндикатор автоматически вычисляет обсервованные координаты по результатам измерений НП, угол между градиентами эквивалентных ЛП в (7.3.1) $\Delta\tau = 90^o$, поэтому радиальная СКП равна $M = (m^2_{Ш} + m^2_{Д})^{0,5}$.

Определение вероятнейшего места (ВМ) корабля по трем ЛП, пересекающимся в виде *треугольника погрешностей* производят следующим образом:

1) *В треугольнике погрешностей малого и среднего размера* (длина сторон не превышает 0,2 ÷ 0, 5 мили в зависимости от масштаба карты для малого и 1,5 мили для среднего треугольника), образованном коррелированными ЛП:

а) в случае направления градиентов ЛП по всему горизонту (обозначаем это символом $\mathbf{g} \subset 360^o$) принимают ВМ в центре окружности, вписанной в треугольник, на глаз;

б) в случае направления градиентов ЛП в одну половину горизонта ($\mathbf{g} \subset 180^o$) поступают следующим образом:

- в остроугольном треугольнике намечают $ЛП_{ср}$, соответствующую среднему по расположению ориентиру, проводят на глаз биссектрису противолежащего угла треугольника и принимают ВМ в точке пересечения биссектрисы с намеченной $ЛП_{ср}$;
- в прямоугольном или тупоугольном треугольнике принимают место в вершине, соответствующей прямому или тупому углу.

2) В треугольнике погрешностей малого и среднего размера, образованном некоррелированными ЛП, принимают ВМ в центре окружности, вписанной в треугольник, на глаз, независимо от того, как направлены градиенты ЛП.

Радиальную СКП вероятнейшего места при трёх ЛП определяют следующим образом:

а) Рассчитывают радиальную СКП $М_В$ самой точной из вершин треугольника погрешностей, которая характеризуется минимальной радиальной СКП из трёх. Обычно внутренний угол треугольника при этой вершине наиболее близок к 90°.

б) Вычисляют радиальную СКП $М_{ВМ}$ вероятнейшего места по формуле [94. МВР]

$$М_{ВМ} = К_{(3)} М_В , \qquad (7.3.2)$$

где $К_{(3)}$ – коэффициент, равный 0,85 при независимых НП; 0,8 при коррелированных НП и $\boldsymbol{g} \subset 360^o$; 0,9 при коррелированных НП и $\boldsymbol{g} \subset 180^o$). Заметим, что в значениях коэффициента $К_{(3)}$ учтено отличие реальных законов распределения погрешностей НП от закона Гаусса и поэтому эти значения несколько меньше, чем использовавшиеся в навигации прежде.

Вероятнейшее место в фигуре погрешностей, образованной пересечением четырех ЛП, принимают на глаз в центре фигуры. Радиальную СКП этого места рассчитывают по (7.3.1) с подстановкой вместо $К_{(3)}$ коэфициента $К_{(4)}=К_{(3)} – 0,05$.

Проверку фигуры погрешностей необычно большого размера на отсутствие грубой погрешности в одной или двух ЛП выполняют

способом измерения периметра (П) треугольника по (3.1.7).

Практические расчеты радиальной СКП относительного счисления

Модель погрешностей относительного счисления, описываемая выражениями (4.4.6 – 12), дает строгий способ определения радиальной СКП счисления и учитывает все существенные факторы условий плавания: район, характеризуемый видом АКФ течений, область СКЗ течений, силу ветра над морем, скорость хода корабля, качество определения угла дрейфа, точность выработки параметров МСН счисления, глубину погружения объекта, а для районов приливных течений - фазу, склонение и параллакс Луны. Поэтому при автоматических вычислениях для оценки точности относительного счисления должна использоваться данная модель.

Для ручной оценки радиальной СКП счисления расчеты по (4.4.6 – 12) оказываются слишком трудоемкими, несмотря на наличие таблиц параметров $A_{сл}(\upsilon)$ и $A_{рг}(\upsilon)$ в [94]. Учитывая, что стандартные погрешности МСН счисления сохраняют свои значения в широком диапазоне условий, можно применить упрощенные способы определения радиальной СКП счисления для типовых условий плавания при незначительных методических погрешностях. Простейшим для практического использования в океанском плавании является способ, при котором значения радиальной СКП счисления M(t) рассчитываются заранее для определенных значений СКП $m_{ВС,}$ $m_К$ и $m_{ЛО}$ и сводятся в таблицы. Такие таблицы для четырех областей скорости течений в океанах, разных скоростей движения корабля, разных скоростей ветра и значений $m_{ВС} = 0{,}5^0$, $m_К = 1^0$, $m_{ЛО} = 0{,}2$ уз имеются в Методиках [94]. Подобный табличный способ расчёта величины $M_С(t)$ разработан также для Баренцева и Чёрного морей.

Второй способ практической реализации рассмотренной выше модели радиальной СКП счисления основан на использовании привычных для штурманов КТС. При этом радиальную СКП счисления рассчитывают по формулам:

$$M_C(t) = К_{НП}\, К_{С1} t, \text{ при } t \le t_Л; \qquad (7.3.3, а)$$
$$M_C(t) = К_{НП}\, К_{С2} t^{\theta}, \text{ при } t > t_Л; \qquad (7.3.3, б)$$

где $К_{С1}$, $К_{С2}$ - коэффициенты точности счисления на линейном и нелинейном участках функции (7.3.3); θ - показатель, характеризующий степень изменчивости функции (7.3.2), выбираемый из табл. 7.3.1; $t_Л$ - продолжительность линейного участка функции (7.3.3), выбираемая из табл. 7.3.1. Величины имеют размерности: t (или t_C), $t_Л$ - часы, $M_C(t)$ - мили или километры, $К_{С1}$ - узлы или км/ч, $К_{С2}$ - мили/ч$^{\Theta}$ или км/ч$^{\Theta}$.

Расчеты КТС выполняют в процессе предварительной подготовки к плаванию для типовых условий или в ходе плавания в конкретных условиях. При этом вычисляют СКЗ модуля вектора скорости сноса корабля при относительном счислении по априорным данным по формулам:

$$\sigma_{сн} = (К^2_{h1}\sigma^2_{ндр} + К^2_{h2}\sigma^2_{др} + \sigma^2_{ВТ} + \sigma^2_{МСН})^{0,5}; \qquad (7.3.4, а)$$
$$\sigma_{МСН} = 0{,}132\, V\, (Id\, \sigma^2_{ВС} + m^2_К + 0{,}33\, m^2_{ЛО})^{0,5}, \qquad (7.3.4, б)$$

в которых обозначения совпадают с принятыми в табл. 4.4.1. После этого рассчитывают КТС $К_{С1}$ и $К_{С2}$ по формулам, выбранным из табл. 7.3.1.

Таблица 7.3.1

Расчетные формулы и элементы функции радиальной СКП относительного счисления

Вид превалирующих течений	Коэффициент $К_{С1}$	Коэффициент $К_{С2}$	Показатель θ	Время $t_Л$
Случайные	$0{,}89\sigma_{сн}$	$0{,}97\sigma_{сн}\tau_Т^{0,35}$	0,65	$1{,}13\tau_Т$
Регулярные	$0{,}85\ \sigma_{сн}$	$0{,}33\sigma_{сн}Т^{0,7}$	0,30	$0{,}17Т^*$
Постоянные	$0{,}9\ \sigma_{сн}$	$0{,}85\sigma_{сн}\tau_Т^{0,2}$	0,80	$1{,}13\tau_Т$
Смешанные	$0{,}9\ \sigma_{сн}$	$0{,}8\sigma_{сн}\tau_Т^{0,5}$	0,50	2 ч

Для одних и тех же районов плавания и типовых условий значения КТС постоянны и не требуют повторного расчета. Степени числа x (времени t) в случае отсутствия вычислительных возможностей можно выбрать из табл. 9 приложения.

Для упрощения расчётов радиальной СКП счисления можно воспользоваться номограммой на рис. 7.3.2.

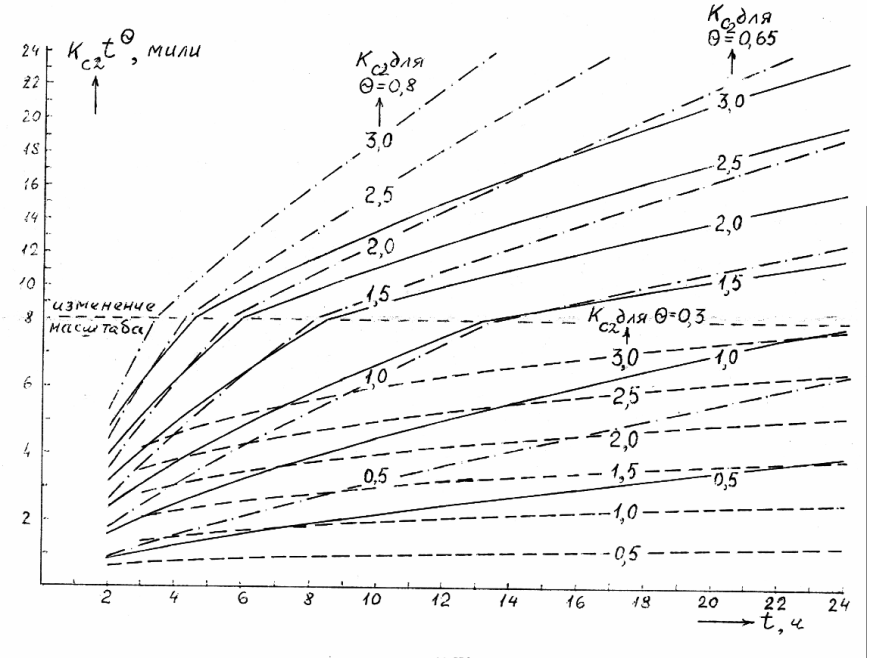


Рис. 7.3.2. Номограмма для определения радиальной СКП счисления

Спалошные линии на номограмме соответствуют показателю степени Θ =0,65; пунктирные Θ =0,3; штрихпунктирные Θ =0,8.

В табл. 7.3.2 приведены результаты определения точности относительного счисления при плавании из Баренцева моря к берегам Камчатки вокруг Африки. Дискретность обсервации была равна t=24 ч и за время плавания совершен 61 цикл счисления. Для оценки качества табличного [94] способа расчета радиальной СКП счисления по невязкам счисления, полученным в каждой из областей скорости течений, вычислялось СКЗ невязки σ_L. Величина σ_L представляет собой экспериментальную оценку радиальной СКП относительного счисления $\sigma_L=\tilde{M}_C(24)$. Эта величина сравнивалась с радиальной СКП счисления $M_C(t)$, выбранной из таблиц типа табл. 6.2.5 [94]. В табл. 7.3.2 приведены также доверительные границы для σ_L и параметры критерия Фишера - отношение f большей из величин $\tilde{M}_C(24)$ и $M_C(24)$ к меньшей и

пороговое значение F. Видно, что, во-первых, все табличные значения $M_C(t)$ попадают в пределы соответствующих доверительных интервалов и, во-вторых, все значения f<F. Следовательно, по двум основным статистическим критериям эмпирические и теоретические значения радиальной СКП счисления в данном эксперименте не противоречат друг другу.

Таблица 7.3.2

Результаты проверки табличного способа определения радиальной СКП счисления

Область скорости течений	I_{OC}	1	П	Ш
СКЗ невязки $\sigma_L=\tilde{\mathbf{M}}_{(24)}$, мили	22,9	16,6	8,0	5,1
Доверительный интервал $(\sigma_{L1}; \sigma_{Lh})$	14,9; 50,5	13,0; 22,8	6,3; 11,0	3,9; 7,0
Табличные значения M(t)	23,2	14,4	9,1	6,8
Параметры f и F	1,02; 5,1	1,15; 2,12	1,14; 2,12	1,33; 2,0

Практические расчеты радиальной СКП абсолютного счисления

Определение точности вектора абсолютной скорости корабля по GPS, обсервациям или ГАЛ. **Р**адиальные СКП M_v и M_V измерения векторов скорости сноса **v** и истинной скорости **V** корабля определяют табличным или расчетным способом.

а) *Расчетный способ* используют, если условия плавания отличаются от условий, для которых построены рассматриваемые ниже табл. 7.3.3–7.3.6. Радиальную СКП $M_v=M_V$ вектора измеренной на корабле скорости сноса рассчитывают по формуле

$$M_v = \sqrt{M_A^2 + M_{ИТ}^2}, \qquad (7.3.5)$$

где M_A – аппаратурная (инструментальная) **р**адиальная СКП; $M_{ИТ}$ – радиальная СКП, обусловленная изменчивостью течения на интервале времени $t_{опр}$ определения вектора скорости сноса **v**.

Радиальную СКП $M_{ИТ}$ рассчитывают по формуле

$$M_{ИТ} = \sigma_{сн}\sqrt{1-\rho\ t'}\ , \qquad (7.3.6)$$

где ρ(t') – значение АКФ течения в районе плавания для разности времени t' = $t_{опр}$/2 при использовании ГАЛ и t' = $t_{опр}$ при определении скорости по обсервациям; выражения для АКФ течений приведены в табл. 4.4.1; элемент $[1-\rho(t')]^{0,5}$ определяют при отсутствии подходящего вычислительного устройства способом логарифмирования с использованием Мореходных таблиц.

Аппаратурную радиальную СКП M_A определяют следующим образом.

- Для ГАЛ СКП M_A выбирают из формуляра или инструкции по эксплуатации лага.
- Для приемоиндикатора GPS M_A=0,2 уз.
- При определении скорости сноса по двум высокоточным ОМ

$$M_A=1{,}41M_{ОМФ}/t_{опр}, \qquad (7.3.7)$$

где $t_{опр}$ – продолжительность времени между обсервациями; $M_{ОМФ}$ – флюктуационная радиальная СКП обсервованного места, вычисленная способами, рассмотрены выше, с использованием вместо полных СКП НП их флюктуационных СКП, которые выбирают из табл.4.1.1, при коэффициенте корреляции r = 0.

б) *Табличный способ* определения радиальной СКП $M_v=M_V$ вектора скорости сноса состоит в следующем.

При использовании ГАЛ и нахождении *пл* в областях преимущественно случайных течений – выбирают величину M_v из табл. 7.3.3 по величинам СКЗ скорости сноса $\sigma_{сн}$ и скорости V корабля.

Таблица 7.3.3

Радиальные СКП $M_v=M_V$, тысячные доли узла, в областях случайных течений

V, уз	$\sigma_{сн}$, уз.				
	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5
5	54	64	68	76	85
15	74	87	92	98	104
25	114	124	129	136	144

2. При использовании ГАЛ в областях преимущественно регулярных течений (приливных и вихревых при пересечении вихря линией пути корабля) величину M_v выбирают из табл. 7.3.4.

Таблица 7.3.4

Радиальные СКП $M_v=M_V$, тысячные доли узла, в областях приливных и вихревых течений

уз	$\sigma_{сн}$, уз.					
	0,3	0,6	0,9	1,2	1,8	2,4
5	44	54	67	82	114	148
15	63	70	80	93	122	154
25	102	106	113	123	146	173

При определении скорости сноса и истинной скорости корабля по двум обсервованным местам при оптимальном промежутке времени между обсервациями в областях преимущественно случайных течений величину M_v выбирают из табл. 7.3.5 по величинам СКЗ скорости сноса $\sigma_{сн}$, флюктуационной радиальной СКП обсервованных мест $M_{ОМФ}$ и скорости корабля V. В табл. 7.3.5 приведены также значения оптимального промежутка времени $t_{опт}$ меду обсервациями, при котором радиальные СКП $M_v=M_V$ минимальны. В случае невозможности произвести обсервации с интервалом времени $t_{опт}$, фактическое время t должно удовлетворять условию $t_{опт}<t<2t_{опт}$.

Таблица 7.3.5

Значения промежутка времени $t_{опт}$, мин. и радиальных СКП $M_v = M_V$,

тысячные доли узла, в областях случайных течений

$M_{ОМФ}$ м	V, уз	$\sigma_{сн}$, уз									
		0,3		0,6		0,9		1,2		1,5	
		$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V
	5	5	68	4	86	3,5	90	3	100	3	110
	15	4	76	3	98	3	105	3	112	3	120
	25	4	89	3	109	3	117	3	129	2	138
	5	14	116	11,5	142	10,5	153	9	171	8	187
	15	13	128	0,5	167	9	178	8	191	8	204
	25	11	148	9	185	8	198	7	216	7	233
100	15	40	209	25	283	25	302	25	325	25	348
200	15	70	252	50	348	40	379	40	408	40	437
500	15	180	304	90	454	80	504	75	548	70	586

При плавании в областях преимущественно регулярных течений величину M_v выбирают из табл. 7.3.6 по величинам СКЗ скорости сноса $\sigma_{сн}$ и флюктуационной радиальной СКП обсервованных мест $M_{ОМФ}$. В табл. 7.3.6 приведены также значения оптимального интервала времени $t_{опт}$.

Таблица 7.3.6

Значения промежутка времени $t_{опт}$, мин. и радиальных СКП $M_V = M_v$, тысячные доли узла, в райнах регулярных течений

$M_{ОМФ}$ м	σ_T, уз											
	0,3		0,6		0,9		1,2		1,8		2,4	
	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V	$t_{опт}$	M_V
4	8	46	5	68	3,5	90	3	107	2	141	2	169
20	18,5	79	12	122	10	157	8	189	6	215	5	295
100	47,5	151	32	228	26	290	22	346	16	444	14	530
200	70	202	48	302	38	385	31	455	26	581	22	692
500	120	296	80	443	60	562	55	664	42	843	37	997

ПРИМЕЧАНИЯ: 1. В случае циклической фильтрации обсервованной информации продолжительность цикла фильтрации целесообразно принять равной оптимальному промежутку времени между обсервациями.

2. В режиме фильтрации в качестве величины $M_{ОМФ}$ принимают величину $M_{ОМФсгл}$, полученную на выходе фильтра.

Оценивание точности абсолютного счисления. При ручных

вычислениях измеренный вектор скорости сноса **v** учитывают в счислении как постоянную величину в продолжении времени $t_{УС}$, реализуя так называемый *инерционный способ* прогноза сноса. По истечении времени $t_{УС}$ учет сноса прекращают (для избежания недопустимого нарастания погрешностей счисления). В перспективе при автоматической обработке информации в НВС может быть реализован более эффективный *статистический способ*. В данной методике предполагается использование инерционного способа.

Радиальную СКП абсолютного счисления при эпизодическом поступлении информации об абсолютной скорости рассчитывают по формулам:

$$M_C(t) = M_v t \quad \text{при} \quad t << t_{УС}; \quad (7.3.8, а)$$

$$M_C(t) = K_{УС} K_{C1}\, t \quad \text{при} \quad t \le t_{УС}; \quad (7.3.8, б)$$

$$M_C(t) = K_{C1}(t - \Delta t) \quad \text{при} \quad t_{УС} < t \le t_{Л}; \quad (7.3.8, в)$$

$$M_C(t) = K_{C1}(t - \Delta t)^{\Theta} \quad \text{при} \quad t > t_{Л}, \quad (7.3.8, г)$$

где $M_{,v}$ – радиальная СКП измерения вектора скорости сноса корабля, полученная выше; $t = T_P - T_0$ – продолжительность счисления от момента T_0 исходной обсервации, с которым совпадает момент определения вектора $\times$скорости сноса корабля, до текущего (расчетного) момента счисления или момента прогноза T_P; $K_{УС}$ – коэффициент эффективности учета измеренной скорости сноса, значения которого приведены в табл. 7.3.7; $\Delta t = \Delta\vartheta \times \tau_T$ – поправка времени; $\Delta\vartheta$ – поправка нормированного времени, выбираемая из табл. 7.3.7; $\vartheta = t/\tau_T$ – нормированное время; τ_T – интервал корреляции течений в районе плавания; $t_{УС} = t_{опт}$ – оптимальная продолжительность учета измеренного на корабле сноса, по истечении которой учет сноса прекращают; величину $t_{опт}$ выбирают из табл. 7.3.7; K_{C1}, K_{C2}, $t_Л$, Θ – величины, относящиеся к функции (7.3.3).

Для определения коэффициента $K_{УС}$ эффективности учета

измеренной скорости сноса, оптимальной продолжительности $t_{УС}$ учета сноса и поправки времени Δt**:**

- рассчитывают параметр $\delta = M_v/\sigma_{сн}$;
- выбирают интервал корреляции τ_T случайных течений из табл. 4.3.2 или для приливных течений принимают $\tau_T = 2{,}5$ ч;
- нормируют текущее время t, получая величину $\vartheta = t/\tau_T$;
- выбирают из табл. 7.3.7 текущее значение коэффициента $К_{УС}$ по значениям величин δ и ϑ;
- выбирают из нижнего отдела табл. 7.3.7 оптимальное нормированное время $\vartheta_{УС}$, по значению величины δ, и соответствующие ему значения $К_{УС}$ и поправки $\Delta\vartheta$.
- переходят от нормированного времени к времени в часах: $t_{УС} = \Delta\vartheta_{УС} \times \tau_T$ и $\Delta t = \Delta\vartheta \cdot \tau_T$.

С использованием этих величин рассчитывают радиальную СКП абсолютного счисления по (7.3.8).

4) Таблица 7.3.7

Коэффициент $К_{УС}$, нормированное время $\vartheta_{УС}$, поправка $\Delta\vartheta$ нормированного времени

Величина ϑ	Значения коэффициента $К_{УС}$ для параметра δ							
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
0,001	0,032	0,105	0,202	0,302	0,401	0,501	0,60	0,707
0,0125	084	134	217	312	410	508	61	715
0,05	182	208	272	353	443	536	63	757
0,1	258	277	328	399	481	570	66	784
0,15	315	331	376	440	517	603	69	810
0,2	364	378	418	478	551	632	719	835
0,25				512	582	660	745	859
0,3	444	457	492	545	612	688	771	883
0,35				575	640	714	796	
0,4	512	523	555	604	667	739	82	
0,45				631	602	764	843	
0,5	572	582	611	657	717	787	-	
0,55				683				
0,6	625	634	662	707				
0,7	674	683						

Значения $\vartheta_{УС}$ для параметра δ, $K_{УС}$ и $\Delta\vartheta$ для $\vartheta_{УС}$

$\vartheta_{УС}$	0,65	0,63	0,62	0,58	0,52	0,45	0,37	0,29
$K_{УС}$	0,650	0,649	0,672	0,697	0,727	0,764	0,805	0,854
$\Delta\vartheta$	0,24	0,23	0,22	0,19	0,15	0,11	0,07	0,03

4)

Радиальную СКП $M_C(t)$ абсолютного счисления при циклическом с дискретностью $t_Ц$ поступлении информации об абсолютной скорости рассчитывают по формуле

$$M_C(t) = M_C(t_Ц)\sqrt{N} \qquad (7.3.9)$$

где t – продолжительность времени счисления от последней обсервации; $M_C(t_Ц)$ – радиальная СКП абсолютного счисления, накапливаемая за время цикла $t_Ц$ и рассчитываемая по одной из формул (7.3.8) при $t = t_Ц$; $N = t/t_Ц$ – количество циклов измерения абсолютной скорости на интервале счисления t; при расчетах величину N округляют в большую сторону.

Радиальную СКП $M_C(t)$ абсолютного счисления при непрерывной работе ГАЛ, или приёмоиндикатора ГНСС, или непрерывном режиме циклической фильтрации в НВС, определяют по (7.3.9), полагая, что время цикла равно времени сглаживания сигналов в ГАЛ (240-300 с) или приёмоиндикаторе ГНСС, или продолжительности цикла фильтрации.

7.3 Методы определения предельных погрешностей навигационных параметров и места корабля

СКП места корабля по заданному направлению

Расчёты предельных линейных погрешностей места корабля по заданному направлению и предельных двумерных погрешностей места лежат в основе решения вероятностных стрельбовых, навигационно-тактических задач и задач НБП. Пример даёт рис. В.1, иллюстрирующий задачи обхода минной банки и расчёта вероятности поражения цели.

Задача определения предельных погрешностей места корабля

решена в навигации со времени работы [192]. Это решение, с учётом результатов предыдущих глав, нуждается в развитии в направлении уточнения реальных законов распределения погрешностей НП и компенсации значительной энтропии СКП.

Анализ классических способов расчёта. Стандартные погрешности места корабля по заданному направлению оси 0z традиционно определяются одним из трёх способов.

а) Если обсервация производится по двум ЛП, то наиболее простой способ определения линейной стандартной погрешности места m_z по направлению произвольной или заданной оси 0z основан на использовании взаимно-направленных векториальных погрешностей $m\uparrow_1$ и $m\uparrow_2$ двух ЛП. В таком случае величину m_z рассчитывают по формуле [54]

$$m_z = \sqrt{m\uparrow_1^2 \cos^2\alpha_2 + m\uparrow_2^2 \cos^2\alpha_1}, \qquad (7.4.1)$$

где α_1 и α_2 – острые углы между линиями положения и осью 0z. В этом выражении не учитывается корреляционная связь погрешностей ЛП.

б) При характеристике точности места корабля тензором погрешностей (рис.7.4.1) величину m_z вычисляют по формуле [54]

$$m_z = \sqrt{a^2 \cos^2\alpha + b^2 \sin^2\alpha} \qquad (7.4.2)$$

где α - острый угол между большой осью тензора и осью 0z.

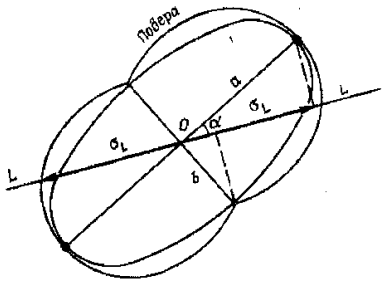


Рис. 7.4.1. СКП места по направлению оси 0z при
тензоре погрешностей и подера эллипса

Величина m_z, полученная по (7.4.1 и 2), подчиняется тому же закону распределения, что и исходные ЛП.

в) При характеристике точности места корабля радиальной СКП М стандартную погрешность m_z принимают равной [54]

$$m_z = M/\sqrt{2} \qquad (7.4.3)$$

Практическое применение первого способа ограничено случаем двух ЛП и отсутствием корреляции их погрешностей, второго – невозможностью в общем случае построения тензора погрешностей при относительном и абсолютном счислении.

Третий, наиболее часто применяемый способ, обеспечивает вероятность $P_{z(1)}$= 0,683 в общем случае лишь *в среднем*, что объясняется неравномерностью распределения вероятности внутри круга радиальной погрешности. Это иллюстрирует рис. 7.4.2, на котором показаны для девяти значений параметра сжатия эллипса b/a круг (2) радиуса $M/\sqrt{2}$=0,7M и подера эллипса (1).

Видно, что на половине длины окружности $0{,}7M=m_{zK}<m_{zЭ}$, а на второй половине длины окружности $M_{zK}>m_{zЭ}$. Здесь m_{zK} и $m_{zЭ}$ - стандартные погрешности места по оси 0z, полученные по (7.4.3) и (7.4.2). Следовательно, при расчете СКП места по направлению, например, на навигационную опасность, с вероятностью 0,5 реально действующая СКП (характеризуется величиной $m_{zЭ}$) превышает расчетное значение (m_{zK}).

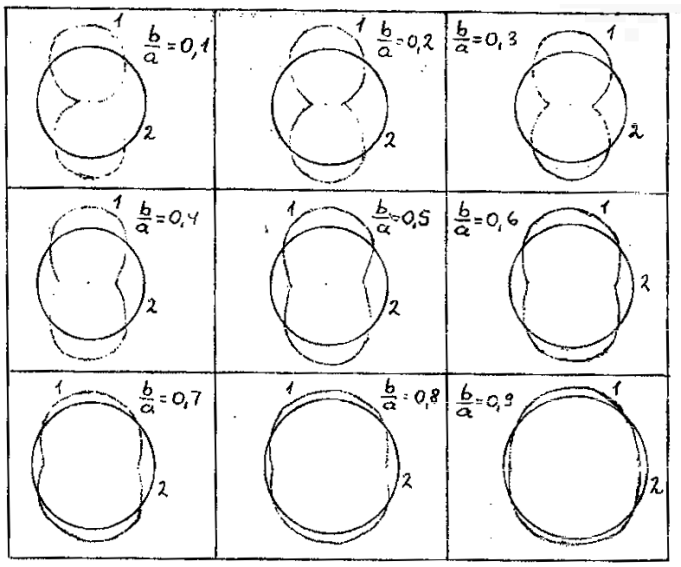


Рис. 7.4.2. Соотношение величины M/√2 и радиуса-вектора подеры эллипса

Это ведет к увеличению энтропии оценки m_{zK} и энтропии решения вероятностных задач кораблевождения. Для исключения такого нежелательного эффекта при решении задач НБП, стрельбовых и навигационно-тактических задач в качестве СКП места по направлению оси 0z при оценке точности места с помощью радиальной СКП вместо (7.4.3) целесообразно принять:

$$m_{zK}=M, \text{ или } m_{zK}=a, \qquad (7.4.4)$$

где a – главная СКП тензора погрешностей, вычисляемая в соответствии с [54, 94] или по формуле $a=M(1+b^2/a^2)^{-0,5}$, когда известны радиальная СКП M и параметр сжатия эллипса b/a. В случае, когда $m_{zK}=M$, допускается некоторый избыточный запас величины m_{zK}, поэтому вариант $m_{zK}=a$ является более строгим и предпочтительным решением задачи.

Предельные погрешности НП и места корабля

Предельной погрешностью НП δ^ (общее обозначение x^) в

навигации называют [94] такое положительное значение погрешности $\hat{x}$, при котором вероятность $P(|X|<\hat{x})$ того, что модуль погрешности $|X|$ не превзойдет значения x, имеет заданную достаточно высокую величину $P(|X|<\hat{x})=P_{зд}=0{,}95\text{-}0{,}999$ [91].

Иными словами, предельная погрешность есть полуширина основания функции плотности распределения (ПОФ) погрешности НП, усеченной на уровне заданной вероятности. Конкретное значение предельной погрешности традиционно рассчитывают по формуле [54] $x\hat{}=Кв_{xГ}(P_{зд})m=K_{P1Г}(P_{зд})m$, где $Кв_{xГ}(P_{зд})=K_{P1Г}(P_{зд})$ - квантиль заданной вероятности $P_{зд}$ ЗР Гаусса; $m=m_x$ - полная СКП погрешности X; $K_{P1Г}(P_{зд})$ - коэффициент предельного перехода от стандартной линейной к предельной погрешности для ЗР Гаусса.

В предыдущих главах получены результаты, касающиеся законов распределения погрешностей НП, свойств СКП, моделей погрешностей разных НП и МСН и установлено, что предельная погрешность ассоциируется с верхней доверительной границей рассматриваемого навигационного элемента. С учётом этих результатов в качестве общего выражения для предельной погрешности НП при достоверном обеспечении заданной вероятности в принципе может использоваться одно из двух выражений:

$$x\hat{}=Кв_{xq}(P_{зд})m_h=K_{P1q}(P_{зд})K_{hmq}(P_{зд})m; \qquad (7.4.5, а)$$

$$x\hat{}=k_{Ст}Кв_{xq}(P_{зд})m= k_{Ст}K_{P1q}(P_{зд})m, \qquad (7.4.5, б)$$

в которых символ q обозначает конкретный ЗР погрешностей, q=(ГФ, Р, Г, М, Л, Э); $P_{зд}$- заданная вероятность, m – значение СКП, принятое для расчётов (априорное или апостериорное). Значения коэффициентов предельного перехода $K_{P1q}(P_{зд})$ для основных законов распределения и разных вероятностей приведены в табл. 2.1.3. Значения коэффициентов верхней доверительной границы для СКП K_{hmq} приведены в табл. 8 приложения, значения коэффициента Стьюдента – $k_{Ст}$ в табл. 4.2.1.

Для того, чтобы воспользоваться обоими выражениями, нужно знать количество N эквивалентных независимых измерений, при котором получена оценка СКП m, поскольку от числа N зависят величины m_h и $k_{Ст}$. Величина N или продолжительность наблюдений t_H должна

приводиться в протоколах испытаний и в документах, характеризующих точность МСН и НП, вместе с оценкой СКП m. Если число N не приводится, то на основании имеющегося опыта следует принять число N в диапазоне от 20 до 50 в зависимости от сложности МСН (чем сложнее МСН, тем, как правило, сложнее, дороже и короче их испытания).

Выражения (7.4.5) различаются только коэффициентами K_{hmq} и $k_{Ст}$. Их значения для среднего ЗР М-распределения и $P_{зд}$=0,997 для чисел N=(20 и 50) равны соответственно K_{hmM}=(1,882 и 1,476); $k_{Ст}$=(1,156 и 1,06). Столь большая разница объясняется тем, что ЗР Стьюдента разработан для оценки доверительного интервала для математического ожидания выборки [x], и выражение (7.4.5,б) может использоваться только для этой цели. При этом оно изменяется и приобретает вид

$$x^{*\wedge} = k_{Ст}K_{P1q}(P_{зд})m/\sqrt{N}\,. \qquad (7.4.6)$$

Выражение (7.4.5,а) характеризует доверительный интервал для величины X, оцениваемый по априорному значению СКП относительно единичного измерения x_i НП X. Однако, это выражение также нуждается в уточнении.

Выбор доверительной вероятности для СКП m_h. В Методиках [94] предлагается использовать для расчётов предельных погрешностей НП выражение (7.4.5,а), но отсутствуют рекомендации по выбору доверительной вероятности при расчёте величины m_h. Для решения этого вопроса вначале рассчитаем энтропию величины безопасного расстояния $D_Б$=x^, получаемой по (7.4.5,а) в предположении, что обе величины, и $K_{P1Л}(P_{зд})$=4,65, и $K_{hmЛ}$=1,99 (для числа независимых измерений N=20) взяты для одной и той же вероятности $P_{зд}$=P'=$P_{дв}$=0,997. В таком случае линия пути корабля (см. рис. 1.1.1) окажется проложенной на расстоянии $4{,}65\times1{,}99$=9,25m от НО. Для того, чтобы вследствие погрешностей, подчиняющихся ЗР Лапласа, корабль приблизился к НО и коснулся её границы, нужно, чтобы по обеим составляющим (обозначим их 1 и 2), характеризуемым коэффициентами $K_{P1q}(P_{зд})$ и K_{hmq}, отклонения

погрешностей превысили установленные пределы. Вероятности этих событий равны $Q_1=(1-P_1)=0{,}003$; $Q_2=(1-P_2)=0{,}003$. Вероятность одновременного возникновения этих событий по теореме умножения вероятностей независимых событий [31] $Q_S=Q_1Q_2=9\times10^{-6}$, или энтропия равна 0,009 мит. В то же время допускаемая энтропия в данном примере равна 3 мита, т, к. P'=0,997. Таким образом, использование столь высокой доверительной вероятности для расчёта величины m_h приводит к значительной и не всегда оправданной избыточности безопасного расстояния.

Рассчитаем энтропию величины $D_Б$ для случая, когда в расчётах участвует СКП m, а не её верхняя доверительная граница m_h, применительно к ЗР Гаусса и двустороннему варианту задачи НБП, который имеет место, например, при плавании по фарватеру. Для этого разобьём ось 0y функции распределения $F^{д}_{Г}(y)$ на равные отрезки Δ_j (рис.7.4.3) и рассчитаем вероятности попадания случайной величины Y в эти интервалы $P(\Delta_j)=P_{1j}=F_{jк}-F_{jн}$, где $F_{jк}$ и $F_{jн}$ – значения функции распределения в начальной и конечной точках интервала. Предположим, что случайная точка x_i, распределённая по закону Гаусса с нулевым математическим ожиданием и СКП m, вследствие рассеивания попала, например, в интервал Δ_2. В таком случае она может оказаться за установленным (с P'= 0.997) пределом y = 3 из-за рассеивания случайной величины m, в случае, если она превышает некоторое значение $m>3/y_{jн}$. Здесь $y_{jн}$ – точка окончания j – го интервала Δ_j.

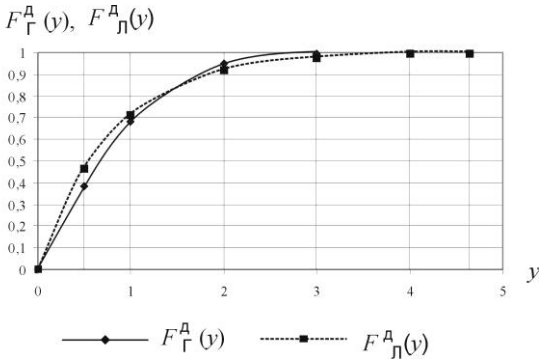


Рис. 7.4.3. Разбиение случайной величины Y на интервалы

Известно [31, 224], что СКП случайной величины X, подчинённой ЗР Гаусса, распределена по закону χ^2. Пользуясь таблицей этого распределения и методикой вычисления доверительных границ для СКП из [207], рассчитаем вероятности $P_{2j}=P(m>3/y_н)$. Случайная точка x_i может оказаться за пределами установленного интервала ($y>3$) при совместном выполнении двух событий с вероятностями P_{1j} и P_{2j}. На основании теоремы умножения вероятностей двух независимых событий вероятность нарушения заданного условия $P_{Sj}=P_{1j}P_{2j}$. Суммарная вероятность нарушения заданного условия при рассмотрении всех отрезков Δ_j, рассчитанная с учётом того, что СКП m является случайной величиной, равна, по теореме сложения вероятностей, $P(\boldsymbol{Y} \geq K_{P1Г})=\sum \boldsymbol{P_{S\,j}}$. Некоторые результаты выполненных расчётов приведены в табл. 7/4.1.

Таблица 7.4.1

Энтропия случайной величины Y, мит, возникающая вследствие случайного характера СКП (в последнее колонке 0,95 в верхнем квадрате)

Показатель	Заданная вероятность									
	0,999 ($N_{дп}$ = 1)			0,997 ($N_{дп}$ = 3)			0,99 (N_{lg} = 10)			
	n=10	20	50	10	20	50	10	20	50	10
$N_Ф$	4	2	0,5	9	6	2	15	12	6	50
$P_{дв}$	0,997	0,995	-	0,8	0,7	-	0,9	0,8	-	-
K_{hm}	2.3	1.75	--	1.33	1.21	--	1.47	1.19	--	--
$N'_Ф$	1,4	1	-	2	3	-	8	8	-	-
$k_{Ст}$	1,45	1,17	1,11	1,36	1,15	1,09	1,26	1,11	1,07	

В таблице рассмотрены следующие величины: количество $N_Ф$ нарушений заданного условия при использовании в расчётах СКП m (энтропия решения задачи НБП); принятая доверительная вероятность $P_{дв}$, для которой рассчитана верхняя доверительная граница m_h и соответствующее значение коэффициента K_{hm}; энтропия величины $D_Б$ в виде числа $\mathbf{N'}_Ф$ при расчётах НБП с использованием верхней доверительной границы для СКП m_h. Подобные вычисления произведены и для ЗР Лапласа и получены в общем подобные же результаты. Анализ приведённых в табл. 7.4.1 величин приводит к следующим выводам.

а) Возрастание фактической энтропии по сравнению с допускаемой величиной $N_Ф > N_{дп}$ происходит при больших значениях заданной вероятности НБП $P_{НБП} \geq 0{,}99$ и малом числе независимых измерений N< 40, по которым определена оценка СКП. Поэтому при $P_{НБП}<0{,}99$ и/или N >40 в расчётах по (7.4.5,а) может использоваться оценка СКП m, а не её верхняя доверительная граница m_h.

б) При больших значениях заданной вероятности НБП и/или малом числе независимых измерений N при расчётах по (7.4.5,а) необходимо использовать значения верхней доверительной границы для СКП, рассчитанные для доверительной вероятности $P^*_{дв}$, меньшей, чем заданная вероятность. Значения $P^*_{дв}$ сведены в табл. 7.4.2. Здесь же приведены и соответствующие этим вероятностям коэффициенты предельного перехода K^*_{hm} для ЗР Гаусса и Лапласа.

Таблица 7.4.2

Значения доверительной вероятности $P^*_{дв}$ и коэффициента K^*_{hm}

Вели чина	Заданная вероятность и число N независимых измерений									
	0,95	0,99	0,99	0,99	0,997	0,997	0,997	0,999	0,999	0,999
	N=10	N=10	20	40	10	20	40	10	20	40
K^*_{hm}(Г)	1,15	1,30	1,17	1,07	1,48	1,21	1,09	2,36	1,71	1,23
K^*_{hm}(Л)	1,15	1,35	1,20	1,08	1,61	1,24	1,11	2,58	1,93	1,23
$K_{Ст}$	1,15	1,26	1,10	1,07	1,36	1,14	1,09	1,45	1,17	1,11
$P^*_{дв}$	--	0,8	0,7	0,5	0,9	0,8	0,6	0,997	0,995	0,99

Для других ЗР погрешностей НП коэффициенты K_{hm} получаются интерполированием между табличными значениями (ориентируясь по величине эксцесса погрешностей НП) или экстраполированием.

В табл.7.4.2 для общей ориентировки приведены также коэффициенты $K_{Ст}$ распределения Стьюдента для одной и той же вероятности. Видно, что в целом полученные нами коэффициенты $K^*_{hm} > K_{Ст}$ и обеспечивают несколько более осторожные оценки показателей НБП. Исключение возникает при очень большой вероятности $P_{зд}=0{,}999$, когда «степень осторожности» значительна. Сходство коэффициентов K^*_{hm} и $K_{Ст}$ подтверждает корректность величины K^*_{hm}. Их различие можно объяснить тем, что распределение Стьюдента разработано для решения несколько иной задачи оценивания доверительных границ для математического ожидания величины X по выборке (1.2.1) в условиях, когда СКП m_x определяется по этой же выборке. В решаемой нами задаче рассматривается априорное значение СКП, что повышает энтропию СКП и увеличивает коэффициенты K^*_{hm}.

Выражения для предельной погрешности. На основании проведенного анализа можно рекомендовать определять предельную погрешность НП X по формулам:

- при $Рзд \geq 0{,}99$ и/или $N \leq 60$

$$x\hat{}=Кв_{xq}(P_{зд})m_h=K_{P1q}(P_{зд})K^*_{hmq}(P_{дв})m; \qquad (7.4.7, а)$$

- при $Рзд<0{,}99$ и/или $N>60$ для упрощения расчётов можно считать

$$x\hat{}=1{,}1Кв_{xq}(P_{зд})m_. \qquad (7.4.7, б)$$

При этом обеспечиваемая вероятность на основании теоремы умножения вероятностей и свойства противоположных событий равна $P_{об}=1-(1-P_{зд})(1-P^*_{дв})/2$. Множитель ½ взят потому, что в данной задаче рассматривается возможность выхода СКП только за верхнюю границу симметричного доверительного интервала. Например, при $P_{зд}=0{,}997$ и $P^*_{дв}=0{,}8$ имеем $P_{об}=1-(1-0{,}003)(1-0{,}8)/2=0{,}9997$ и $N_Ф=0{,}3$ мит со

сравнительно небольшим избыточным запасом.

Частный случай расчётов предельной погрешности возникает, когда точность НП характеризуется максимальной погрешностью x_m, которая определяется в процессе ГИ ИНС, НК и некоторых МСН. В этом случае

$$x^{\wedge} = K_h(P_{зд})x_m, \qquad (7.4.8, а)$$

где $K_h(P_{зд})$ – коэффициент верхней доверительной границы для максимальной погрешности. Значения $K_h(P_{зд}=0,997)$ для N=(20 и 50) и ЗР М-распределения равны 3,41 и 2,15; значения произведения $K_{P1M}(P_{зд})K^*_{hmM}(P_{дв})$ для этих же условий равны 4,15 и 3,74. Поскольку в каждой выборке $x_m>m$, то для получения одинаковой предельной погрешности должно быть $K_{P1q}(P_{зд})K^*_{hmq}(P_{дв})>K_h(P_{зд})$, что и показывает данный пример.

Разновидности предельной погрешности НП. Предельная погрешность НП имеет три разновидности, используемые по-разному:

- *текущее* или *прогнозируемое значение* предельной погрешности $x^{\wedge}$ соответствует текущей или прогнозируемой точности НП, характеризуемой величиной СКП $m=m_x$, и используется при решении текущих вероятностных задач;
- *установленная (приписанная)* предельная погрешность $x^{\wedge}_{НП}$, характеризующая объявленную точность НП и МСН (в формуляре технической документации МСН, в приказе о приемке МСН на снабжение, в специальных руководствах, ПШС и наставлениях, и т.д.). Приписанную предельную погрешность используют при решении общих задач для многих кораблей, например, при расчётах в штабах эффективности боевых действий, разработке гидрографической службой системы навигационного обеспечения или руководств для плавания по некоторому маршруту, и пр. Приписанную предельную погрешность рассчитывают по (7.4.7) при q=М в случаях, когда требуется получить усреднённые результаты или q=Л, если необходимо получить гарантированные результаты, например, при обобщённых расчётах НБП;
- *норма предельной погрешности* δ' задается в ТТЗ на разработку и изготовление МСН в качестве заданного требования к точности НП,

измеряемых и/или вырабатываемых МСН. Нельзя рекомендовать использовать норму погрешности в качестве приписанной характеристики точности МСН, предполагая, что если МСН принято на снабжение, то требования к его точности удовлетворены. К сожалению, как показано в главе 6, в силу недостатков методики испытаний МСН на ГИ, ограничений по стоимости и времени испытаний чаще всего не удается убедительно проверить степень соответствия реальной точности МСН требованиям ТТЗ даже в условиях испытаний. Не говоря уже об условиях эксплуатации и при отступлении от очного соблюдения положений штатного режима работы НК и МСН.

Проверка величины невязки. Рассмотрим задачу проверки невязки длиной L между счислимым (СМ) и обсервованным (ОМ) местами на отсутствие грубой погрешности. Невязка складывается из погрешностей $\delta_{СМ}$ и $\delta_{ОМ}$ счислимого и обсервовванного мест, действующих по направлению невязки $L=\delta_{СМ}+\delta_{ОМ}$. СКЗ невязки, в соответствии с теоремой об СКП функции, равна $m^2_L=m^2_{СМ}+m^2_{ОМ}$, а предельная невязка $L\hat{}=\{[K_{P1q}(P_{зд})K^*_{hmq}(P_{дв})m_{ОМ}]^2+ [K_{P1q}(P_{зд})K^*_{hmq}(P_{дв})m_{ОМ}]^2\}^{0,5}$. Поскольку невязку образуют навигационные элементы с разными и часто неизвестными ЗР, то в качестве общего ЗР целесообразно принять закон М-распределения. Если принять для этой задачи $P_{зд}=0,99$, то коэффициент $K^*_{hmq}(P_{дв})=1,18$, а $K_{P1M}(P_{зд}=0,95)=2,82$.
В таком случае

$$L\hat{}=3,33(m^2_{ОМ}+m^2_{СМ})^{0,5}= \\ =2,35(M^2_{ОМ}+M^2_{СМ})^{0,5}. \qquad (7.4.8, б)$$

При заданной вероятности 0,95 коэффициенты в (7.4.8,б) равны 2,2 в верхней и 1,56 в нижней формуле. Критерием отсутствия грубой погрешности в одном из мест, образующих невязку, является учловие $L<L\hat{}$.

Предельные погрешности места корабля. Эти погрешности имеют два вида: погрешности по заданному направлению оси 0z и двумерные погрешности. Будем рассматривать их применительно к актуальному в настоящее время случаю, когда точность места характеризуется значениями СКП координат $m_Ш$ и $m_Д$, коэффициентом

корреляции $r_{ШД}$=r и законами распределения погрешностей широты и долготы, задаваемые значениями эксцесса $E_Ш$ и $E_Д$, в общем случае не одинаковыми.

Предельную погрешность места по заданному направлению оси 0z, направленной под углом α к меридиану, следует опредлять для общего случая неодинаковых ЗР погрешностей широты и долготы, на основании теоремы об СКП функции, следующим образом:

- рассчитать параметры $B_Ш$, $B_Д$ и L по формулам:

$$B_Ш = K_{Р1Ш}(P_{зд})\, K^*_{hmШ}(P_{дв})\, m_Ш;\ B_Д = K_{Р1Д}(P_{зд})\, K^*_{hmД}(P_{дв})\, m_Д;\ L = B_Ш/B_Д, \quad (7.4.9)$$

где $B_Ш$ и $B_Д$ – предельные погрешности места корабля по осям координат; $K_{Р1Ш}(P_{зд})$ и $K_{Р1Д}(P_{зд})$ – коэффициенты предельного перехода, выбираемые из табл. 2.1.3 для законов распределения погрешностей широты и долготы; если законы распределения известны, или для достижения единства вычислений принимают закон Лапласа; $K^*_{hmШ}(P_{дв})$ и $K^*_{hmД}(P_{дв})$ – коэффициенты доверительно границы для СКП, выбираемые из табл. 7.4.2; $m_Ш$ и $m_Д$ – СКП выработки или измерения широты и долготы.

- выбрать из табл. 5.3.3 табличное значение $C_Т$ параметра C в зависимости от угла α, отношения L и коэффициента r, и вычислить значение $C=C_Т/100$;
- рассчитать предельную погрешность по оси 0z (радиус-вектор подеры эллипса) по формуле

$$x^\wedge = \delta^\wedge = CB_Ш, \quad (7.4.10)$$

или вычислить её по формуле (без использования параметра C)

$$x^\wedge = \delta^\wedge = B_Ш [\cos^2\alpha + L^2\sin^2\alpha + rL\sin 2\alpha)^{0,5}. \quad (7.4.11)$$

Таблица 7.4.3

Параметр C_T, сотые доли

Параметр L	Угол α направления оси z, градусы												
	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
	360	345	330	315	300	285	270	255	240	225	210	195	180
	Коэффициент корреляции $r_{ШД}=0$												
0,4	100	97	89	76	61	46	40	46	61	76	89	97	100
0,6	100	98	92	82	72	63	60	63	72	82	92	98	100
0,8	100	99	95	91	85	81	80	81	85	91	95	99	100
1,0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1,3	100	102	108	116	123	128	130	128	123	116	108	102	100
1,6	100	105	118	133	147	157	160	157	147	133	118	105	100
1,9	100	108	129	152	172	185	190	185	172	152	129	108	100
2,2	100	112	140	171	197	214	220	214	197	171	140	112	100
2,5	100	116	152	190	222	245	250	245	222	190	152	116	100
2,8	100	121	165	210	248	272	280	272	248	210	165	121	100
3,1	100	126	178	230	273	301	310	301	273	230	178	126	100
	Коэффициент корреляции $r_{ШД}=0,4$												
0,4	100	101	96	86	71	54	40	37	48	65	81	93	100
0,6	100	104	102	96	85	72	60	53	66	66	80	91	100
0,8	100	107	109	107	100	91	80	71	67	71	80	90	100
1,0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1,3	100	114	127	137	140	138	130	118	103	91	85	89	100
1,6	100	119	139	156	165	167	160	146	127	107	91	89	100
1,9	100	125	152	175	190	195	190	175	152	124	100	89	100
2,2	100	130	165	195	215	224	220	204	177	143	109	90	100
2,5	100	136	178	215	241	253	250	232	202	162	120	92	100
2,8	100	142	192	235	266	282	280	261	227	182	132	95	100
3,1	100	148	206	256	292	311	310	290	253	202	144	98	100

Здесь C – нормированный радиус-вектор подеры предельного эллипса погрешностей, равный выражению, обозначаемому скобками в формуле (7.4.11). При необходимости по формуле (7.4.11) или с использованием табл. 7.4.3 может быть построена предельная подера эллипса для любого сочетания законов распределения погрешностей.

В случаях, когда точность места корабля оценивается радиальной СКП M, предельную погрешность по оси 0z с учётом (7.4.4) следует рассчитывать по формулам:

$$x^{\wedge} = K_{P2q}(P_{зд})M_h;\ M_h = K^*_{hmq}(P_{дв})M; \qquad (7.4.12, а)$$

$$x^{\wedge} = K_{P2q}(P_{зд})a_h;\ a_h = K^*_{hmq}(P_{дв})a; \qquad (7.4.12, б)$$

с выбором значения коэффициента $K_{P2q}(P_{зд})$ из табл. 7 приложения, коэффициента K^*_{hmq} – из табл. 7.4.3.

Предельную двумерную погрешность места корабля можно определить следующим образом.

а) В случаях, когда точность места оценивается радиальной СКП М, предельную радиальную погрешность R^ можно рассчитать по формулам (7.4.12), т. к. в этом случае R^ = x^.

б) Если точность места оценивается с помощью СКП $m_Ш$ и $m_Д$ измеряемых или вырабатываемых координат, то в общем случае неодинаковых ЗР вначале рассчитывают величины $B_Ш$ и $B_Д$ по (7.4.9), а затем радиус предельного круга погрешностей R^ПК1 по формуле

$$R^{\wedge}ПК1 = (B^2_Ш + B^2_Д + 2rBШBД)^{0,5}. \qquad (7.4.13)$$

Вероятность PRПК1 того, что истинное место корабля окажется в площади круге радиуса R^ПК1, можно определить на основании теоремы умножения вероятностей с помощью неравенства

$$P^2_{зд} < PRПК1 < PШ(\sqrt{2}\ KP1Ш) \times PД(\sqrt{2}\ KP1Д), \qquad (7.4.14)$$

где $PШ(\sqrt{2}\ KP1Ш)$ и $PД(\sqrt{2}\ KP1Д)$ – вероятности попадания в бесконечные полосы, характеризующие на плоскости погрешности выработки широты и долготы, шириной $2\sqrt{2}\ KP1ШmШ$ и $2\sqrt{2}\ KP1ДmД$; KP1Ш и KP1Д – коэффициенты линейного предельного перехода для ЗР погрешностей широты и долготы. Образующийся при пересечении полос прямоугольник описывает круг радиуса R^ПК1.

в) При значительной корреляции погрешностей широты и долготы максимальный радиус-вектор подеры эллипса x^max может быть больше, чем величина R^ПК1. В таком случае следует принять радиус предельного круга погрешностей равным R^ПК2=x^max. Величину x^max определяют с помощью табл. 7.4.3, отыскивая для полученного ранее значения L максимальное значение табличной функции.

г) Для обеспечения единства результатов расчётов предельных погрешностей принимают для погрешностей широты и долготы общий ЗР Лапласа. Тогда $K_{P1Ш}(P_{зд})=K_{P1Д}(P_{зд})=K_{P1Л}(P_{зд})$; $K^*_{hmШ}(P_{дв})=K^*_{hmД}(P_{дв})= K^*_{hmЛ}(P_{дв})$; $K_{P2Ш}(P_{зд})=K_{P2Д}(P_{зд})=K_{P2Л}(P_{зд})$, и расчёты значительно упрощаются.

д) Способ построения предельной фигуры погрешностей в виде прямоугольника рассмотрен в разд. 7.5.

7.5 Методы определения показателей навигационной безопасности плавания

Определение показателей НБП

Определение показателей НБП включает расчёты безопасного расстояния $D_Б$, вероятности $P_{НБП}$ отсутствия касания кораблём границ навигационной опасности (НО) или ограничивающей (ограждающей) линии при проходе мимо НО, допустимой погрешности места (радиальной СКП или СКП по направлению на НО). Эти показатели рассчитываются для вариантов плавания вблизи одной малоразмерной НО, группы НО, образующих сложную НО, в т. ч. в полосе движения, и при пдавании вблизи протяжённой НО. Рассматривается также задача оперативной проверки возможности входа в узкость или на фарватер.

Первое в кораблевождении решение задачи НБП предложил А. П. Ковалёв [79]. Дальнейшее развитие это решение получило в работе В. Т. Кондрашихина [77], а обобщение – в работах Н, М, Груздева [51, 55]. В частности, в [77] введено понятие погрешности положения границы НО, предложено использовать для расчётов НБП закон распределения Лапласа в модифицированном им варианте (без достаточно убедительного обоснования), предложена модель НБП при проходе нескольких НО, совпадающая с теоремой умножения вероятностей независимых событий (без оплавания или проверки моделированием). Результаты работ [51, 55, 77, 79] не дают законченного решения проблемы НБП и оставляют возможности для совершенствования этого решения.

Показатели НБП при прохождении мимо одной малоразмерной НО определяют следующим образом:

1. *Минимально допустимое расстояние* D_{min} от корабля или от проложенной линии пути до НО рассчитывают, исходя из условия

$$D_{min} - D' \geq x^{\wedge}, \qquad (7.5.1)$$

где x^ – предельная с заданной вероятностью НБП $P_{зд}$ линейная погрешность системы корабль – НО по оси 0z, направленной на опасность; $D'=D_{РД}$ – дополнительное расстояние, установленное руководящими документами или командиром корабля, например, допустимое расстояние для сближения с границами территориальных вод иностранных государств. Величина x^ складывается из двух составляющих – предельных погрешностей по оси 0z места корабля $x^{\wedge}_{МК}$ и положения границ опасности $x^{\wedge}_{ПО}$. Величина x^ может быть получена двумя способами – строгим и приближённым.

- При строгом способе $x^{\wedge}=(x^{\wedge 2}_{МК}+x^{\wedge 2}_{ПО})^{0,5}$. (7.5.2)
- При приближённом способе $x^{\wedge}=x^{\wedge}_{МК}+x^{\wedge}_{ПО}$.. (7.5.3)

Приближённый способ обеспечивает несколько более осторожные оценки и некоторый избыточный запас расстояния Dmin. Действительно, приняв $x^{\wedge}_{МК}=x^{\wedge}_{ПО}=1$, при строгом способе получим $x^{\wedge}=\sqrt{2}$, а приближённый даст x^=2, обеспечивая некоторый запас расстояния до НО. Преимущество приближённого способа состоит в том, что он позволяет принять $D'=D_{РД+x^{\wedge}ПО,}$ однажды отложить величину D’ от НО в сторону проходящих кораблей, построив этим ограничивающие линии, и в дальнейшем при расчётах НБП оперировать только с погрешностями места корабля, что существенно упрощает расчёты. Поэтому приближённый способ целесообразно использовать, когда смещение границ НО на величину D’ не стесняет свободу манёвра корабля в узкости или на акватории порта. В других случаях должен использоваться строгий способ. Величину $x^{\wedge}_{ПО}$, в соответствии с результатами разд. 7.4, можно определить по формуле $x^{\wedge}_{ПО}=K_{Р1Л}(P_{зд})K^{*}_{hmЛ}(P_{дв})m_{ПО,}$ где mПО – СКП положения границ опасности, рассмотренная в [94] (рассматриваемая ниже).

Условие безопасного плавания иллюстрирует рис. 1.1.1, где y = D/m – расстояние, нормированное величиной СКП.

2. *Вероятность $P_{НБП}$* того, что при движении по линии пути мимо НО на расстоянии D корабль, смещаясь от линии пути под действием неизвестных факторов (погрешностей МСН, сноса течением и ветром), не коснется границы, задаваемой величиной D', рассчитывают по формуле

$$P_{НБП} = P(D \geq D') = F_{Л}(x);\ x = (D - D')/m_{zh}, \quad (7.5.4)$$

где D – расстояние до НО; $m_{zh}=K^*_{hmЛ}m_z$ – верхняя доверительная граница для СКП m_z места корабля в системе корабль – НО по направлению;на НО; $F_Л(x)$–функция распределения закона Лапласа (табл. 5.3.2). Величину m_z рассчитывают по формуле $m_z=(m^2_{zМК}+m^2_{zПО})^{0,5}$ при строгом способе решения задачи или принимают $m_z=m_{zМК}$ для приближённого способа.

3. *Максимально допустимую СКП* $m_{zдп}$ в системе корабль – НО при прохождении мимо НО на расстоянии D рассчитывают по формуле

$$m_{zдп} = D/\ K_{Р1Л}(P_{зд})\ K^*_{hmЛ}(P_{дв}), \quad (7.5.5)$$

откуда максимально допустимую СКП места корабля $m_{zдпМК}=(m^2_{zдп} - m^2_{zПО})^{0,5}$ при строгом способе или принимают $m_{zдпМК}=m_{zдп}$ для приближённого способа.

Показатели НБП при прохождении мимо группы малоразмерных НО, образующих сложную опасность, определяют следующим образом:

1. Строят относительно счислимого или обсервованного места корабля в масштабе карты предельную фигуру погрешностей (ПФП), в которой корабль находится с заданной вероятностью $P_{зд}$, например, предельную радиальную погрешность $R^\wedge_{МК}$, рассчитываемую по (7.4.12). При строгом способе решения задачи увеличивают ПФП с учётом величины $x^\wedge_{ПО}$, получая суммарную величину $R^\wedge_S=(R^{\wedge 2}_{МК}+ x^{\wedge 2}_{ПО})^{0,5}$. Для упрощённого способа принимают $R^\wedge_S=R^\wedge_{МК}$.

2. При проведении линии пути вблизи НО перемещают ПФП вдоль линии пути и добиваются такого положения линии пути, чтобы ПФП нигде не касалась ограничивающих линий, соответствующих установленным расстояниям D'_j, проведенным вокруг j-х НО.

3. Если точность места корабля оценивается стандартными погрешностями по осям координат $m_Ш$, $m_Д$ и коэффициентом корреляции $r_{ШД}$, и погрешности характеризуются разными законами распределения (типичный случай для погрешностей выработки координат в НК), то в качестве ПФП используют одну из двух фигур:

- если эксцессы погрешностей $E_Ш$ и $E_Д$ не превышают 3,5 (общий случай), то в качестве ПФП принимают предельный круг погрешностей

(ПКП) с радиусом $R_{ПКП}$= x^, вычисляемым по (7.4.11) при α =*arctg*($B_Ш/B_Д$);

• если эксцессы погрешностей $E_Ш$ и/или $E_Д$ превышают 3,5 (частный случай), то в качестве ПФП принимают предельный прямоугольник погрешностей (ППП), описывающий предельную подеру эллипса. Направление осей прямоугольника совпадает с направлением меридиана и параллели, а размеры сторон, равные $2G_Ш$ и $2G_Д$, определяют в зависимости от условий:

* если $B_Ш>B_Д$ (L<1), то $G_Ш=B_Ш$; $G_Д=B_Шd$;

* если $B_Ш=B_Д$ (L=1), то $G_Ш=B_Шd$; $G_Д=B_Шd$; (7.5.6);

* если $B_Ш<B_Д$ (L>1), то $G_Ш=B_Шd$; $G_Д=B_ШL$,

где d – параметр, выбираемый из табл. 7.5.1, в которой он представлен в сотых долях; поэтому $d=d_т/100$ ($d_т$ – табличное значение). Вычисляют длину сторон ППП по меридиану $2G_Ш$, по параллели $2G_Д$ в тех линейных единицах, в которых определены погрешности $m_Ш$ и $m_Д$.

3. Вероятность нахождения корабля в площади ПКП или ППП превышают $P_{ПКП}>P^2_{зд}$; $P_{ППП}>P^2_{зд}$; для обеспечения условий $P_{ПКП}>P_{зд}$; $P_{ППП}>P_{зд}$ при расчете величин $B_Ш$ и $B_Д$ в табл. 7.5.1 заходят с величиной $\sqrt{P_{зд}}$. Корни квадратные интересующих нас величин равны: √,999=0,9995; √0,997=0,998; √0,99=0,995; √0,95=0,975; √0,9=0,95.

Таблица 7.5.1

Параметр $d_т$, сотые доли

Коэффициент $r_{ШД}$	Параметр L										
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1
0	65	62	80	100	100	110	112	123	136	150	164
0,4	63	74	89	106	112	121	132	144	157	170	184

В обоих случаях при необходимости учитывается погрешность положения опасности. Важность учёта этой погрешности определяется тем, что при высокой точности современных МСН погрешность положения границ НО может в разы превосходить погрешности места корабля. Например, плановая СКП положения изобат и отметок глубин $m_{пл}=C/1000$, где С – знаменатель экваториального масштаба карты. При С=500000 величина $m_{пл}$=500 м, что соизмеримо с точностью места,

вырабатываемого НК, а при С=50000 $m_{пл}$=50 м, что значительно превышает СКП определения места по GPS.

Условие НБП при прохождении корабля между (мимо) НО состоит в том, чтобы перемещающаяся вместе с кораблем (и с прогнозируемой точкой впереди по линии пути, например, в 5 минутах) линия, оераничивающая ПФП, нигде не приближалась к опасностям ближе допустимого расстояния D', то есть

$$D_j \geq x^{\wedge}(\alpha_j) + D'_j, \qquad (7.5.7)$$

где D_j – текущее расстояние до j-й НО; $x^{\wedge}(\alpha_j)$ – предельная погрешность измерения расстояния D в системе корабль – НО, учитывающая погрешности места корабля в функции от угла α и погрешность положения границ НО, как показано выше.

Показатели НБП при плавании мимо совокупности отдельных НО и вдоль протяжённой опасности могут быть определены рассмотренными выше способами.

В работах [51, 77] при анализе НБП плавания вдоль множественных и протяжённых опасностей предложены способы учёта множественности НО с использованием теоремы умножениия вероятностей [77] и искажённой теоремы о повторении опытов [51]. Однако, в этом нет необходимости. Можно показать, что случайный процесс прохождения корабля мимо нескольких опасностей, не составляющих единую группу, в общем случае является *марковским* случайным процессом, или процессом без последействия. При этом условия и вероятность прохода корабля мимо i-й НО не зависят от того, как корабль миновал предыдущую (i – 1)-ю (и все предшествующие) НО и от того, что будет впереди. Поэтому каждую из совокупности НО корабль проходит по отдельности, рассчитывая показатели НБП только для неё без учёта предыдущих и последующих НО.

Оперативную проверку возможности входа корабля в узкость или на фарватер выполняют в соответствии с [94*].

Расчеты показателей НБП при плавании *пл* вблизи протяженных и множественных НО (по фарватеру, в назначенной полосе движения, вдоль разграничительной линии, береговой черты, архипелага островов и т. д.) можно выполнить в соответствии с условием (7.5.1) и с расчётами по (7.5.2). Разница определяется двумя факторами.

Во-первых, величина D’ в этом случае должна включать запас расстояния на уклонение от встречных объектов в мирное время, на уклонение от противника и/или применение по нему оружия в военное время.

Во-вторых, при продолжительном плавании в подводном положении заданную вероятность НБП $P_{зд}$ нужно рассчитывать по формуле

$$P_{зд}=P^{1/N}_{зд(1)}, \qquad (7.5.8)$$

где $P_{зд(1)}$ – заданная вероятность НБП применительно к одной малоразмерной опасности; N – количество выбросов случайных процессов погрешностей выработки координат НК подводных лодок за назначенный уровень ±a в продолжении времени t_C плавания по счислению вдоль протяженной НО

Количество N выбросов за время t_C рассчитывают по формуле

$$N=1 \text{ при } t_C<1{,}5t_B;\ N=t_C/t_B \text{ при } t_C>1{,}5t_B, \qquad (7.5.9)$$

округляя результаты до целого числа. Здесь t_B – средний промежуток времени между выбросами, значение которого выбирают из вывода

Уровнь а выьроса	2m	2,5m	3m
t_B, сутки	1	2	7

Этот способ можно применить для повышения надёжности расчётов НБП надводных кораблей в сложных изменяющихся условиях плавания. В таком случае N - количество существенных изменений условий плавания (например, направления и скорости течения) по маршруту движения вдоль протяженной НО.

5.5 Оценка эффективности полученных в диссертации результатов

Цель диссертационной работы состоит в нейтрализации неопределённостей исходных данных (ИД) для решения вероятностных задач кораблевождения, решаемых при обеспечении применения оружия, боевого маневрирования и безопасности плавания кораблей. Эти задачи составляют часть навигационного обеспечения боевых действий ВМФ. Неопределённости исходных данных понижают качество решения таких задач и качество навигационного обеспечения. Эффективность выполненного исследования определяется, таким образом, степенью понижения эффективности навигационного обеспечения под влиянием неопределённостей ИД и уровнем компенсации понижения эффективности навигационного обеспечения предлагаемыми в исследовании методами.

При решении большинства перечисленных вероятностных задач основу решения составляют предельные погрешности рассеивания точки местоположения корабля по заданному направлению (например, в задачах навигационной безопасности при ведении боевых действий и плавании кораблей, в задачах противоминных действий и др.) или в некоторой площади (например, задача навигационного обеспечения стрельбы баллистическими ракетами по наземным целям). Неопределённости ИД приводят к ошибкам в оценке предельных погрешностей и к неверному решению задач. Причём неопределённости ИД в основном действуют постоянно, а вызываемые ими ошибки в большинстве случаев являются несимметричными и направлены в сторону понижения эффективности навигационного обеспечения. То есть

рассчитанные без учёта неопределённостей ИД предельные погрешности оказываются сильно заниженными, как показано, например, на рис. 1.1.1 и в табл. 1.1.1.

При всех применявшихся ранее методиках расчёта эффективности навигационного обеспечения ВМФ [20] неопределённости ИД описываемого в диссертации рода ранее не рассматривались. Поэтому, к сожалению имеет место «всеобщее» понижение реальной эффективности навигационного обеспечения по сравнению с расчётными значениями.

Для количественной оценки понижения эффективности в главе 1 введено и обосновано понятие энтропии исходных данных и решения вероятностных задач навигации. Введена также численная мера её измерения – фактическое количество $N_Ф$ нарушений заданного условия на 1000 опытов (в терминах теории вероятностей – количество отклонений случайной величины за заданный уровень), которое можно сравнить с допускаемым количеством $N_{дп}$ нарушений. В главах 2, 3 и 4 выявлены и проанализированы основные причины (факторы) возникновения неопределённостей ИД. Для оценки эффективности диссертации рассмотрим применительно к НК три из этих факторов: неадекватность используемого при расчётах закона распределения погрешностей навигационных параметров(НП); неопределённость значения СКП, обусловленную её случайным характером; неопределённость СКП, возникающую при проверке точности МСН на государственных испытаниях (ГИ).

Результаты расчётов фактического количества выходов точки местоположения корабля за пределы отрезка (в одну сторону), соответствующего заданной вероятности $P_{зд}$, и выхода точки старта ракеты за пределы круга, радиус которого соответствует заданной вероятности, приведены в табл. 5.5.1. Для каждого фактора определены максимально возможное количество $N_{Фmax}$ и медианное значение Me_N фактического количества нарушений, отвечающее вероятности 0,5.

Расчёты выполнены следующим образом.

Для случая неадекватности ЗР принято, что все расчёты эффективности в кораблевождении выполняются в предположении подчинения погрешностей НП закону Гаусса. Для обеспечения, например, вероятности $P_{зд}$= 0,997 в качестве коэффициента предельного

перехода для линейного одностороннего варианта будет использован квантиль 2,74. В то же время максимальнаяэнтропия получается, если погрешности на самом деле подчиняются ЗР Лапласа (этому квантилю по табл. 3 приложения соответствует вероятность 0,984 и число $N_{Фmax}$ =16), а средняя (медианная) энтропия имеет место при ЗР М-распределения (по табл. 4 приложения вероятность равна 0,99, а число Me_N = 10). Так же решается задача и для двумерного варианта, только значения квантилей и вероятностей выбираем из табл. 8 приложения.

Таблица 5.5.1

Фактическое количество нарушений заданного условия

Вероятн. $P_{зд}$, число $N_{дп}$	Причина неопределённости						Общее. $N_{Фmax}$/ Me_N
	Закон распред.		Свойство СКП		Методика ГИ		
	$N_{Фmax}$	Me_N	$N_{Фmax}$	Me_N	$N_{Фmax}$	Me_N	
Задачи типа определения безопасного расстояния							
0,999; 1	10	6	34	9	54	3	98/18
0,997; 3	16	10	42	11	69	10	127/31
0,99; 10	27	19	45	12	86	13	157/44
0,95; 50	64	57	69	19	115	17	248/93
Задачи типа накрытия цели областью поражения оружия							
0,999; 1	34	9	65	22	146	5	245/36
0,997; 3	42	11	116	29	197	11	355/51
0,99; 10	45	12	118	30	240	20	403/62
0,95; 50	69	19	135	36	-310	40	514/95

Для учёта влияния свойства СКП, состоящего в том, что СКП является случайной величиной и рассеивается около своего действительного значения, рассматриваем доверительный интервал для СКП при числе независимых измерений n=20, доверительной вероятности $P_{дв}$ =$P_{зд}$ и ЗР Лапласа для оценки максимальной энтропии и М-распределения для оценки медианного значения. Такое малое значение n < 20 имело место на ГИ НК «Симфония-01.02» (1982 г.), «Шлюз» (1989 г.) и «Симфония-3» (2005 г.) [198, 199, 202 – 206]. Например, при $P_{зд}$ = 0,997 коэффициент верхней доверительной граница для ЗР Лапласа по табл. 6 приложения $K_{hmЛ}$ = 1,993. Если реальная СКП при решении задачи

НБП равна не m, как считают по теории эффективности НГО, а $mK_{hmЛ}$ = 1,993m, то допустимый отрезок имеет длину не 2,74m а $2{,}74 \times 1{,}99m$ = 5,45m. Мы же, ничего не зная о доверительном интервале для СКП, и предполагая ЗР Гаусса будем считать предельную погрешность равной 2,74m, т. е. в 1,99 раз меньше. Поэтому обеспечиваемая вероятность соответствует квантилю 2,74/1,99 = 1,38. По табл. 1 приложения [31] находим $P_{об}$ = 0,916, а число нарушений 84. Однако, в данном случае возможен выход за границы доверительного интервала и в меньшую сторону, причём при расчёте табл. 6 приложения доверительный интервал для СКП считался симметричным. Поэтому $N_{Фmax}$ =42.

При расчёте величины Me_N коэффициент доверительной границы для СКП выбираем из раздела М-распределения табл. 6 приложения, выполняем такие же расчёты, но конечный результат умножаем на 0,3, чтобы получить медианное значение. Для рассеяния по площади коэффициент предельного перехода выбираем из соответствующей таблицы МТ-2000 (для $P_{зд}$= 0,997 и b/a =1 $K_{P2Г}$ = 2,41) и делим это значение на коэффициент верхней доверительной границы для СКП (1,99 и 1,88 для ЗР Лапласа и М-распределения). По полученной величине находим по таблице МТ-2000 вероятность попадания в круг, число отклонений и вдвое меньшее число $N_{Фmax}$ = 116. Подобным образом с учётом показанной выше разницы находим медианное значение Me_N = 29.

Для учёта влияния методики ГИ прелполагаем, что испытания производятся по критерию отсутствия выбросов, который характеризуется коэффициентом $K_{ВУТ}$=2,5 на уровне значимости 0,05 (принимаем за максимальное значение) и $K_{ВУТ}$=1,5 на уровне значимости 0,5 (медианное значение). Вычисление энтропии производится, как в предыдущем случае с делением квантиля ЗР Гаусса (в нашем примере 2,74) на 2,5 и 1,5 привычислении максимального и медианного чисел $N_Ф$.

При анализе влияния неопределённостей СКП рассматривался ЗР Гаусса, т. к. соответствующие таблицы двумерных ЗР Лапласа и М-распределения не достаточно подробны, что сделало бы расчёты приближёнными, а это нежелательно. Для этих ЗР результаты получаются примерно такими же.

Анализ табл. 5.5.1 приводит к следующим выводам.

1) Под влиянием основных причин неопределённостей ИД энтропия конечных результатов решения основных задач кораблевождения при ведении боевых действий значительно возрастает: фактическое среднее число $N_Ф$ увеличивается примерно вдвое при вероятности $P_{зд}$=0,95 (обеспечиваемая вероятность понижается до 0.90) и до (18 и 36) раз при $P_{зд}$=.999 ($P_{об}$=0,964). Это значит, что в реальных условиях в 50% случаев обеспечиваемая вероятность будет меньше, чем расчётные значения 0,90 и 0,96, и может опуститься до (0,49 и 0,75) при $P_{зд}$=0,95; до (0,75 и 0,80) при $P_{зд}$=0,999).

2) Все три рассмотренные факторы вносят в конечную энтропию примерно одинаковый вклад. Поэтому исключать надо все причины возникновения неопредел1нностей. Это касается и других факторов, не рассмотренных в табл. 5.5.1.

Понижению энтропии (навигационной надёжности) решения задач сопутствует понижение точности (возрастание погрешностей) решения вероятностных задач. Поскольку суммарная СКП, обусловленная разными ыакторами, образуется в результате квадратического сложения, то общий множитель приэлементарных СКП, если он есть, выносится за знак радикала. Поэтому можно считать, что в связи с резким возрастанием энтропии величина СКП результатов решения задач возрастает в среднем примерно от 1,3 до 2 раз. Этим данным не противоречат результаты анализа точности выработки координат НК, привежённые в табл. 1.1.1.

В диссертации предложены и обоснованы методы преодоления влияния неопределённостей ИД, к которым относятся:

- использование ЗР Лапласа и М-распределения при решении ыероятностных задач, требующих расчёта предельных погрешностей, вместо ЗР Гаусса;
- использование верхней доверительной границы для СКП при решении таких задач;
- применение одного из предложенных в диссертации корректных критериев соответствия точности проверяемого НК или МСН в методиках государственных испытаний; использование всей подходящей информации, набираемой при проведении испытаний (ГИ, ЗХИ и плавание с НК, работающем в штатном режиме);

- повседневный контроль в плавании точности выработки координат НК по разностям показаний двух или трёх ИНС; это позволит решить важную дополнительную задачу повышения скрытности *пл* путём увеличения промежутка времени между включениями ГАЛ;
- использование разработанных моделей погрешностей и методов определения и оценки точности места корабля, и др.

Таким образом, диссертация обеспечивает возможность повышения до заданного уровня эффективности навигационного обеспечения ВМФ, которая в результате воздействия не учитываемых ранее неопределённостей ИД находится на значительно более низком уровне, чем это принимается в оперативно-тактических, навигационно-тактических и стрельбовых задачах. Степень повышения эффективности при её выражении в митах составляет в среднем от 2 до 20 – 30 раз. При выражении в процентах в среднем от 90% до 95%, от 95% до 99%; от 96% до 99,7%; от 97% до 99,9%. Здесь каждое второе значение есть заданная вероятность, каждое первое значение – реально достигнутое в среднем в навигационном обеспечении. В случае максимально неблагоприятных условий (с вероятностью около 1 – 5%) первые значения имеют вид 49 – 75%; 60 – 84%; 64 – 87%; 75 – 90%. Здесь первые значения характеризуют рассеивание по площади, вторые значения – линейное рассеивание.

Выводы по главе 5

В главе получены следующие основные результаты.

1) Разработана таблица параметров статистических моделей погрешностей МСН определения места (ОМ). Таблица включает для основных совокупностей условий измерений МСН значения полной и флюктуационной СКП, закон распределения погрешностей, коэффициент корреляции однородных погркностей, интервал корреляции и условное число n независимых измерений, выполненных при определении СКП в определенной градации условий измерений. При этом учитывается, что в большинстве случаев показанным в табл.5.1.1 условиям соответствует некоторая градация, привести которую в таблице невозможно. Число n используется при определении верхней доверительной границы для СКП. Табл. 5.1.1 разработана по экспериментальным материалам, полученным или собранным автором.

2) Разработаны методы оценивания точности ОМ и повышения точности и навигационной надёжности ОМ. Методы включают определение вероятнейшего места в фигуре погрешностей, выбор оптимального сочетания линий положения для обсервации, объединение показаний двух и трёх датчиков НП, фильтрацию и обсервационное счисление. Впервые в кораблевождении произведён анализ эффективности объединения показаний и влияния неадекватности исходных данных на результаты применения метода наименьших квадратов и сформулированы требования кораблевождения к точности определения ИД. Впервые произведён анализ динамики и эффективности фильтрации, разработан регрессионно-последовательный метод фильтрации, метод априорной оценки точности фильтрации и метод ведения обсервационного счисления. Результаты по п. 1 и 2 описаны и обобщены в работах автора [68, 94, 95, 99, 101 – 103, 108, 112, 115 – 117, 125, 128 -138, 144 – 150, 154, 162, 165, 166, 168, 171, 257, 258].

3) Разработаны практические методы расчёта показаьелей точности (радиальной СКП) относительного и абсолютного счисления, основанные на использовании статистических характеристик течений океанов и морей, свободные от недостатков традиционных методов и обладающие более высокой навигационной надёжностью. Впервые обнаружены и обоснованы понятия оптимальной и предельной продолжительности учёта измеренного на корабле течения, оптимального и предельного промежутков времени между обсервациями при определении сноса корабля по обсервациям и разработаны практические методы учёта этих величин в счислении. Результаты описаны в работах автора [94, 95, 98, 118, 120, 131, 132, 133, 142, 154, 156, 163, 169 – 174,256].

4) Обоснованы и разработаны методы определения предельных погрешностей места корабля по заданному направлению и в виде фигуры погрешностей. В отличие от традиционного метода учтены соотношение длины радиуса-вектора подеры эллипса и радиальной СКП, конкретный закон распределения погрешностей, верхняя доверительная граница для СКП, Решена задача выбора доверительной вероятности для СКП в зависимости от заданной вероятности и числа независимых измерений n. Решена важная для НК задача определения предельных погрешностей

при разных законах распределения погрешностей выработки широты и долготы. Полученные результаты рассмотрены в работах [115, 140, 154].

5) Обобщено, систематизировано и продвинуто в неосвоенную ранее область решение задачи навигационной безопасности плавания *пл* при ведении боевых действий как конкретный пример применения всех плученных ранее результатов. Новизна решения включает всё новое, что связано с расчётами предельных погрешностей, а также решение задачи безопасного плавания вдоль протяжённых и множественных опасностей с использованием результатов решения звдачи о выбросах случайных процессов погрешностей НК. Ранее эта задача удовлетворительного решения не имела. Полученные резутаты опубликованы в работах [94, 104, 114, 115, 126, 127, 139 – 141, 155, 160].

6) Разработана методика и выполнена оценка эффективности результатов, полученных в диссертации.

Глава 8. АВТОМАТИЧЕСКИЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАВИГАЦИИ

8.1. Автоматизированное управление движением корабля по заданной траектории в океанском и морском плавании

Факторы, искажающие траекторию движения корабля

Постановка задачи. В кораблевождении и судовождении применяется два вида управления плаванием судна по заданной траектории движения (ЗТД), или два вида процесса навигации – штурманский и автоматический. При первом виде штурман ведёт навигационную прокладку, решает необходимые навигационные задачи и при расхождении фактической траектории движения (ФТД) судна с ЗТД в определённые моменты выдаёт команды рулевому на изменение курса или вводит значение нового курса в авторулевой (АР). При втором виде управления электронная (картографическая) навигационная информационная система (ЭНИС) или другая навигационная вычислительная система автоматически управляет движением корабля по ЗТД, вырабатывая управляющие сигналы в АР с целью удержания судна на линии заданного пути (ЛЗП) на участке ЗТД, по которому следует судно. Точность удержания судна на курсе и на ЗТД и эффективность кораблевождения при автоматическом управлении зависят от режима работы АР и/или ЭНИС.

При решении задачи автоматического управления движением корабля ЭНИС обрабатывает следующую информацию:

а) ЗТД судна в виде совокупности последовательных поворотных (маршрутных) точек, определяемых их координатами. Прямая линия (локсодромия), соединяющая каждую пару соседних точек, является линией заданного пути на данном участке ЗТД.

б) Координаты текущего обсервованного (ОМ) или счислимого (СМ) места судна, поступающие практически непрерывно в общем случае от приёмоиндикатора GPS или от системы счисления.

в) Ширину 2L полосы движения корабля на данном участке маршрута, угол ΔK изменения курса для возвращения судна на ЗТД при смещении с неё под действием сноса, и радиус $R_{ОП}$ области поворотной

точки. Эти элементы определяют режим управления движением судна. Условно можно выделить три режима управления движением корабля: режим океанского плавания и открытого моря; прибрежного плавания; плавания в стеснённых условиях.

От степени соответствия величины 2L условиям плавания судна во многом зависит эффективность управления движением судна по маршруту и степень обеспеченности НБП. Величину 2L устанавливает в ЭНИС штурман в зависимости от режима управления движением судна.

Рекомендации штурману для обоснованного назначения величины 2L в настоящее время отсутствуют, поэтому обоснование и выработка таких рекомендаций является актуальной задачей. Целевой установкой управления движением судна на каждом участке маршрута для режима океанского плавания (вдали от навигационных опасностей) является, как правило, минимизация времени прохождения участка при заданной скорости хода судна и сохранение ресурса наработки рулевого привода.

Факторы, искажающие траекторию движения корабля, включают, главным образом, снос корабля течением и ветром, погрешности МСН счисления и влияние работы руля (рулевого или АР). Течения океанов и морей и их влияние на точность плавания корабля рассмотрены в главе 4. Погрешности технических средств счисления играют роль, главным образом, при управлении движением корабля по ЗТД в подводном плавании при выработке координат СМ корабля ИНС и НК. Статистические характеристики этих МСН рассмотрены в главе 5.

Влияние АР на точность сохранения ЗТД корабля. Технические требования к АР [73] включают точность среднего значения удерживаемого курса относительно заданной величины, равную $\pm 1^{o}$ при минимальной нагрузке рулевого привода. Сокращение работы рулевого привода достигается тем, что в АР устанавливают допустимое значение уклонения ψ удерживаемого курса относительно заданного. В пределах угла ψ перекладка руля не производится (имеет место пауза в работе АР) и судно при равномерном изменении курса движется по дуге окружности (рис. 8.1.1). Двигаясь со скоростью V, за время паузы t оно смещается от заданной траектории в боковом направлении на величину c и проходит в

заданном направлении расстояние *b*. Из соотношения длины окружности $S = Vt$ и сторон треугольника на рис. 8.1.1 в предположении равномерного перемещения судна получаем следующие выражения для величин *a* (третья сторона треугольника), *b* и, *c*:

$$a = K_a S; \quad b = K_b S; \quad c = K_c S, \qquad (8.1.1)$$

где $K_a = 360\sin(\psi/2)/\pi\psi$; $K_b = K_a\cos(\psi/2)$; si $(\psi/2)$ – переходные коэффициенты; угол ψ в градусах. Для решения практических задач удобнее выразить величины *b* и *c* в процентах от расстояния *S* (табл. 8.1.1), обозначив их b’ и c’.

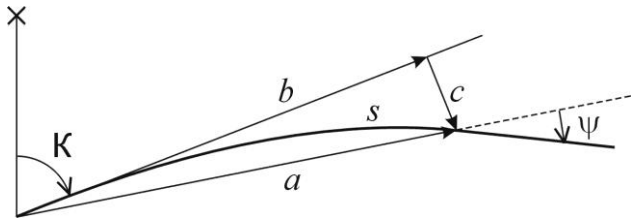


Рис. 8.1.1. Перемещение корабля за время паузы в работе авторулевого

Таблица 8.1.1

Величины *b’* и *c’*, проценты от пройденного кораьлём расстояния в зависимости от угла ψ

ψ, градусы	1	2	3	4	5
b’	99.937	99.934	99.928	99.919	99.907
c’	0.873	.1.745	2.617	3.489	4.361

Анализ таблицы приводит к выводу, что при работе АР с паузами увеличение пройденного расстояния и, следовательно, времени плавания даже при $\psi = 5^o$ составляет незначительную величину, в то время как боковое смещение весьма существенно при всех ψ. Переход от величины *c* к СКП $m_{БАР}$ места судна в боковом направлении (по отношению к заданной траектории), обусловленной работой АР с паузами, произведем с использованием выражения

$$m_{БАР} \le 0{,}29c'S/100, \qquad (8.1.2)$$

где $0{,}29 \approx 1/2\sqrt{3}$ – коэффициент, соответствующий закону равномерной плотности, которому подчиняется величина *c* при реальном предположении о равномерном перемещении корабля в паузах работы АР; *c*' – величина, выбираемая из табл, 8.1.1; символ неравенства использован потому, что за время прохождения участка маршрута может измениться знак смещения корабля с курса, и тогда величины *c* и $m_{БАР}$ окажутся меньше. Например, если V=15 уз, а дискретность работы АР равна 1 ч, то по (8.1.1) получаем $m_{БАР}$=0,19 мили. Это пренебрежимо малая величина по сравнению с другими составляющими СКП счисления.

Управление движением корабля с использованием ЭНИС

Влияние ЭНИС на точность удержания ЗТД корабля**.** Вторым источником погрешности управления траекторией судна является принятое и введённое в ЭНИС значение допустимого отклонения *L* фактической траектории движения от ЗТД в боковом направлении. Величина *L* вводится в целях экономии ресурса наработки рулевого привода и максимально возможного сокращения продолжительности плавания по рассматриваемому участку маршрута. При вводе в ЭНИС величины *L* образуется полоса движения корабля, в пределах которой не принимаются меры для его возвращения на ЗТД. При отклонении корабля от линии заданного пути на величину L в ту или другую сторону ЭНИС вырабатывает команду в АР на изменение курса с целью возвращения корабля на ЗТД. Ширина полосы равна 2L., а СКП $m_{БL}$ бокового смещения корабля относительно заданной траектории с учётом (8.1.2) может быть принята равной $m_{БL}$=0,58L.

Основной причиной бокового смещения корабля является снос течением. При малом L корабль будет возвращаться на заданную траекторию и рулевой привод включаться чаще, чем при большом L. Соответственно при большом L меньше будет потеря скорости корабля, связанная с подворотами. Кроме того, морские течения представляют собой случайные процессы. Можно ожидать, что при большом L и, следовательно, большом времени между коррекциями траектории действующее течение сменит направление на противоположное, боковое

смещение корабля не дойдёт до величины L, и коррекции траектории на данном участке маршрута не потребуется. Это даст дополнительный выигрыш во времени движения по траектории. Исходя из этих соображений, величину L при плавании в океане (в открытом море) можно принять равной

$$L = 1{,}73\sigma_T 2\tau_T, \qquad (8.1.3)$$

где 1.73 – коэффициент перехода от СКЗ к предельному значению для ЗР равномерной плотности при вероятности $P \geq 0{,}95$; σ_T и τ_T – СКЗ и интервал корреляции течения в районе плавания, выбираемые из табл. 4.3.2. . Коэффициент 2 при τ_T в (8.1.3) обеспечивает высокую вероятность изменения направления течения. При такой установке величины L максимальное уклонение корабля, имеющего скорость 15 уз, от ЗТД в районе, например, Гольфстрима, равно 40,5 мили, а в Иберийском районе Атлантики 2,1 мили. В среднем же по Мировому океану – 6,3 мили. Эти значения должны обеспечить экономию времени рейса. В случае их произвольного уменьшения понижается вероятность экономии времени плавания, никаких других отрицательных последствий не происходит.

Для областей с приливными течениями в (8.1.3) принимают τ_T=3 ч. Оговоримся, что при назначении ширины полосы движения, равной 2L, её границы в случае близости навигационных опасностей должны отстоять от них на величину безопасного расстояния $D_{бзп}=D_{min}$ (7/5/1) или более.

Для подводного плавания выражение (8.1.3) принимает вид

$$L = 4{,}64M_{CM}2\tau_K, \qquad (8.1.4)$$

где M_{CM} -- радиальная СКП счислимого места; τ_K – большее из значений интервала корреляции погрешностей в каналах выработки широты и долготы НК.

При плавании по установленным путям системы разделения движения (СРД) определять величину L по (8.1.3) можно, если выполняются два очевидных условия: а) величина L не превышает

расстояния $D_{СРД}$ от линии ЗТД корабля до ближайшей границы полосы СРД, т. е. $L \le D_{СРД}$; б) продолжительность плавания в СРД превышает величину $2\tau_{Т}$ и можно надеяться на получение некоторой экономии времени плавания. Когда эти условия не выполняются, можно связать величину L с шириной Ш полосы СРД. Например, отложить от правой границы полосы СРД запас расстояния $\Delta_{РО}=2\div3$ мили для расхождения с появившимся справа объектом, которому мы обязаны уступить дорогу, после чего принять $L=(Ш - \Delta_{РО})/2$ и проложить линию пути посредине отрезка $(Ш - \Delta_{РО})$.

Коррекция курса корабля для возвращения на заданную линию пути при его смещении с ЗТД на величину L осуществляется в ЭНИС одним из двух способов по выбору штурмана: изменением курса на 5° в сторону заданной линии пути, или расчётом курса корабля в очередную поворотную точку. В общем случае первый способ целесообразно использовать, когда корабль успевает выйти новым курсом на заданную линию пути до подхода к очередной поворотной точке, вторым способом – если не успевает.

Область поворота вокруг поворотной точки имеет вид круга с центром в поворотной точке, радиус $R_{ОП}$ которого задаётся штурманом. В общем случае можно принять $R_{ОП}=L'/2$, где L' – допустимое отклонение корабля от ЗТД на её следуюшем участке. При таком решении исключается возможность прохода корабля мимо области поворота.

8.2 Автоматизированное управление движением корабля по заданной траектории в стеснённых условиях

Факторы, искажающие траекторию движения корабля

Постановка задачи. Автоматическое управление движением корабля по ЗТД осуществляется по командам в АР, которые вырабатывает ЭНИС или другая НВС. Задача управления движением при условии обеспечения НБП решается на основании информации, охарактеризованной в разд. 8.1. Она включает последовательность поворотных точек ЗТД, обсервованные координаты корабля (той его точки (Ц), из которой выполняется управление движением), измеренные в

общем случае по GPS и поступающие в ЭНИС практически непрерывно, а также вводимые штурманом параметры управления движением корабля. Этими параметрами в ЭНИС «Сегмент» являются следующие:

- Допустимое отклонение L корабля от заданной линии пути (ЗЛП) на текущем участке ЗТД.
- Угол $\Delta К$ изменения курса корабля в сторону ЗЛП. По умолчанию $\Delta К = 5^{o}$ или курс направляется в очередную поворотную точку ЗТД.
- Радиус круга (области поворота) $R_{ОП}$ с центром в точке начала поворота, при входе корабля в который ЭНИС вырабатывает сигнал поворота на курс, ведущий в следующую поворотную точку.
- Радиус *R* фигуры безопасности (ФБ) и величина её сектора. В общем случае ФБ представляет собой переднюю половину круга с центром в точке Ц, в частном случае – более узкий сектор, ось которого направлена по заданному курсовому углу.
- Расстояние предупреждения об опасности, находящейся впереди по курсу корабля, или время упреждения, соответствующее этому расстоянию и текущей скорости V хода корабля.

. В настоящее время в навигации отсутствуют рекомендации по количественному определению параметров управления движением корабля в стеснённых условиях плавания и обеспечения НБП. Поэтому обоснование и выработка таких рекомендаций является важной задачей. Целевая установка управления движением состоит в обеспечении заданного уровня НБП и в проводке корабля по ЗТД при минимально возможных уклонениях от неё.

Факторы, искажающие траекторию движения корабля. Основными из таких факторов являются погрешности средств обсервации и снос корабля течением и ветром.

Точность определения места корабля по GPS рассмотрена в главе 4. Повторим, что радиальная СКП обсервованного места в варианте Р-кода $М_{ОМ}=3\div4$ м в условиях спокойной ионосферы и $М_{ОМ}$ до $8\div10$ м в условиях возбуждённой ионосферы; интервал корреляции флюктуационных погрешностей $\tau_К=0,5$ мин; коэффициент корреляции погрешностей широты и долготы $r_{ШД}=\pm0,7\div0,9$ зимой и $r_{ШД}=\pm0,3\div0,5$ летом. В качестве закона распределения погрешностей может быть принят закон Лапласа при оценивании точности ОМ по априорным

данным, или закон Гаусса при оценивании точности ОМ в процессе измерений координат по конкретному количеству спутников в рабочем созвездии.

Дифференциальная подсистема GPS характеризуется величиной $M_{ОМ} \approx 0{,}5D/100$, м, где $D \leq 300$ миль – расстояние от корабля до контрольной станции подсистемы в милях.

Влияние течения и ветра на траекторию движения корабля проявляется в сносе корабля с ЗЛП. В рассматриваемых условиях действуют вдольбереговые течения, течения проливов и заливов, которые отличаются сложным характером поля течения и могут значительно превосходить по скорости течения открытого моря в прилежащих районах. Для компенсации бокового сноса течением и ветром изменяют курс навстречу силе сноса и корабль идёт под некоторым углом к ЗЛП. При этом полоса воды, занимаемая кораблём, становится больше максимальной ширины корпуса корабля B на величину $2b$ [292]. Кроме того, в этих условиях приходится чаще перекладывать руль для удержания корабля на ЗЛП, что дополнительно увеличивает ширину полосы воды, занимаемой кораблём, которую можно оценить как $B'=2B+2b$. Кроме бокового сноса, часто имеет место и продольный снос, который представляет опасность при повороте на следующее колено канала или фарватера.

Расчеты параметров управления движением корабля

Расчёт допустимого отклонения корабля от ЗЛП. Параметры автоматического управления движением корабля по ЗЛП определяют по критерию такого минимального уклонения от ЗЛП, при котором обеспечивается заданный уровень НБП и заданная малая вероятность возникновения ложных команд в АР.. Управление движением корабля предполагает использование допустимого отклонения L корабля от ЗЛП. Если принять допустимое отклонени L=0, то ЭНИС начнёт выдавать на АР хаотические ложные команды, обусловленные случайными погрешностями средства ОМ с дискретностью, которая определяется интервалом корреляции этих погрешностей (0,5 – 1 мин. и менее). Если принять величину L необоснованно большой, то не будет

выполняться условие минимального отклонения корабля от ЗЛП и может возникнуть опасность посадки корабля на мель. Для избежания хаотического включения рулевого привода и обеспечения НБП величина L должна удовлетворять условию

$$L \leq (0{,}5Ш - D_{бзп} - B''/2), \qquad (8.2.1)$$

где 0,5Ш – половина ширины имеющегося пространства для маневрирования корабля (при необходимости может рассматриваться и другая часть ширины пространства, например, 0,3 Ш); $D_{бзп}$ -- безопасное расстояние до НО, при котором корабль, проходящий НО на этом расстоянии, не касается границы НО с заданной вероятностью НБП P' вследствие погрешностей своего места, места НО и других причин; *B*'' – ширина полосы воды, занимаемая кораблём (рассматривается ниже).

Минимальную величину L_{min} принимают такой, чтобы при автоматическом управлении движением корабля по ЗЛП вероятность возникновения и подачи ложного сигнала в АР на изменение курса вследствие погрешностей ОМ не превышала заданной величины $P'_{ЛС}$. Этому условию соответствует

$$L = L_{min} = K_{(1 - P'лс)\,q} M_{ОМ}, \qquad (8.2.2)$$

где $K_{(1 - P'лс)}$ – квантиль вероятности $(1 - P'_{лс})$ противоположного события для q – го ЗР погрешностей используемого средства ОМ; $M_{ОМ}$ – радиальная СКП обсервованного места, к которой в соответствии с результатами разд. 7.3 приравнивается СКП места по заданному направлению. При предварительных расчётах величин L_{min} и $D_{бзп}$ целесообразно в качестве априорного вида ЗР погрешностей принять, в соответствии с результатами главы 2, закон Лапласа. Таблица двусторонней функции распределения этого закона имеется в [94 (табл. 10.3.1)]. Квантили вероятностей 0,95; 0,99 и 0,997 для закона Лапласа равны соответственно 2,39; 3,7 и 4,64.

Например, при $P'_{ЛС}$=0.01 и непрерывных обсервациях по GPS ($M_{ОМ}$ =4 м, интервал корреляции флюктуационных погрешностей

$\tau_К$=0,5 мин) квантиль $K_{(1-Р'лс)Л}$=3,7, а L_{min}=3,7$M_{ОМ}$=14,8 м. Среднее ожидаемое количество ложных команд на АР равно $n_{ож}$=100$Р'_{ЛК}$=1 на 100 независимых измерений, или 1 на t=0,5·100=50 мин. хода корабля в рассматриваемых условиях. При использовании дифференциальной подсистемы GPS в средних условиях ($M_{ОМ}$=1 м) величина L_{min}=3, 7 м. Если расчётная частота ложных команд слишком велика, а расстояние до НО позволяет, уыеличивают вероятность $Р'_{ЛС}$ при. $Р'_{ЛС}$=0,003 величина L_{min}= 4,64$M_{ОМ}$=18,5 м, а t=165 мин.

При этом варианте автоматического управления кораблём он периодически выходит то на правую, то на левую границу полосы нечувствительности вдоль ЗЛП шириной $2L_{min}$, движется по «змейке» и занимает полосу воды шириной

$$B" = 2L_{min} + 2B + 2b, \qquad (8.2.3)$$

где B – ширина корабля по мидельшпангоуту; величина 2b определяется следующим образом.

Характер движения корабля. Для компенсации бокового сноса течением и ветром изменяют курс корабля навстречу силе сноса и корабль идёт под некоторым углом β к ЗЛП. Полоса воды, занимаемая кораблём, становится больше максимальной ширины B корпуса корабля на величину $2b$. Ширина этой полосы равна [292] $2b=L\sin\beta+B\cos\beta-B$, где L – длина корабля по ватерлинии. Величину $2b$ можно представить как $2b = L\ A"$. Значения коэффициента $A"$ приведены в табл. 8.2.1 в зависимости от соотношения размерений корабля L/B и угла β.

Таблица 8.2.1

Значения коэффициента $A"$

Угол β	L/B = 6	L/B = 8	L/B = 10	L/B = 12
3°	0,218	0,172	0,152	0,136
6°	0,270	0,229	0,204	0,187
9°	0,321	0,280	0,255	0,239
12°	0,371	0,330	0,204	0,187

Кроме того, в этих условиях приходится чаще перекладывать руль для удержания корабля на ЗЛП. Это дополнительно увеличивает ширину

полосы воды, занимаемой кораблём, что учитывается в (8.2.3) добавлением ещё одной ширины корабля. Например, при L=120 м, B=15 м и β=6 ^{o} ширина полосы воды $2B + 2b$=42,6 м без учёта погрешностей, вносимых средствами ОМ и автоматического управления.

Угол ΔK отворота от направления ЗЛП при движении по змейке устанавливается штурманом (по умолчанию $\Delta K = \pm 5^{o}$ или равен величине, при которой курс корабля направлен в очередную поворотную точку). Для ориентировки штурмана при выборе величины ΔK представляет интерес расстояние S, проходимое кораблём по направлению ЗЛП при движении по «змейке» между двумя последовательными пересечениями кораблём двух границ полосы нечувствительности, равное $S \approx 114{,}6 L_{min}/\Delta K^{o}$. Например, для L_{min}=20 м и $\Delta K = 5^{o}$ путь $S \approx 460$ м. Если расстояние до очередной поворотной точки превышает эту величину, можно принять $\Delta K = 5^{o}$ или меньше, в противном случае целесообразно направить курс в поворотную точку.

Радиус области поворота целесообразно принять $R_{ОП}=B$". Однако, при управлении движением корабля в узкостях, по каналам и фарватерам целесообразно вместо области поворота в точке начала поворота проложить поперёк канала (фарватера) линию поворота, параллельную оси следующего колена канала, с тем, чтобы с окончанием поворота выйти в точку, близкую к оси этого колена.

Если при расчётах параметров автоматического управления движением корабля не выполняется условие $0.5B" \le 0.5Ш - D_{бзп}$, то в данных обстоятельствах НБП корабля с заданной вероятностью не обеспечивается**.**

Расчёты параметров НБП

Расчёт параметров НБП включает определение безопасного расстояния до НО $D_{бзп}$, радиуса фигуры безопасности и расстояния предупреждения об опасности по курсу корабля.

Безопасное расстояние $D_{бзп}$ можно на основании результатов главы 7 рассчитать по формуле

$$D_{бзп} = m^{\wedge}_{D} + D', \qquad (8.2.4)$$

где $m^{\wedge}_D$ – предельная с заданной вероятностью P’ погрешность определения расстояния D от корабля (или от линии пути) до НО; D’– принятый запас расстояния D. Величина $m^{\wedge}_D$ определяется в соответствии с теоремой об СКП суммы [31] погрешностями места корабля и положения границ НО по формуле

$$m^{\wedge}_D = (m^{\wedge\,2}_{МК} + m^{\wedge\,2}_{ПО})^{0,5}, \qquad (8.2.5)$$

где $m^{\wedge}_{МК}$ и $m^{\wedge}_{ПО}$ – предельные с заданной вероятностью погрешности места корабля и положения границ НО по направлению оси 0*z*, соединяющей корабль и НО. Для облегчения вычислений и сохранения корректности результатов примем, в соответствии с (7.4.4), $m_{МК}=M_{ОМ}$, где $M_{ОМ}$ – радиальная СКП обсервованного места.

Предельную погрешность $m^{\wedge}_{МК}$ определяют неодинаково при плавании по непрерывным обсервациям и по счислению. В первом случае можно принять с учётом смены знака коэффициента корреляции в течение суток

графика

$$m^{\wedge}_{МК} = К_{Р1q}(Р_{зд})К^{*}_{hmq}(Р_{дв})M_{ОМ} =$$
$$= К_{Р1q}(Р_{зд})К^{*}_{hmq}(Р_{дв})(m^2_{Ш} + m^2_{Д})^{0,5}, \qquad (8.2.6)$$

где $К_{Р1q}(Р_{зд})$ – коэффициент предельного перехода от СКП к предельной погрешности одномерной случайной величины для *q*-го ЗР погрешностей используемых НП; q=(Л или Г) – общий символ ЗР применительно к GPS; $К^{*}_{hmq}(Р_{дв})$ – коэффициент верхней доверительной границы для СКП, который для GPS можно принять равным 1; $m_Ш$ и $m_Д$ – СКП определения широты и долготы, имеющие одинаковую размерность.

В случае использования счислимых координат, поступающих в ЭНИС из НК, формула (4) приобретает вид

$$m^{\wedge}_{МК} = [(К_{Р1Ш}(Р_{зд})К^{*}_{hmШ}(Р_{дв})m_Ш)^2 +$$
$$+ (К_{Р1Д}(Р_{зд})К^{*}_{hmД}(Р_{дв})m_Д)^2]^{0,5}, \qquad (8.2.7)$$

где нижние индексы «Ш» и «Д» при коэффициентах обозначают ЗР погрешностей выработки широты и долготы, как правило, неодинаковые в каналах широты и долготы.

СКП положения границы опасности $m_{ПО}$ рассчитывают двумя способами в зависимости от вида НО, которая может представлять собой опасную изобату (опасное значение глубины), или ограждающую линию.

а) Если НО представляет собой опасную глубину или изобату, то СКП $m_{ПО}$ рассчитывают по следующей формуле, полученной преобразованием соответствующего выражения работы [77]

$$m_{ПО} = [m^2_{пл}+m^2_{Н1}+m^2_{УМ}+m^2_{ОС}]^{0.5}, \qquad (8.2.8, а)$$

где $m_{Н1}=18{,}5l m_H$; $m_{УМ}=6{,}5lR$; $m_{ОС}=11.1l\Delta_T$; $m_{пл}=C/1000$, м -- плановая СКП положения отметок глубин и изобат по произвольному направлению (которая принимается равной 1 мм в масштабе карты); m_H – СКП измерения глубины при промерных работах (инструментальная СКП $m_H=0.005H$ эхолота при измерении малых глубин, или квадратичная сумма инструментальной СКП и СКП, обусловленной отклонением скорости звука в воде от расчётного значения – при измерении больших глубин);

$m_{УМ}$ -- СКО колебаний уроыня моря относительно расчётной величины, например, нуля порта или уровня моря, который был принят при промерных работах; R – размах колебаний уровня моря относительно расчётной величины; $m_{ОС}$ -- СКО колебаний осадки судна относительно учитываемой величины; Δ_T -- величина возможного изменения осадки судна с учетом килевой качки, крена судна от ветра и на циркуляции, проседания судна на мелководье, изменения водоизмещения судна, м; l - расстояние между 10 и 20-метровыми изобатами (или любой парой изобат, соответствующих осадке корабля и отличающихся на 10 м) вдоль оси 0z или линии кратчайшего сближения корабля с опасностью, кбт.

Рассчитаем для сопоставления влияния разных факторов на СКП $m_{ПО}$ значения составляющих СКП в (8.2.8, а) для l =10 кбт и реальных значений величин m_H=0,2 м, R=1 м, Δ_T=1 м. Эти величины равны $m_{Н1}$=37 м; $m_{УМ}$=65 м; $m_{ОС}$=111 м. Они могут быть значительно больше в

мелководных районах, омывающих равнинную сушу, когда величина l может существенно превышать 10 кбт, и эти величины могут быть значительно меньше в районах с крутыми берегами. Плановая СКП при C =100 000 равна $m_{пл}$=100 м, а при C=10 000 значение $m_{пл}$=10 м Наименьшее влияние на СКП $m_{ПО}$ при $C \geq 50000$ оказывают в общем случае погрешности измерения глубины, наибольшее влияние – погрешности в учитываемой осадке судна, особенно при подходе к берегу в шторм в условиях значительной килевой качки и соотношении длины волн к длине судна, равном примерно четырём. В таком случае осадка судна может увеличиться примерно на 1/3 высоты волны и на $1/2 \div 3/4$ высоты надводной части борта в районе бака. Осадка корабля не меняется так значительно, как у торгового судна, но штормовые условия влияют так же.

Учитывая некоторую трудоёмкость определения СКП $m_{ПО}$ в мелководных районах, можно рекомендовать вычислить эту величину заранее для часто посещаемых портов и типовых условий плавания. При этом необходимо учитывать, что в программах ЭНИС расстояние до опасной изобаты определяется на карте самого крупного масштаба из имеющихся в базе данных. В случаях, когда глубина опасной изобаты превышает осадку корабля настолько, что в конкретных условиях плавания можно пренебречь членами $m_{Н1}$, $m_{УМ}$ и $m_{ОС}$ в (8.2.8, а), то СКП положения границ опасности определяется только плановой СКП

$$m_{ПО} = m_{пл}. \qquad (8.2.8, б)$$

Следовательно, правильный выбор опасной изобаты, когда к этому есть возможность, позволяет существенно упростить расчёты показателей НБП. По-видимому, такую же роль могут сыграть и правильно рассчитанные и проложенные ограничивающие опасности линии.

б) Если граница НО представляет собой ограничивающую линию, то:

- принимают $m_{ПО}=m_{гр}\sqrt{2}$, когда ограничивающую линию прокладывают по координатам её точек;
- рассчитывают с учётом СКП $m_{гр}$ по формуле

$$m'_{ПО} = [m^2_{гр}+m^2_{ПО\,(8)}]^{0,5}, \qquad (8.2.9)$$

если ограничивающую линию прокладывают относительно границы опасности, например, по касательной к ней. Здесь $m_{ПО(8)}$ – СКП, рассчитанная по (8.2.8). В общем случае значения СКП $m_{ПО}$ в сторону правого и левого бортов могут быть не одинаковы $m_{ПОП} \neq m_{ПОЛ}$ за счёт разных величин $l_П$ и $l_Л$ Такой проход между НО или фарватер является несимметричным.

Принятый запас расстояния D’ между кораблём и НО является вторым элементом в формуле (8.2.4) для безопасного расстояния $D_{бзп}$. Величину D’ в общем случае определяют как сумму составляющих:

$$D' = \Delta_{РД}+\Delta_{РС}+0{,}5B''+\Delta_{БЭ}+\Delta_{БВЦ}, \qquad (8.2.10)$$

где $\Delta_{РД}$ – запас расстояния, установленный руководящими документами (например, $\Delta_{РД}$=5 миль при движении мимо территориальных вод иностранных государств), или принятый командиром корабля; если принять $\Delta_{РД}=0.5m_D$, то будут в значительной мере скомпенсированы неточности знания закона распределения погрешностей, доверительных границ и т. п.; $\Delta_{РС}$ – запас расстояния для расхождения со встречным судном (рассматривается ниже); B'' – полуширина полосы воды, занимаемой судном; $\Delta_{БЭ}$ – запас расстояния для исключения «берегового эффекта» -- притягивания корпуса движущегося судна близким берегом (проявляется на расстоянии до $(2 \div 6)B$ в зависимости от скорости судна); $\Delta_{БВЦ}$ – запас расстояния на боковой выбег корпуса корабля на циркуляции в сторону, обратную стороне кладки руля, который при крутых поворотах достигает 10% радиуса циркуляции.

Величину D’ рассчитывают для двух вариантов условий. Первый вариант возникает при плавании вблизи НО не в стеснённых условиях, когда имеется место для достаточно широкого манёвра корабля. В этом случае $D'=\Delta_{РД}+\Delta_{РС}$, а $\Delta_{РС}=2 \div 3$ мили, что обеспечивает возможность расхождения с судном, пересекающим наш курс справа по носу. Второй вариант имеет место при плавании в узкостях при сильно ограниченной

свободе манёвра. В этом варианте, как правило, $D' = \Delta_{РС} + B'' + \Delta_{БЭ} + \Delta_{ББЦ}$, а $\Delta_{РС} = B_1 + B_2 + E$, где B_1 и B_2 – наибольшая ширина своего и встречного судов; $E = 6B_1$ – расстояние «присасывания». Это обеспечивает возможность расхождения с судном, идущим прямо или почти прямо нам навстречу.

Расчёты показателей НБП, вводимых в ЭНИС, включают следующие.

Радиус R фигуры безопасности рекомендуется выбирать для одного из двух вариантов решения задачи НБП. В первом варианте от отдельных j-х участков границ НО, характеризуемых СКП $m_{ПО\ j}$, вдоль узкости, канала или фарватера откладывают рассчитанные, как показано выше, отрезки, равные $D_{бз\ j}$ в масштабе карты или планшета. Точки, соединяющие концы отрезков по каждой стороне узкости, образуют границы полосы маневрирования. При нахождении корабля в любой точке этой полосы обеспечиваемая вероятность НБП не становится меньше заданной величины. Радиус ФБ в этом случае принимают $R_{ФБ}=0$ (или небольшой упреждающей величине). ЭНИС выдаёт сигнал тревоги при касании точки Ц корабля границы полосы маневрирования.

Во втором варианте решения задачи НБП полосу маневрирования не строят, а принимают $R_{ФБ}=D_{бзп}$. ЭНИС вырабатывает сигнал тревоги в момент касания ФБ границы НО. Преимущество первого варианта состоит в возможности учёта несимметричности узкости (в смысле НБП) и в наглядности представления обстановки на дисплее.

Расстояние $D_{ПК}$ предупреждения о наличии НО впереди по курсу рекомендуется устанавливать в ЭНИС для решения нескольких частных задач:

- измерения расстояния до ближайшей НО, находящейся впереди по курсу, путём увеличения расстояния $D_{ПК}$ до выдачи сигнала тревоги;
- проверки отсутствия НО впереди по курсу на определенном расстоянии S или на некоторое время t, например, продолжительность вахты; при этом $D_{ПК}=S$, или $D_{ПК}=Vt$, где V – скорость корабля;
- предупреждения о подходе к НО на заданное расстояние D'; при этом может быть $D_{ПК}=D'$; $D_{ПК}=D'+D_{бзл}$; $D_{ПК}=D'+S_{ТП}$, и т. д. Здесь $S_{ТП}$ – длина тормозного пути корабля, определяемая с учётом времени анализа обстановки.

8.3 Обработка совокупности навигационных параметров

Объединение двух навигационных параметров

Оптимальная или квазиоптимальная обработка навигационной информации производится при наличии избыточной информации, которую можно условно подразделить на избыточность по количеству информации (например, число ЛП при определении места корабля превышает количество неизвестных величин) и избыточность по времени поступления информации (точность НП повышается за счет сглаживания или фильтрации). Условность такого подхода объясняется тем, что оба вида избыточности глубоко пересекаются. Однако, это подразделение обеспечивает удобство анализа и возможность последовательного применения методов использования избыточности по количеству и по времени поступления информации.

При реализации избыточности по количеству информации решаются две основные задачи: отыскание средневзвешенного значения НП, в т. ч координаты места корабля, или *объединение* нескольких (n) НП, и определение дифференциальных (разностных) поправок менее точных НП по более точным. Разновидностью первой задачи является определение вероятнейшего места корабля по n>2 ЛП. Теория и практика решения этих задач составляет содержание навигации, поэтому в данной книге в основном производится анализ точности средневзвешенных значений НП и координат места корабля. Задача объединения n НП по необходимости решается лишь в случаях, для которых в навигации нет качественных способов решения.

Выполнение большинства из задач оптимизации навигации осуществляется автоматически в НВС, и этоеще более повышает важность анализа точности и порождает задачу определения качества автоматического решения задач оптимизации.

Объединение двух значений НП с оценкой точности

Объединение двух НП, например, показаний гироскопического и магнитного компасов, расстояний, пройденных кораблём по лагу и числу оборотов винтов, счислимых и обсервованных координат и мест корабля, производят с целью повышения точности параметра и уменьшения энтропии путем обнаружения грубых погрешностей. Значение этой задачи определяется и тем, что на ней основано решение других навигационных задач оптимизации, например, фильтрации навигационной информации, а выводы об эффективности объединения двух НП и мест корабля остаются справедливыми и при n>2 НП. Задача получения объединенного (усредненного, средневзвешенного, вероятнейшего) значения x* по нескольким (n) измеренным значениям x_i при априорно известных значениях СКП m_i и коэффициентов корреляции погрешностей r_{ij} решается под условием метода наименьших квадратов.

При многократных неравноточных коррелированных измерениях одной и той же величины X уравнения поправок имеют вид в индексной и матричной форме соответственно:

$$x_i+l_i=V_i;\ \ \mathbf{V}=\mathbf{A}x+\mathbf{z},$$

где $\mathbf{z} = [x_1\ x_2...x_n]^T$, $\mathbf{A} = [1\ 1...1]^T$ – векторы-столбцы результатов измерений **z** и коэффициентов уравнений **A**.Нормальное уравнение

$$\mathbf{A^TCA}x^* - \mathbf{A^TCz=0,} \qquad (8.3.1)$$

где **C** - матрица размера nxn коэффициентов квадратичной формы, связанная с ковариационной матрицей погрешностей измерений **R** (размера nxn) выражением выражением **C=**[ad**R**], где [ad**R**] – присоединенная матрица, образованная из алгебраических дополнений ковариационной матрицы **R.** Алгебраическим дополнением ad_{ij} элемента R_{ij} матрицы **R** называют минор N_{ij} элемента R_{ij}, умноженный на $(-1)^{i+j}$. Минором элемента R_{ij} называют определитель (n-1)-го порядка матрицы **R**, из которого вычеркнуты i-я строка и j-ый столбец.

Для случая n=2 (рассматриваются случайные величины $X^*=X_1+X_2$) матрицы имеют вид:

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix} m_1^2 & rm_1m_2 \\ rm_1m_2 & m_2^2 \end{bmatrix}\ \mathbf{r}=\begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix};\ \mathbf{C}=\begin{bmatrix} m_2^2 & -r/m_1m_2 \\ -r/m_1m_2 & m_1^2 \end{bmatrix}.$$

Решением уравнения (8.3.1) при n=2 являются:

$$\mathbf{A^TCA}=C_{11}+C_{12}+C_{21}+C_{22}=\Sigma_C;$$
$$\mathbf{A^TCZ}=(C_{11}+C_{21})x_1+(C_{12}+C_{22})x_2=\sum_1^n \{C\}_j x_i;$$

где Σ_C - сумма всех элементов матрицы квадратичной формы; $\{C\}_j$ - сумма элементов j-го столбца; $\{C\}_j=\sum_1^m C_{ij}$; m - количество строк.

Перепишем (8.3.1) с учетом полученных результатов для роизвольного числа n

$$\sum_C x^* - \sum_1^m \{C\}_j x_i=0.$$

Отсюда

$$x^*=\sum_1^n \{C\}_j x_j / \sum_c = \sum_1^n W_j x_j;\ \ W_j = \{C\}_j / \sum_c \qquad (8.3.2)$$

где W_j – коэффициент весовой функции.

Для частного случая двух измерений представим результат в виде весовой функции:

$$x^*=x_1+W(x_2-x_1);\ \ m_{x^*}=\mu m_1; \qquad (8.3.3)$$

где $W=(1-\Lambda r)/Б$; $\mu=\Lambda\sqrt{(1-r^2)/Б}$; $Б=(\Lambda^2-2\Lambda r+1)$; $\Lambda=m_2/m_1$; $m_2>m_1$.

Выражение для коэффициента эффективности μ получено применением к весовой функции $x^*=\sum_{j=1}^n W_j x_j$ теоремы об СКП функции, что для общего случая n измерений дает

$$m^2_{x^{*2}} = \sum_{j=1}^{n} W_j^2 m_j^2 + 2\sum_{k<j} r_{Kj} W_j m_k m_j, \qquad (8.3.4)$$

где n=m – число столбцов и строк матрицы **C**.В частном случае диагональной матрицы **R** (независимых измерений) получаем тривиальные выражения:

$$x^*=\frac{\sum p_i x_i}{\sum_P};\ m_{x^*}=\frac{1}{\sqrt{\sum_P}};\quad \sum_P=\sum_1^m p_j;\ \ p_1=\frac{1}{m_1^2}.$$

При двух независимых измерениях $W=1/(\Lambda^2+1)$; $\mu=\Lambda\sqrt{\frac{1}{\Lambda^2+1}}$.

Если погрешности случайных величин X_1 и X_2 подчиняются закону, отличающемуся от нормального, то в соответствии с разд. 2.3 эффективность объединения становится меньше, что может быть учтено с помощью коэффициента закона распределения K_q по формуле $\mu_{пзр}=K_q\mu$, где μ - величина, полученная по (8.3.3).

Вследствие малости коэффициента K_q для закона Лапласа (и тем более закона М-распределения) при практических расчетах можно принять в этом случае $K_q=1$. При законах равномерного распределения и гармонической функции коэффициент K_q необходимо учитывать.

Решение задачи объединения мест корабля при ручной обработке практически не отличается от объединения НП. Разница состоит в том, что вместо разности x_2-x_1, рассматриваемой в (8.3.3), здесь используют невязку или расхождение объединяемых мест.

По (8.3.3) рассчитана табл. 11 приложения и более подробная табл. 3.2.1 МВР-96 [94]. В табл. 8.3.1 приведены значения выигрыша в точности, доставляемого объединением двух значений НП, который рассчитан по формуле

$$ВТ=100(1-\mu),\ \%. \qquad (8.3.5)$$

Таблица 8.3.1

Выигрыш в точности при усреднении двух значений, проценты

Λ	Коэффициент корреляции								
	0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	0,2	0,4	0,6	0,8
1,0	29	37	45	55	68	22	16	11	5
1,5	17	25	35	46	62	10	4	0	2
2,0	11	19	29	41	58	4	1	1	1
3,0	5	12	22	35	53	1	0	5	21
5,0	2	7	18	29	47	0	2	11	29
7,0	1	6	14	27	46	1	4	13	33

Приведенный в табл. 11 приложения и в табл. 3.2.2 [94] приложения А коэффициент η служит для проверки разности величин x_2-x_1 на отсутствие грубой погрешности по условию $|x_1-x_2|\leq\eta m_1$, при нарушении которого вероятность присутствия грубой погрешности превышает 0,95, а остальные 0,05 составляет возможность естественного превышения погрешностями уровня η.

Отрицательная корреляция погрешностей в навигации чаще всего возникает при обработке системы ЛП, когда проекции градиентов ЛП на ось, относительно которой производится обработка, направлены в противоположные стороны. В этом случае общие погрешности двух проекций хорошо компенсируют друг-друга. Такой же вариант возникает при отрицательной корреляции погрешностей выработки широты и долготы двух или трех ИНС в составе НК.

Анализ табл. 8.3.1.1 позволяет сделать следующие выводы в рамках метода наименьших квадратов [94], согласно которому точность объединенного значения не может быть хуже точности любого из объединяемых значений.

1. В случае некоррелированных измерений (r=0) наибольшая эффективность (ВТ=*max*) имеет место при равноточных измерениях (Λ=1).

2. При положительной корреляции погрешностей величин X_1 и X_2 эффективность объединения измеренных значений x_1 и x_2:

- ниже, чем при r=0. Например, направленные в одну сторону проекции общих погрешностей при обработке двух ЛП не компенсируются, выигрыш обусловлен только элиминацией частных случайных составляющих погрешностей ЛП);
- с ростом r вначале уменьшается, а затем возрастает при всех Λ;
- при $\Lambda>3$ и $r<0,4$ (или при $\Lambda r\approx 1$) объединение значений практически неэффективно и по этой причине нецелесообразно.

3. В случае отрицательной корреляции эффективность объединения:

- выше, чем при r=0;
- с ростом r возрастает и достигает весьма высокого уровня;
- объединение значений малоэффективно при $\Lambda>4$ и отрицательном $|r|<0,2$ (имеет место то же условие $\Lambda r\approx 1$).

Эффективность объединения при значительной энтропии

Рассмотрим вопрос об эффективности объединенного значения X^* с позиций возможной неопределенности и повышенной энтропии исходных показателей точности m_1, m_2 и r величин X_1 и X_2. Эти показатели принимаются в расчеты по априорным данным, которые во многих случаях определяются по материалам государственных испытаний МСН. В главе 6 показано, что используемые в течение последних десятилетий и в настоящее время методики испытаний позволяют принять на снабжение МСН, точность которых до 2,4 и 3,5 раз хуже, чем требует ТТЗ, и не позволяют определить реальные показатели точности. А когда эти показатели всё-таки определяются, их не включают в документы типа ПШС. Кроме того, в ряде случаев ненаблюдаемая изменчивость условий измерений приводит к тому, что СКП находится в некотором диапазоне значений, и уточнить её величину практически невозможно (см., например, рис. 2.1.1).

Для анализа влияния энтропии исходных данных на результаты объединения двух значений НП применим к (8.3.3) теорему об СКП функции (3.2.1) и в результате получим выражение для коэффициента $\mu_П$, определяющего СКП $m_П=\mu_П m_1$ любой (произвольной) точки, расположенной внутри или вблизи отрезка x_1x_2 (рис. 8.3.1)

$$\mu_П=[(1-W_П)^2+W^2_П\Lambda^2+2r(1-W_П)W_П\Lambda]^{0,5}, \qquad (8.3.6)$$

где $W_П$ - произвольное значение весового коэффициента в (8.3.3), определяющее положение произвольной точки $x_П$ на оси 0x относительно точки x_1. Решение (8.3.5) по отношению к $W_П$ для величины ($\mu_П$-Δ) позволяет получить диапазон Δx, в пределах которого выигрыш уменьшается на заданную величину Δ. Особенный интерес представляют два диапазона: Δx_5, в пределах которого потеря выигрыша не превосходит 5% и может считаться пренебрежимо малой, и Δx_{100}, внутри которого хотя бы не будет потери точности по сравнению с точностью значения x_1. Графики, иллюстрирующие зависимость эффективности усреднения, характеризуемой коэффициентом $\mu_П$, от положения точки $x_П$, приведены на рис.8.3.1,а) - для равноточных независимых измерений и б) - для коррелированных (r=±0,8) неравноточных измерений (Λ=5).

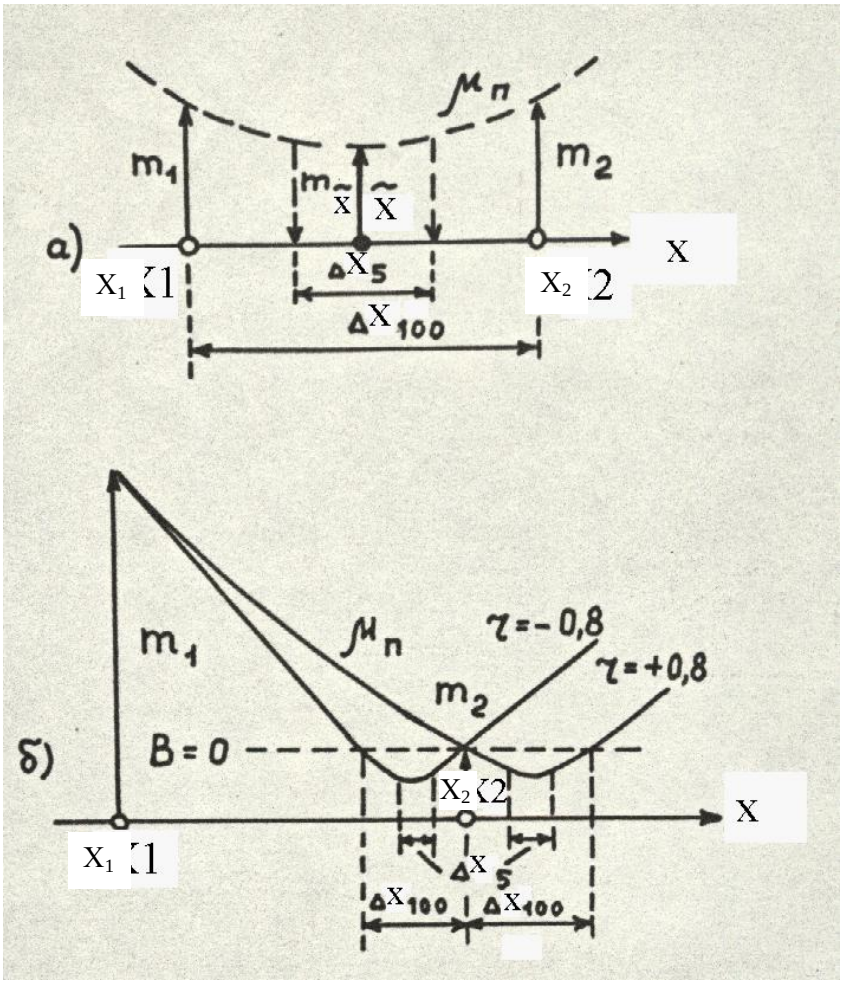


Рис.9.1.1. Эффективность усреднения для произвольной точки

{На а) вместо x~ поставить «x*». На б) провестисплошную линию от правого кружка на оси x вверх до стрелки, «X2» заменить на «m_2», «Δ^x» заменить на «Δx» }

Значения потери эффективности Δ в зависимости от коэффициента r, отношения Λ и смещения точки $x_П$, характеризуемого отношением $W_П/W$, приведены в [94, табл. 3.2.4]. Анализ данных этой таблицы позволяет сделать следующие выводы:

1. Во всех случаях потеря выигрыша увеличивается с возрастанием ошибок в весовом коэффициенте W (чем более отношение $W_П/W=k$ отличается от 1, тем хуже).

2. При некоррелированных погрешностях измерений возможная потеря выигрыша уменьшается с ростом отношения СКП Λ. Для того, чтобы потеря выигрыша не превысила 5%, точность расчета весового коэффициента должна быть достаточно высокой (k в пределах 0,7-1,3).

3. В случае положительно коррелированных измерений требования к точности расчета весового коэффициента несколько ниже, достаточно обеспечить k в пределах 0,6-1,4.

4. При независимых и положительно коррелированных измерениях практически (при Λ<4 и даже Λ<10) невозможно ухудшение точности усредненного значения по сравнению с более точным значением x_1 (невозможно 100%-ное ухудшение точности) В этом случае метод наименьших квадратов практически не допускает ухудшения точности при любой степени неадекватности исходных данных (допускается лишь некоторая потеря возможного выигрыша)..

5. В случае отрицательно коррелированных погрешностей при k, значительно отличающемся от 1, возможно 100%-ное (и более) ухудшение точности объединенного значения. Для обеспечения потери выигрыша Δ<5% не допускается почти никакая неопределенность в исходных данных, т. к. должно быть k в пределах 0,95-1,05.

Обратим внимание на то, что такой же отрицательный эффект, как неопределенность исходных данных, дают и некоторые приближенные способы решения задач оптимизации, например, необоснованное пренебрежение коэффициентом корреляции и/или необоснованное предположение о равноточности объединяемых НП.

Допустимое в среднем отличие Δ_W коэффициента $W_П$ от W, проценты, и допустимое отличие СКП от истинного (разы, в скобках) для заданной потери выигрыша и вида корреляции погрешностей приведены в табл. 8.3.2

Таблтца 8.3.2

Допустимое отличие Δ_W коэффициента $W_П$ от W, проценты, и допустимое отличие СКП от истинного (разы в скобках)

Корреляция	Заданная потеря выигрыша, %				
	5	10	30	50	100
Положительная	55 (1,4)	80 (1,5)	--	--	--
Отсутствует	30 (1,3)	40 (1,4)	80 (1,6)	--	--

Отрицательная	5 (1,1)	10 (1,2)	25 (1,6)	35 (1,8)	55 (2,5)

Обратившись к табл. 11 приложения, можно увидеть, что при отрицательной корреляции погрешностей и $|r| \le 0{,}5$ уровень Δ_W=5% будет в среднем превзойден приблизительно при ошибке в определении СКП m (степени неадекватности СКП) в 1,1 раза (число в скобках в табл. 8.3.2). Остальные значения в скобках имеют этот же смысл для других условий. Там, где этих значений нет, соответствующая ситуация невозможна. Неопределенность коэффициента корреляции ощутимо проявляется только при отрицательной корреляции, когда уровень Δ_W=5% может быть превзойден, если вместо r=-0,2 будет принят r=-0,6, или наоборот, а уровень Δ_W =10% — если вместо r=-0,2 будет принят r=-0,8, или наоборот. Эти результаты можно представить, как требования МНК к допустимой степени неадекватности исходных данных. Сформулируем эти требования.

а) Погрешность определения СКП не должна превышать 10% от величины СКП (1,1 раза) при коррелированных погрешностях, или 30% (1,3 раза) при некоррелированных погрешностях. Следовательно, при экспериментальном определении СКП верхняя доверительная граница для СКП должна находиться в соотношении с оценкой СКП $m_h/m \sim \le 1{,}1$ (или 1,3). Для этого соотношения и доверительной вероятности $P_{дв}$=0,95 выбираем из табл. 8 приложения количество независимых измерений для получения оценки СКП с такой точностью, равное n=200 (или 30 при некоррелированных измерениях).

б) При изучении погрешностей НП условия измерений должны подразделяться на градации таким образом, чтобы СКП в градациях различались не более, чем в 1,4 раза при положительно коррелированных парах НП (например, применительно к РНС), в 1,3 раза при некоррелированных и в 1,1 раза при отрицательно коррелированных (например, применительно к ИНС). Если такие требования к точности определения и к градациям условий для СКП кажутся слишком жесткими, нужно увеличить заданную потерю выигрыша, например, до 10%. Источником неопределенности для МНК, кроме оценок СКП и

коэффициента корреляции, является закон распределения погрешностей. Этот вопрос рассмотрен в главе 2.

Подобный анализ несколько более сложным образом производится и для фигуры погрешностей, образованной несколькими ЛП. На рис.8.3.2 приведены для примера три треугольника погрешностей, образованных пересечением равноточных ЛП, и в них - замкнутые линии равной потери выигрыша (пунктирные для случая направления градиентов ЛП в пределах угла 180°, что обозначено в виде $\bar{g} \subset 180^o$, сплошные ($\bar{g} \subset 360^o$) - в пределах 360°).

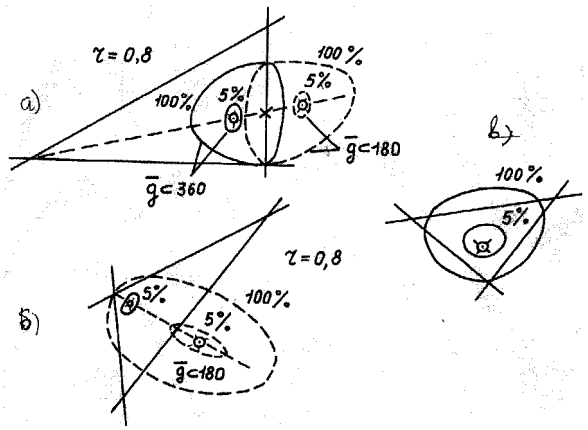


Рис. 9.1.2. Фигуры равной потери выигрыша в треугольниках погрешности

Рис. 8.3.2. Фигуры равной потери выигрыша в треугольниках погрешностей

Вероятнейшие места (ВМ) обозначены кружками с точками. Видно, что области 5%-ной потери выигрыша занимают небольшую площадь вокруг вероятнейших мест (ВМ). Поэтому при приближенных расчетах вероятнейшего места, когда его оценка легко может выйти за пределы области 5% или 10%-ной потери выигрыша, результаты оценки радиальной СКП $M_{ВМ}$ должны умножаться на дополнительный коэффициент потери выигрыша $K_{ПВ}$=(1,05 или 1,1). Из рис. 8.3.2 видно также, что с точки зрения 100%-ной потери выигрыша в случае приближенных расчетов "опасными" являются тупоугольные треугольники.

Объединение трех измерений навигационных параметров

Общий случай решения. Задача объединения показаний трех датчиков навигационной информации, т. е. трех значений x_1, x_2 и x_3 одного и того же НП X состоит в нахождении средневзвешенного, или вероятнейшего значения x* по трем измеренным значениям. Примером являются НП, вырабатываемые тремя ИНС, или двумя ИНС и системой счисления в составе НК. Задача объединения трех значений НП особенно важна для случаев работы НК в нештатном режиме, когда объединение показаний датчиков информации приходится производить вручную. Кроме того, значительный научный интерес представляет анализ эффективности объединения.

В теории метода наименьших квадратов задача объединения трех значений НП решена, и имеются соответствующие алгоритмы и программы. Однако используемые в навигации способы ручного решения этой задачи относятся к частным случаям некоррелированных погрешностей объединяемых значений НП, когда коэффициенты корреляции $r_{ij}=0$ [53], или равноточных одинаково (по модулю) коррелированных НП [94].

Решим задачу объединения трёх значений НП для общего и наиболее важных частных случаев и придадим решению удобную табличную форму для практического применения. Объединение производится под условием метода наименьших квадратов, приводящим к нормальному уравнению (8.3.1), решением которого является (8.3.2)-(8.3.4). При n=3 измерениях одного НП, например, широты на выходах трёх ИНС, ковариационная матрица размера 3×3 имеет вид

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix} m_1^2 & r_{12}m_1m_2 & r_{13}m_1m_3 \\ r_{12}m_1m_2 & m_2^2 & r_{23}m_2m_3 \\ r_{13}m_1m_3 & r_{23}m_2m_3 & m_3^2 \end{bmatrix}. \qquad (8.3.7)$$

Элементы матрицы **C** коэффициентов квадратичной формы, равной **C**=[ad**R**], приведены в табл. 8.3.3. Здесь принято $\Lambda_2 = m_2 / m_1$; $\Lambda_3 = m_3 / m_1$.

Таблица 8.3.3

Элементы C_{ij} матрицы квадратичной формы

Номер строки	Номер столбца матрицы		
	1	2	3
	Общий вид матрицы		
1	$\Lambda_2^2\Lambda_3^2\ 1-r_{23}^2$	$-\left[\Lambda_2^2\Lambda_3^2\ r_{12}-r\right.$	$\Lambda_2^2\Lambda_3\ r_{12}r_{23}-r_1$
2	$-\left[\Lambda_2\Lambda_3^2\ r_{12}-r\right.$	$\Lambda_3^2\ 1-r_{13}^2$	$-\left[\Lambda_2\Lambda_3\ r_{23}-r\right.$
3	$\Lambda_2^2\Lambda_3\ r_{12}r_{23}-r_1$	$-\left[\Lambda_2\Lambda_3\ r_{23}-r\right.$	$\Lambda_2^2\Lambda_3^2\ 1-r_{12}^2$
Вариант 1 ($m_1=m_2=m_3$;$r_{12}\neq r_{13}\neq r_{23}$)			
1	$1-r^2_{23}$	$-(r_{12}-r_{13}r_{23})$	$r_{12}r_{23}-r_{13}$
2	$-(r_{12}-r_{13}r_{23})$	$1-r^2_{13}$	$-(r_{23}-r_{12}r_{13})$
3	$r_{12}r_{23}-r_{13}$	$-(r_{23}-r_{12}r_{13})$	$1-r^2_{12}$
Вариант 2 ($r_{ij}=const=r$; $\Lambda_2=m_2/m_1$ $\Lambda_3=m_3/m_1$)			
1	$1+r$	$-r/\Lambda_2$	$-r/\Lambda_3$
2	$-r/\Lambda_2$	$(1+r)/\Lambda^2_2$	$-r/\Lambda_2\Lambda_3$
3	$-r/\Lambda_3$	$-r/\Lambda_2\Lambda_3$	$(1+r)/\Lambda^2_3$
Вариант 3 ($m_1=m_2=m$; $m_3\neq m$; $r_{12}=r$; $r_{13}=r_{23}=0$)			
1	1	r	0
2	r	1	0
3	0	0	$(1-r^2)/\Lambda^2_3$

В общем случае неравноточных неодинаково коррелированных показаний (значений) x_1, x_2 и x_3 НП X объединенное значение и его СКП рассчитывают по формулам:

$$x^*=W_1x_1+W_2x_2+W_3x_3; \qquad (8.3.8)$$

$$m_{x^*}=m_1(W^2_1+W^2_2\Lambda^2_2+W^2_3\Lambda^2_3+2r_{12}W_2\Lambda_3+2r_{13}W_3\Lambda_3+2r_{23}W_2W_3\Lambda_2\Lambda_3)^{0,5}=\mu m_1, \qquad (8.3.9)$$

где весовой коэффициент W_j равен сумме $\{C_i\}_j$ элементов j-го столбца

матрицы квадратичной формы, поделенной на сумму всех элементов матрицы:

$$W_j = \{C_i\}_j/\Sigma_C; \quad \Sigma_C=\{C_i\}_1+\{C_i\}_2+\{C_i\}_3 \qquad (8.3.10)$$

Несмотря на то, что выражения (8.3.8 – 10), образующие общий способ объединения трех значений НП, приведены к наиболее простому виду, вычисления по ним достаточно сложны. Однако, применительно к НК априорные значения коэффициентов корреляции r_{ij} погрешностей НП действуют в течение всего похода, а значения СКП обновляются не чаще одного раза в сутки, поэтому расчеты по (8.3.9 и 10) выполняются раз в одни или несколько суток, вычисления же по (8.3.8) на текущий момент состоят всего лишь из пяти арифметических действий. Тем не менее, попробуем упростить решение применительно к трём ИНС в составе НК.

Первый вариант объединения трёх показаний НП (показаний ИНС в составе НК). Рассмотрим изменение по суткам СКО погрешностей координат, вырабатывемых тремя ИНС в составе одного из НК-В, в условных единицах:

широта

ИНС-1	98	118	109	97	67	93	63	89	**93,4**
ИНС-2	98	56	84	58	106	94	60	108	**85,6**
ИНС-3	104	119	140	89	102	88	85	114	**103,6**

Долгота

ИНС-1	174	118	271	130	138	176	206	192	**166,4**
ИНС-2	138	164	251	189	131	111	184	167	**171,7**
ИНС-3	249	229	219	274	307	203	264	256	**252,0**

В последних графах приведены общие СКО за 8 суток. Проверим, является ли существенным различие этих СКО по критерию Фишера (табл. 12 приложения). Количество независимых измерений по каждому НП $N=8\tau_K=40$, где $\tau_K=5$ ч – интервал корреляции погрешностей. Критерий Фишера для $P_{дв}=0,95$ $F_{40}=1,76$, а отношение наиболее различающихся СКО равны $f_Ш=103/86=1,2$; $f_Д=252/166=1,51$. Так как в обоих случаях $f_j<F$, то нет оснований считать СКО одноименных погрешностей ИНС различающимися (с довольно большим запасом).

Статистическое изучение коэффициента корреляции r_{ij} погрешностей одноименных НП на выходе ИНС показало, что его

значение находится в пределах от -0,5 до 0,6. Это хорошо соответствует результатам разд. 5.2, согласно которому в среднем за сутки коэффициент корреляции близок нулю, но в произвольный момент времени может иметь большие положительные и отрицательные значения.

Следовательно, типичным вариантом задачи объединения показаний трёх ИНС является $m_1=m_2=m_3=m$; $r_{ij} \neq const$. Выделим в этом варианте (имеющим беконечное колмчество разновидностей) два вероятных случая.

Первый случай возникает при одинаково (по модулю) коррелированных ($|r_{ij}|=const=r$) равноточных измерений ($m_1=m_2=m_3=m$), два из которых имеют положительную взаимную корреляцию $r_{12}=r$, а третий - отрицательную с двумя первыми $r_{13}=r_{23}=-r$. Элементы матрицы **C** для этого случая приведены во втором разделе табл. 8.3.2.

Задача может быть решена двумя способами:

а) величина x* рассчитывается как средневзвешенное значение по (8.3.8 – 10), при этом отрицательно коррелированному значению приписывается номер 3, и коэффициенты весовой функции равны $W_2=W_1$; $W_3=1-2W_1$; величина W1 приведена в табл. 8.3.3.

б) величина x* рассчитывается как среднеарифметическое значение с весовыми коэффициентами $W_1=W_2=W_3=0,333$.

Величины, необходимые для анализа точности и расчетов, полученные по (8.3.8 – 10), приведены в табл. 8.3.4.

Таблица 8.3.4

Коэффициенты весовой функции W_2, W_3 и эффективности μ первого варианта

Пара-метр	Средневзвешенное значение				Среднеарифметическое значение			
	r=0	r=0,2	r=0,5	r=0,8	r=0	r=0,2	r=0,5	r=0,8
μ	0,58	0,53	0,43	0,27	0,58	0,47	0,39	0,39
W_1	0,33	0,30	0,27	0,26	0,33	0,33	0,33	0,33

Анализ табличных данных показывает, что эффективность первого варианта при первом случае объединения трех измерений НП

эффективность очень велика и возрастает с увеличением коэффициента r. Точность среднеарифметического значения несколько хуже, чем средневзвешенного, особенно при большом r.

Второй случай более общий. В условиях первого варианта и значительной неопределённости коэффициента корреляции, по-видимому, правильно будет рассчитывать вероятнейшее значение x* для условий $m_1=m_2=m_3=m$; $r_{ij}=0$, а его СКП – для $m_1=m_2=m_3=m$; $r_{ij}=0{,}4$ (среднее из положительных значений коэффициента корреляции). При этом определяется средняя из наибольших значений СКП, получаемых в течение суток.

В таком случае выражения (8.3.8 и 9) приобретают простой вид:

$$x^* = (x_1+x_2+x_3)/3;\ \ m_{x^*}=m(0{,}33+1{,}56r)^{0.5}=\mu\, m. \qquad (8.3.11)$$

Значения коэффициента эффективности μ приведены в зависимости от коэффициента r в следующем выводе

R	0	0.1	0.2	0.3	0.4
μ	0.58	0.70	0.80	0.89	0.98

Второй вариант решения задачи объединения трех значений НП характеризуется тем, что два значения (обозначим их x_1 и x_2) коррелированы положительно ($r_{12}=r>0$) и являются равноточными ($m_1=m_2=m$), а третье не зависит от первых двух ($r_{13}=r_{23}=0$) и не равноточно с ними ($m_3\neq m$). В этом варианте $\Lambda_3=m_3/m$, элементы матрицы **C** приведены в табл. 8.3.2. Вариант характерен для НК, включающего две ИНС и систему счисления. Параметры объединения значений НП приведены в табл. 8.3.5.

Таблица 8.3.5.

Коэффициенты весовой функции $W_1=W_2=W$, W_3 и эффективности μ,
второго варианта, тысячные доли

Коэф-	Парме	Параметр Λ_3

фициент r	тр	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,8	2,0	2,6
0	W	209	281	333	371	408	418	433	444
	W_3	558	439	337	258	203	163	134	111
	μ	457	530	577	609	631	647	658	667
0,2	W	188	258	313	357	383	405	422	435
	W_3	625	484	375	294	234	190	156	130
	μ	474	556	612	650	677	697	712	722
0,5	W	162	230	286	329	362	387	406	421
	W_3	676	540	429	342	277	227	188	157
	μ	493	588	655	702	737	762	780	795

Можно увидеть, что точность объединенного значения даже при Λ_3=2 достаточно высока и ухудшается с увеличением параметра Λ_3 и коэффициента корреляции r_{12}.

Анализ влияния неопределённости исходных данных. Выше показано, что отношение СКП выработки координат в современном НК равно $f_{Ш}$=103/86=1,2; $f_{Д}$=252/166=1,51, и эта разница не идентифицируется по критерию Фишера. Поэтому неравноточные показания ИНС будут обрабатываться как равноточные по первому варианту.

Для того, чтобы оценить потерю выигрыша от неадекватности исходных характеристик точности измерений, приводящей к отклонению оценки x' средневзвешенного значения от действительного значения x*, которое имело бы место при точных параметрах Λ_j и r_{ij}, применим к весовой функции (8.3.8) теорему об СКП функции (3.2.1), и получим выражение для СКП объединенного значения

$$m^2_{x*}=W^2_1m^2_1+W^2_2m^2_2+W^2_3m^2_3+$$
$$+2r_{12}W_1W_2m_1m_2+2r_{13}W_1W_3m_1m_3+2r_{23}W_2W_3m_2m_3. \qquad (8.3.12)$$

Теперь можно задаться каким-либо ошибочным значением W'_j (отличающимся от W_j), которое при расчете объединенного значения

смещает это значение от x* к x' и, подставив это значение в (8.3.8) и в (8.3.12), получить смещенное значение x' и его СКП.

Более простой приближённый способ оценки влияния неадекватности состоит в следующем. Предположим, что обрабатываются погрешности измерений $X'=Y - Y_{дст}$, и эти погрешности нормированы СКП, т. е. $X=X'/m$. Предположим далее, что X=1 и m=1. Тогда $x^*=x_1/3+x_2/3+x_3/3=1$, $m_{x^*}=1/\sqrt{3}=0.58$, а полуширина основания функции плотности вероятности (ПОФ) $\Psi=0{,}58\times 3=1{,}74$. Если фактический весовой коэффициент W_2 вследствие неадекватности СКП m_2 оказался равным $W_2=0{,}165$, то средневзвешенное значение $x^*_1=5/6=0{,}833$, т.е оно смещено влево от x* на 0,167, и ПОФ как бы увеличивается до $\Psi_1=1{,}91$. Это эквивалентно увеличению СКП до $mx^*_1=0{,}64$, т. е. СКП результата увеличивается в $m_{x^*1}/m_{x^*}=1{,}1$ раза, или на 10%. Для того, чтобы весовой коэффициент W уменьшился вдвое, фактическая СКП $m_Ф$ соответствующего измерения должна быть в 1, 6 раза больше той, которую учитывают ($m_У$).

Результаты подобных расчётов для нескольких степеней неадекватности СКП $m_Ф/m_У$ в одном и в двух измерениях из трёх, приведены в табл. 8.3.6.

Таблица 8.3.6

Степень увеличения СКП средневзвешенного значения принеадекватности СКП измерений

$m_Ф/m_У$	1,2	1,4	1,6	1,8
Одно измер.	1,043	1,075	1,098	1,115
Два измер.	1,049	1,093	1,131	1,164

Можно увидеть, что при небольшой степени неадекватности СКП её влияние на результаты объединения трёх значений не очень существенно, но становится важным при возрастании степени неадекватности СКП. Поэтому при контроле расхождения СКП по критерию Фишера (табл. 12 приложения) целесообразно принять доверительную вероятность $P_{дв}=0{,}8$.

Третий вариант решения задачи объединения трех значений НП соответствует проведённому выше анализу и рассматривает случай

неравноточных некоррелированных измерений. Это классчический вариант, при котором

$$W_j = p_j/\Sigma p_j;\ p_j = 1/m^2_j;\ \ m_{x^*} = (1/\Sigma p_j)^{0,5}. \qquad (8.3.13)$$

При использовании НК вычисления производят с обновлением величин m_j, т. е. не чаще раза в сутки.

8.4 Фильтрация обсервованной навигационной информации.и обсервационное счисление

Метод фильтрации обсервованной навигационной информации

Решение задачи фильтрации в отечественных МСН. Теории фильтрации обсервованной навигационной информации посвящено большое количество работ [5, 12, 32, 71, 82, 88, 212, 288]. Однако, уровень практического внедрения фильтрации в обработку информации в кораблевождении остаётся низким. Например, алгоритм обработки информации РНС в НК-В1, называемый в технической документации «оптимальным фильтром Калмана» (ОФК) имел вид $x^*_i = x_i/i + (i - 1)x^*_i /i$. Достаточно подставить сюда i=3, чтобы убедиться, что это – алгоритм динамической оценки среднеарифметического значения, которое относится не к последнему, а к среднему моменту продолжительности фильтрации. Эта грубая ошибка в алгоритме была быстро обнаружена, после чего установлено постоянное значение i = 1. В результате измеренные значения НП проходят через «фильтр» не обработанными.

При других попытках реализации метода фильтрации НП фильтр «расходился» и от него отказывались. Причиной расходимости фильтра является незнание разработчиками МСН структуры случайных погрешностей НП, которая включает несколько составляющих с разными частотами, объединенных в главе 3 во флюктуационную и постоянную на интервале фильтрации $t_Ф$ составляющие. Ясно, что в процессе фильтрации может быть сглажена только составляющая, изменяющаяся по знаку на интервале $t_Ф$, т. е. флюктуационная составляющая. Желание

сгладить всю случайную погрешность, как об этом говорится в теории фильтрации, и приводит к расходимости фильтра. Этот разрыв между теорией и практикой легко устраняется с помощью табл. 5.1.1, где для всех НП выделена флюктуационная (Фл) составляющая СКП. Стандартную погрешность на выходе фильтра m_{x*} нужно рассчитывать по формуле $m_{x*} = (m^2_{x*Фл}+m^2_{пст})^{0,5}$, где $m^2_{x*Фл}$ – флюктуационная СКП после сглаживания, $m^2_{пст}$ – постоянная составляющая СКП.

В теории фильтрации имеет место ещё ряд недоработанных задач. а) Теория говорит о том, что фильтрация эффективна при условии, что значения спектральных плотностей погрешностей обсервованных НП и счисления различаются достаточно сильно, но не устанавливает количественного критерия этого различия. б) Отсутствует приемлемый для кораблевождения анализ эффективности фильтрации. в) Скорость изменения измеряемого НП (или обсервованных координат) в классическом ОФК определяется по приращениям НП или координат, т. е. наименее точным способом [98], что оставляет возможность для совершенствования фильтра. г) Отсутствует способ определения априорной эффективности фильтрации, необходимый для выполнения предварительных расчётов на поход.

К сожалению, в настоящее время можно услышать, что задача фильтрации потеряла актуальность в связи с достаточно высокой точностью GPS. Поэтому задачу фильтрации обсервованной информации не включают в алгоритмы обработки информации в НК и НВС (например, ЭНИС «Сегмент»), а если включают, то элементы ковариационной матрицы соответствуют полной СКП НП (флюктуационная СКП не выделяется). При этом забывают, что в процессе фильтрации не только повышается точность обсервованного места, но также определяется величина обсервованной скорости корабля, его сноса и поправок к показаниям ИНС. Кроме того, анализ иностранных публикаций, например [259, 260], говорит о большом внимании к задаче фильтрации показаний GPS, особенно применительно к реализации дециметровой точности.

Условия эффективности фильтрации Возможность выделения полезных сигналов, поступающих от систем обсервации и счисления, на фоне друг друга и помех определяется неодинаковостью частотных

характеристик случайных процессов сигналов и помех. Рассмотрим эти характеристики.

Сведем в табл. 8.4.1 значения необходимых для анализа показателей точности РНС типа РСДН-3 и GPS, погрешности которых имеют флюктуционные (Фл), среднепериодные (Сп) и долгопериодные (Дп) составляющие. Эти показатели включают интервалы корреляции τ_K, характерные периоды T^*, декременты затухания α, характерные частоты β FRA и стандартные погрешности m в виде диапазонов значений (далее расчеты выполнены для средних значений СКП в диапазонах). По этим данным рассчитаны значения нормированной функций s(ω) спектральной плотности для всех приведенных в табл. 8.4.1 составляющих, и функции $S(\omega)=m^2s(\omega)$ спектральной плотности.

График функции S(ω) для среднепериодной погрешности НП РНС типа РСДН-3 приведен на рис. 8.4.1 (линия 1 с максимумом). Как видно из рисунка, функция спектральной плотности имеет максимум $S(\omega)_{max}$ при ω=β. Значения $S(\omega)_{max}$ для всех составляющих погрешностей приведены в табл. 8.4.1.

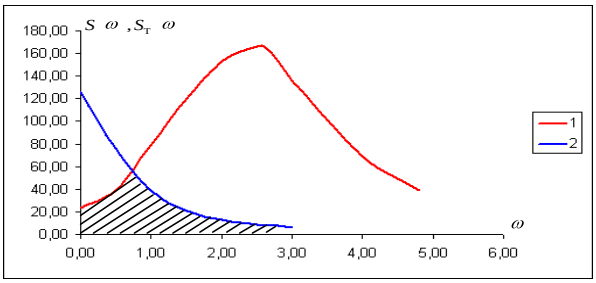


Рис. 8.4.1. Спектральные плотности погрешностей РНС (1) и счисления (2)

Таблица 8.4.1

Оценка возможности фильтрации

Параметры	РСДН-3			GPS		
	Фл	Сп	Дп	Фл	Сп	Дп
$\tau_к$,ч	0,008	0,6	2	0,008	0,25	1
T^*,ч	0,033	2,4	8	0,033	1	4
α,$ч^{-1}$	94,2	1,31	0,352	94,2	3,14	0,79

β,ч$^{-1}$	188,5	2,62	0,705	188,5	6,28	1,57
m, м	80-320	40-160	160-540	1-3	2-4	4-8
$s(\omega)_{max}$	$18\cdot10^{-4}$	0,129	0,448	$18\cdot10^{-4}$	0,053	0,214
$S(\omega)_{max}$	71	1290	$5,5\cdot10^{-4}$	0,016	0,852	13,76
Течение: $s_T(\beta)$	$6\cdot10^{-6}$	0,025	4,77	$6\cdot10^{-6}$	0,419	0,147
$S_T(\beta)$	$6\cdot10^{-3}$	265	$15\cdot10^{5}$	$6\cdot10^{-3}$	23	1660

Для выяснения возможностей фильтрации погрешностей рассматриваемых МСН обсервации рассчитаем по (3.4.2) функцию $s_T(\omega)$ составляющих (северной и восточной) вектора скорости течения для второй (II) области скорости течений, в которой статистические характеристики течений близки к средним значениям по Мировому океану. Значения $s_T(\omega=\beta)$, соответствующие всем рассмотренным составляющим погрешностей МСН обсервации, приведены в табл. 8.4.1. Перейдем от погрешностей скорости течения к погрешностям координат места корабля и от нормированной спектральной плотности $s_T(\omega)$ течений к ненормированной $S_T(\omega)=m^2_T s_T(\omega)$, рассчитав, на основании результатов главы 3, величину m_T по формуле

$$m_T = 0{,}5\sigma_T\Delta_t\sqrt{1-\rho_T(\Delta_t)}, \qquad (8.4.1)$$

где $\rho_T(\Delta_t)$ - АКФ течений; величина $[1-\rho_T(\Delta_t)]^{0,5}$ характеризует флюктуационную составляющую скорости течений на интервале Δ_t; Δ_t - эффективная дискретность отсчетов НП при фильтрации, принятая равной, согласно теоремы Виленкина [32] $\Delta_t=0{,}5\tau_K$. График функции $S_T(\omega)$ приведен на рис. 8.4.1 (линия 2). Заштрихованный участок на рис. 8.4.1 показывает, в какой мере совпадают дисперсии погрешностей средств обсервации и счисления. В данном случае область совпадения дисперсий занимает незначительную площадь по сравнению с площадью под кривой (1) функции $S(\omega)$ и смещена относительно частоты $\omega=\beta$ максимальной дисперсии, поэтому фильтрацию в смысле сглаживания среднепериодной составляющей погрешностей РСДН-3 можно признать эффективной. Более простым и достаточно объективным критерием

эффективности фильтрации (сглаживания среднепериодной погрешности РСДН-3) является соотношение спектральных плотностей

$$S(\omega)_{max}/S_T(\beta) \geq 4, \qquad (8.4.2)$$

при котором в случае полного сглаживания флюктуационной и частичного сглаживания среднепериодной составляющих остаточная СКП этих составляющих погрешности НП будет равна $0{,}25m_{Фл}$. В примере, иллюстрацией которого является рис. 8.4.1, это отношение равно 4.9. Чем больше это отношение, тем выше эффективность фильтрации (сглаживания). С другой стороны, отношение функций спектральной плотности

$$S_T(0)/S(0) > 4 \qquad (8.4.3)$$

характеризует эффективность фильтрации в смысле определения составляющих вектора скорости сноса корабля при относительном счислении или погрешностей ИНС при инерциальном счислении.

Данные табл. 8.4.1 показывают, что из шести рассмотренных составляющих погрешностей МСН фильтрация в части сглаживания эффективна только применительно к флюктуационным составляющим и среднепериодной составляющей погрешностей РСДН-3. Оценки, подобные сделанным выше, показывают, что эффективной является фильтрация НП, полученных автоматическим визуальным пеленгованием береговых ориентиров, а также флюктуационных и шулеровских составляющих астронавигационных и торсионных НП. С другой стороны, все перечисленные МСН обсервации и РЛС позволяют в процессе фильтрации определить вектор скорости сноса корабля при счислении и/или постоянные уходы и гармонические составляющие погрешностей ИНС.

Уравнения метода фильтрации. Принцип работы простейшего оптимального фильтра Калмана и эквивалентного ему в отечественных НВС последовательного метода фильтрации (ПМФ) [5, 73] состоит в объединении последовательно поступающих в моменты T_i обсервованных координат x_{Oi} с соответствующими им счислимыми

координатами x_{Ci}. Счисление ведётся от предыдущего вероятнейшего места (вероятнейшей координаты x^*_{i-1}). В варианте, когда дискретность фиксаций $\Delta_t > \tau_K$, и последовательные фиксации величины X(t) можно считать взаимно независимыми, вероятнейшее (сглаженное) значение НП в каждый i-й момент определяется выражением

$$x^*=K_O x_1+(1-K_O)x_2=x_2+K_O(x_1-x_2)=x_2+K_O Z;\ m_{x^*}=Gm_2\ , \qquad (8.4.4)$$

где K_O – весовой коэффициент; G – коэффициент эффективности сглаживания; x_1 и x_2 – обсервованное и счислимое значения НП X(t). Веса элементов, входящих в (8.4.4), весовые коэффициенты и коэффициент эффективности равны:

$$p_{Oi}=1/m^2_O=p_O;\ p_{Ci}=1/(m^2_{x^*i-1}+m^2_{сч});\ p_{x^*i}=p_O+p_{Ci}; \qquad (8.4.5,\ а)$$

$$K_{Oi}=p_O/(p_O+p_{Ci});\ K_{Ci}=1-K_{Oi};\ m^2_{сч}=0{,}5\sigma^2_{сн}\Delta^2_t[1-\rho_T(\Delta_t)]; \qquad (8.4.5,\ б)$$

$$m^2_{x^*i}/m^2_O=G^2_i=(m^2_{x^*i-1}+m^2_{сч})m^2_O/(m^2_{x^*i-1}+m^2_{сч}+m^2_O). \qquad (8.4.5,\ в)$$

В качестве СКП счисления здесь рассматривается случайная на продолжительности цикла фильтрации составляющая, поскольку медленно меняющаяся составляющая сноса корабля (в основном, течением) проявляется как систематическая составляющая и может быть определена (измерена) в процессе фильтрации. Строго говоря, в состав погрешности счисления $m_{сч}$ входят, кроме неучитываемого или остаточного сноса корабля, также погрешности шума системы - погрешности вычислений, линеаризации, округления, дискретизации и др., но они пренебрежимо малы по сравнению с погрешностями сноса и оценивания его СКП.

Выражения (8.4.4 и 5) являются уравнениями ПМФ и простейшего ОФК в скалярном виде. Для сокращения записей и унификации вычислительных процедур алгоритм ОФК записывают обычно в терминах линейной алгебры. Приведем этот алгоритм в наиболее употребительном виде [5, 32]:

$$\mathbf{X^*_i=\Phi X^*_{i-1}+K_i(Z_i-H\Phi X^*_{i-1})};$$

$$\mathbf{K_i=PH^T(HPH^T+R)^{-1}};$$

$$\mathbf{P}_i=\mathbf{\Phi P}^*_{i-1}\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}+\mathbf{\Gamma Q \Gamma}^{\mathrm{T}};$$
$$\mathbf{P}^*_i=(\mathbf{I}-\mathbf{K}_i\mathbf{H})\mathbf{P}_i,$$

где $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}=[\Delta\varphi \ \ \Delta w]$ - вектор оцениваемых величин;

Ф - матрица переходов, обеспечивающая переход от (i-1)-го к i-му значению;

К - матрица весовых коэффициентов;

Z - матрица невязок;

H - матрица проекций градиентов (используется в случае, когда обрабатываются не координаты, как в рассмотренном выше скалярном алгоритме, а линии положения);

P - ковариационная матрица;

R - матрица автокорреляции;

I - единичная матрица;

Г - матрица коэффициентов, обеспечивающих включение белого шума;

Q - ковариационная матрица некоррелированной случайной последовательности (белого шума).

Для обеспечения работы ОФК необходимо задать начальные значения $\mathbf{X}_0$ и $\mathbf{P}_0$ и все упомянутые выше матрицы. Вывод уравнений ОФК содержится, например, в [5, 32].

Анализ динамики и эффективности фильтрации

Вывод необходимых выражений. Произведем анализ динамики и эффективности простейшего ОФК и ПМФ. Докажем, что числовая последовательность, характеризующая эффективность фильтрации G_i, при наличии не равной нулю величины $m_{сч}$ имеет предел, и определим его. Обозначим

$$c=m_{сч}/m_O;\ d_i=m_O/m_{x*i};\ b_i=(m^2_{x*i-1}+m^2_{сч})/m^2_O=G^2_i+c^2=c^2+1/d^2_{i-1};$$

тогда

$$G^2_i=b_i/(1+b_i)=S_i. \qquad (8.4.6)$$

На основании свойства предела [240] "всякая монотонно изменяющаяся и ограниченная в направлении своего изменения величина имеет предел", заключаем, что величина G_i имеет предел, поскольку $G^2_i=b_i/(1+b_i)<1$. В соответствии со свойствами предела последовательности напишем $S_{i+1}–S_i<\varepsilon$, где ε - как угодно малая величина. Полагая ее пренебрежимо малой для решения задачи фильтрации навигационной информации, получим

$$(G^2_i+c^2)/(1+G^2_i+c^2)- (G^2_{i-1}+c^2/(1+G^2_{i-1}+c^2)=0.$$

Подставив сюда (8.4.6) и обозначая для упрощения записей $x=G^2_{i-1}$, $a=c^2$, имеем

$$[(x+a)/(1+x+a)+a]/[(x+a)/(1+x+a)+a+1] - (x+a)/(1+x+a)=0.$$

Решив это уравнение и подставив принятые обозначения, приходим к квадратному уравнению для предельного значения $S_{пр}$

$$S^2_{пр} + S_{пр}c – c^2 = 0.$$

Решая это уравнение с сохранением вещественных чисел, получаем искомое выражение для предельной (пр) эффективности фильтрации в зависимости только от отношения стандартных погрешностей $c=m_{сч}/m_O$

$$m_{x*пр}=m_O G_{пр};\ \ G^2_{пр}=\lim_{i\to\infty} G^2_i=[c(c^2+4)^{0,5} – c]/2. \qquad (8.4.7)$$

Подобным образом доказывается существование и находится предельное значение $K_{пр}$ для коэффициента весовой функции, что играет роль для ручного аналога фильтрации - систематически корректируемого, или обсервационного счисления [94*, 132*].

Выражение для СКП текущей оценки x^*_i имеет вид

$$m_{x_i^*} = m_O \frac{b_i}{1+b_i}\sqrt{1+\frac{1}{b_i}+2\rho(i\,\Delta_t)\sqrt{b_i^{-1}}}\,. \qquad (8.4.8)$$

Оно получено с учетом принятых обозначений и позволяет увидеть зависимость величины m_{x*i} от количества n и номера i фиксации НП и характеризует динамику ОФК и ПМФ.

Динамика и эффективность ОФК и ПМФ. На рис. 8.4.2,а (сплошная линия) показан график изменения величины $d_i=m_O/m_{x*i}$, построенной для типовых условий фильтрации. Величина d_i растет с увеличением i и при $i \geq n_{ст}$ становится постоянной, подтверждая этим существование предела точности фильтрации. Режим фильтрации при $i>n_{ст}$ назовем *стационарным режимом*. Из рис. 8.4.2,а видно также, что практически предельная эффективность сглаживания достигается при конечном и сравнительно небольшом количестве фиксаций НП. На рис.8.4.2,б построен график зависимости величины $d_{пр}=1/G_{пр}$ от отношения *c* стандартных погрешностей.

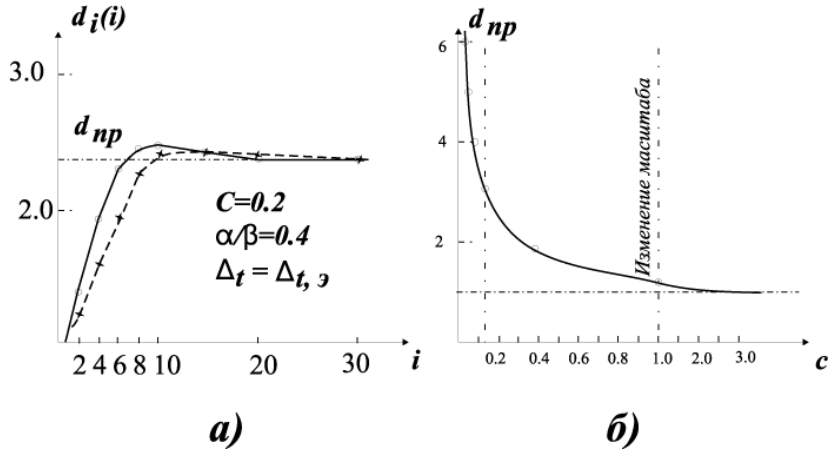


Рис. 8.4.2. К определению эффективности фильтрации

Более подробно динамику ОФК и ПМФ характеризует табл. 8.4.2, в которой представлены: количество независимых измерений $n_{ст}$ (произведенных с дискретностью $\Delta_t \approx \tau_K$), при котором процесс фильтрации выходит на стационарный режим; количество измерений $n_{0,9}$, при котором процесс приближается к стационарному (эффективность

сглаживания составляет 90% от эффективности стационарного режима); весовой коэффициент стационарного режима $К_{ст}$ и коэффициент эффективности фильтрации $G_{ст}$, с помощью которого вычисляют СКП $m_{x*ст}$ сглаженного значения $x*_{ст}$ после выхода фильтрации на стационарный режим ($i \geq n_{ст}$) по формуле

$$m_{x*ст} = G_{ст} m_O, \qquad (8.4.9)$$

где m_O - флюктуационная составляющая СКП фильтруемого обсервованного НП.

Таблица 5.2.6

Показатели динамики процесса фильтрации

Пока затель	Величина $c=m_{сч}(\Delta_t)/m_O$											
	0,012	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	2,0
$n_{СТ}$	110	75	60	40	20	13	10	9	7	5	4	2
$n_{0.9}$	30	26	18	10	6	5	4	3	3	2	2	2
$К_{ст}$	0,01	0,02	0,04	0,07	0,18	0,26	0,33	0,39	0,45	0,54	0,62	0,83
$G_{ст}$	0,11	0,16	0,23	0,31	0,42	0,51	0,57	0,63	0,67	0,74	0,78	0,91

Если, например, c=0,1, то после 40 итераций (по истечении времени $t_{ст}=40\tau_K$) процесс фильтрации выйдет на стационарный режим, при котором $m_{x*ст}=0,31m_O$ (выигрыш в точности по сравнению с единичными обсервациями для флюктуационной погрешности составляет 69%).

Теперь можно конкретизировать полученное выше условие (8.4.9) эффективности фильтрации. Отношению дисперсий, равному 4, соответствует отношение СКП, равное 2, и параметр *c*=0,5; при этом параметр $G_{ст}=0,63$, а выигрыш от применения фильтрации по флюктуационной СКП равен 37%. Для получения выигрыша в 50% отношение дисперсий должно быть равно 10. При независимых фиксациях НП высокая эффективность фильтрации достигается в следующих условиях:

$G<0,5$ при $c<0,29$ и $n>14$; $G<0,33$ при $c<0,12$ и $n>18$;
$G<0,25$ при $c<0,06$ и $n>45$.

Пунктирная линия на рис.8.4.2,а характеризует динамику фильтра при постоянном весовом коэффициенте, равном $K_i=K_{ст}$. Видно, что в этом случае процесс также выходит на стационарный режим с таким же уровнем эффективности, но медленнее. Это позволяет экономить вычислительные возможности НВС в условиях большой продолжительности фильтрации, используя с самого начала фильтрации постоянный весовой коэффициент, равный $K_{ст}$. Использование постоянного коэффициента $K_{ст}$ при $c \geq 0{,}5$ значительно упрощает и обсервационное счисление.

Существование и возможность использования весового коэффициента $K_{ст}$ в значительной мере снимает проблему "бесконечной памяти" фильтра, особенно при не очень малых значениях отношения *c*.

В ОФК и МПФ с реализованной в них процедурой определения обсервованного вектора скорости сноса корабля и обсервованных поправок $V_{сн}$ к скоростям изменения координат, оценивание скоростей должно начинаться сразу после выхода процесса фильтрации на стационарный режим. Полученные поправки $V_{сн}$ (для широты и долготы) учитываются при расчете приращений координат Δx_i, в результате чего СКП $m_{сч}(\Delta_t)$ уменьшается в соответствии с моделью погрешностей абсолютного счисления. Вместе с нею уменьшается отношение СКП *c*, соответственно изменяется весовой коэффициент и повышается точность фильтрации.

В ОФК такой процесс повышения точности фильтрации продолжается бесконечно, если его не ограничивают искусственно. Однако, в этом мало смысла по двум причинам. Во-первых, в результате фильтрации сглаживается только флюктуационная на продолжительности $t_Ф$ составляющая погрешности НП. И если даже она будет сглажена до нуля (ценой алгоритмических, вычислительных затрат и увеличения времени $t_Ф$), то точность НП всёравно останется ограниченной постоянной СКП. Во-вторых, к существенному повышению эффективности фильтрации не приведёт ни уменьшение дискретности фиксаций НП в силу ограничивающего влияния свойств автокорреляции погрешностей ОМ и СМ, ни увеличение времени $t_Ф$ из-за существования оптимального промежутка времени для определения скорости сноса (см.

разд. 5.1) и возможного нарушения однородности условий измерений. Отметим, что выражение типа $m^2_{сч}=0,5\sigma^2_{сн}\Delta^2_t[1-\rho_T(\Delta_t)]$ (см. (8.4.5, б)) в практике построения ОФК не используется, что является ещё одной причиной расходимости фильтра.

Данные табл. 5.2.6 и график на рис.8.4.2,б позволяют заключить, что эффективность фильтрации обсервованной информации возрастает сложным образом с уменьшением отношения $c=m_{сч}/m_O$, а при $c>3$ фильтрация практически неэффективна.

Рассмотренная модель фильтрации и её ручной аналог – метод обсервационного счисления, состоящий в последовательном объединении поступающих обсервованных мест или координат корабля со счислимыми местами (подробно рассмотрен в [94]), проверены моделированием и оплаваны в штурманских походах при обсервациях по системам «Декка» и ЛОРАН-С и показали вполне удовлетворительные результаты. В качестве эталона выступала низкоорбитная СНС.

Регрессионно-последовательный метод фильтрации предполагает определение скорости сноса корабля циклическим регрессионным методом при оптимальной продолжительности цикла, а сглаживание обсервованных координат – последовательным методом, что позволяет достигнуть высокой точности фильтрации. При включении в алгоритмы фильтра задачи определения СКП аппроксимации (см. разд. 4.5), которая характеризует флюктуационную СКП НП, фильтр приобретает свойства идентификационного (адаптивного) фильта. Этот метод описан в [73, 99].

8.5 Решение задач при нештатной работе навигационного комплекса. Общие итоги

Решение задач при нештатном режиме работы НК

Вследствие использования в методиках государственных испытаний НК необъективных критериев соответствия точность НП, вырабатываемых НК, па ГИ практически не проверяется. Можно ожидать, что в течение некоторой части времени своей работы в условиях эксплуатации НК будет вырабатывать НП с точностью, не

соответствующей требованиям ТТЗ. При этом выдаваемые НК оценки точности НП, вероятно, будут находиться в пределах нормы (качество этих оценок на ГИ никогда не проверялось, и однозначно ответить на вопрос об их соответствии реальной точности НК невозможно).

Рассмотренные в главе 7 способы оценивания точности выработки навигационных параметров НК могут обнаружить факт несоответствия реальных показателей точности НК значениям этих показателей, объявленным в руководящих документах на НК. Иначе говоря, будет обнаружена работа НК в нештатном режиме по точности выработки НП. При этом возникают три задачи: а) обеспечение применения оружия в условиях недостаточной точности НП; б) достижение максимальной точности выработки координат; в) снятие со штурмана обвинений в неумелой эксплуатации НК.

Обеспечение применения оружия в нештатном режиме по точности выработки координат НК может быть достигнуто выполнением досрочной протяжённой коррекции или предстартовой обсервации. (Если в алгоритмах НК не предусмотрены такие варианты, то алгоритмы должны быть соответствующим образом откорректированы, и как можно скорее). Это в любом случае ничему не помешает, даже если окажется лишним. Выбор одного из этих вариантов зависит от их демаскирующего действия и тактической обстановки, а также от реальной точности выработки НП. Рассмотрим вариант предстартовой обсервации, т. к. он обладает меньшим демаскирующим действием. При этом варианте возникает задача определения допустимого промежутка времени между моментами обсервации и применения оружия или, например, швартовки подводного танкера к буровой платформе в подводном положении. Рассмотрим два пути решения этой задачи, основанных на теории выбросов и на теории прогнозирования.

Способ избежания выбросов случайного процесса погрешностей НП предполагает определение промежутка времени после коррекции НК, на котором вероятность $P_0(t)$ отсутствия выбросов за некоторый уровень не становится меньше заданной величины $P'_В$. Сначала решим вопрос об интенсивности выбросов фактической траектории движения (ФТД) корабля λ_S при известных величинах интенсивности выбросов погрешностей широты $\lambda_Ш$ и долготы $\lambda_Д$. В [97] показано, что

вероятность отсутствия выболсов в каждом из каналов выработки координат НК равна $P_0(t)=e^{-\lambda t}$. Выброса ФТД не будет, если их не будет ни в одном из каналов выработки координат, поэтому, в соответствии с теоремой умножения вероятностей величина суммарной (S) вероятности $P_{0S}(t)=P_{0Ш}(t)\times P_{0Д}(t) =\exp[-t(\lambda_{Ш}+\lambda_{Д})]$. Поэтому $\lambda_S=\lambda_{Ш}+\lambda_{Д}$, или при одинаковых интенсивностях выбросов в обоих каналах $\lambda_{Ш}=\lambda_{Д}=\lambda$ интенсивность выбросов ФТД $\lambda_S=2\lambda$. В соответствии с этим средний промежуток времени между соседними выбросами для ФТД $t_{BS}=0{,}5t_B$, где t_B – среднее время между идущими подряд выбросами в каналах широты и долготы.

Рассчитанные в соответствии с изложенными выше положениями значения вероятности отсутствия выбросов в зависимости от нормированного времени t/t_B приведены в следующем выводе

t/t_B	0,001	0,003	0,01	0,05	0,1	0,2
$P_0(t/t_B)$	0,999	0,997	0,990	0,951	0,905	0,819

В табл. 8.5.1 приведены значения среднего времени t_B между выбросами случайного процесса X(t) в зависимости от заданной вероятности P’ накрытия цели или НБП и от параметра АКФ случайного процесса α или $(\alpha^2+\beta^2)^{0,5}$ в зависимости от вида АКФ погрешностей НП.

Таблица 8.5.1

Срелний промежуток времени t_B ,ч, между соседними выбросами

Вероят-ность	Параметр α или $(\alpha^2+\beta^2)^{0,5}$									
	0,14	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50
0,95	153	119	98	83	72	63	56	51	47	43
0,99	626	487	398	337	292	258	231	209	190	175
0,997	2020	1571	1285	1088	943	832	744	673	615	566

Например, для заданной вероятности P’=0,997 и $(\alpha^2+\beta^2)^{0,5}=0{,}3$ (типичный случай для экспоненциально-косинусной АКФ с характерным периодом T*=24 ч) по табл. 8.5.1 получаем t_B=943 ч; из предыдущего вывода выбираем $t/t_B=0{,}003$ и рассчитываем искомое значение времени, при котором обеспечивается отсутствие выброса с вероятностью 0,997 (времени от обсервации до применения оружия или швартовки) $t=0.003t_B$ =2,8 ч. Учитывая наличие двух каналов выработки координат, окончательно имеем $t_{BS}=t_B/2$=1,4 ч. В случае неодинаковых параметров

АКФ в каналах широты и долготы определяют значения $t_{ВШ}$ и $t_{ВД}$ в двух каналах, как указано выше, и рассчитывают время t_{BS} по формуле

$$t_{BS} = t_{ВШ}t_{ВД}/(t_{ВШ}+t_{ВД}). \qquad (8.5.1)$$

Способ прогнозирования поправок основан на том, что в момент предстартовой обсервации определяются поправки широты $\Delta_{Ш}$ и долготы $\Delta_{Д}$ (общее обозначение Δ) и учитываются (прогнозируются) до момента старта или швартовки. Задача прогнозирования обсервованных поправок координат решена в разд. 7.2. При инерционном и статистическом способах прогноза учёт поправки производят по формулам

$$U_{пр}(t)=U_C(t)+\Delta;\ U_{пр}(t)=U_C(t)+\Delta\,\rho(t), \qquad (8.5.2)$$

где U – общее обозначение НП$ $\rho(t)$ – значение АКФ для продолжительности счисления t. Показано, что СКП $m_{пр}(t)$ прогнозируемого значения $U_{пр}(t)$ увеличивается с течением времени и характеризуется выражением $m_{пр}(t)=B(t)m_C$, где m_C – СКП счислимого НП. Средние значения коэффициента B(t) инерционного прогноза в зависимости от времени t устаревания поправки, вычисленные для усреднённых показателей АКФ погрешностей НК высокой точности, приведены в следующем выводе

t, мин	11	22	44	66	88	110	132
B(t)	0,41	0,54	0,69	0,77	0,85	0,91	0,96

Если в процессе контроля точности НК обнаружена нештатная по точности выработки какого-либо НП работа НК, т. е. $m_C \geq m_{зд}$, то производят предстартовую обсервацию, определяют и учитывают поправку к этому НП. Для определения допустимого промежутка времени задержки старта рассчитывают допускаемое значение $B_{дп}(t)=m_{зд}/m_C$, и выбирают из вывода соответствующее допускаемое значение $t_{дп}$. Например, при $m_{зд}/m_C=0,7$ время $t_{дп}=46$ мин. В качестве искомого промежутка времени принимают меньшее из значений t_{BS} или $t_{дп}$.

ПРИМЕЧАНИЕ. Показатели АКФ погрешностей НП, вырабатываемых НК, могут несколько отличаться для разных образцов НК, поэтому рассмотренные выше конкретные рекомендации нужно считать приближёнными. Целесообразно уточнять показатели АКФ в процессе эксплуатации НК, производя документирование необходимых величин и используя методы оценивания, рекомендуемые в главе 6.

Снятие обвинений в некачественной эксплуатации НК имеет смысл при возникновении двух ситуаций:

а) Невязка одной и/или двух координат при обсервации превысила указанное в документах значение δ' предельной погрешности, т. е. $L_j > \delta'_j$, где j=(Ш, Д). Это условие не является признаком низкого качества работы НК. Таким признаком является $L_j > K_h x_m$, или даже $L_j > K_h \delta'_j$, если $x_m \approx \delta'_j$. В среднем при доверительной вероятности 0,99 коэффициент K_h=2,8 (см. табл. 9 приложения), поэтому у штурмана при возникновении сравнительно большой невязки $L_j > \delta'_j$ имеется ещё более, чем двукратный научно обоснованный запас. С другой стороны если перепуганный штурман произвольно уменьшает большие невязки, то весь последующий анализ точности выработки координат становится ошибочным в сторону завышения точности НК.

б) СКП выработки одной и/или двух координат $m_j > \delta'_j/3$. Это условие не является признаком низкого качества работы НК. Такое условие имеет вид $m_j > K_{max} K_{hm} x_{mj}$, где K_{max} – коэффициент, выбираемый из табл. 3.3.1 и равный 0,54 для обычных условий ГИ; K_{hm} – коэффициент доверительной границы для СКП, выбираемый из приводимого ниже вывода в зависимости от количества n суток, при котором получена оценка m_j. При n=10 сут. Обоснованный критерий более низкой точности НК имеет вид $m_j > 0.73 x_{mj}$, или даже $m_j > 0.73 \delta'_j$. Как видим, в этом случае также имеется двукратный запас по сравнению с традиционным критерием.

n	2	4	10	20	40
K_{hm}	2.19	1.67	1.36	1.23	1.16

Оговоримся, что несостоятельность традиционных критериев, связанных с величиной δ'_j, объясняется тем, что в процессе ГИ по существующим методикам связь величин δ' с показателями точности выработки координат НК не устанавливается должным образом .

Достижение максимально возможной точности выработки координат целесообразно, когда точность действительно стала хуже нормальной в соответствии с предложенными выше критериями.

$$m_j > K_{max} K_{hm} x_{mj} \text{ и/или } L_j > K_h x_{mj}. \qquad (8.5.3)$$

Рассмотрим два пути повышения точности.

а) В случаях, когда в НК произошло недопустимое расхождение показаний трёх ИНС и автоматический переход на обработку информации от двух или одной ИНС, можно попробовать объединить показания трёх ИНС ручным способом в соответствии с рекомендациями разд. 8.3. Предварительно следует проверить принадлежность к одной генеральной совокупности СКП m_1, m_2, m_3 одноименных НП разных ИНС по критерию Фишера с использованием табл. 12 приложения, а также расхождений L_{jk} показаний пар ИНС по условию

$$L_{jk} < K_{P1}(m^2_j + m^2_k)^{0,5}. \qquad (8.5.4)$$

Если одна из СКП по критерию Фишера сильно отличается от других, то её следует исключить из обработки и искать причины ухудшения качества работы соответствующей ИНС. Если не выполняется условие (8.5.4), то расхождение показаний ИНС можно объяснить возникшей систематической погрешностью, которую можно идентифицировать при очередной обсервации.

б) В случае работы НК с пониженной точностью производят дополнительные обсервации, определяют поправки к счислимым координатам и учитывают их статистическим способом прогноза по второй из формул (8.5.2), учитывая значения $\rho(t)$, выбранные (в сотых долях) из следующего вывода, на временных участках длиной Δt=22 мин.

Δt, мин	22	44	66	88	110	132	154	176	198
$\rho(t)$	92	86	77	71	65	60	55	49	43

Например, в течение первых 22 мин. учитывают поправку, равную $0{,}92\Delta$, на интервале от22 до 44 мин. учитывают поправку, равную $0{,}86\Delta$ и т. д. Значеня $\rho(t)$, приведенные в выводе, соответствуют усреднённым параметрам АКФ высокоточных НК.

Общие итоги работы

Монография предназначена штурманам, выполняющим на флоте практическую навигационную работу, специалистам, которые осуществляют развитие МСН и навигации (в особенности их руководителям), и командному составу ВМФ разного уровня, поскольку речь в конечном итоге идёт о понижении эффективности НГО и боевых действий ВМФ. Кроме того, монография, содержащая самую современную теорию и информацию метрологии кораблевождения, должна помочь людям, которые через какое-то время приступят к написанию новых документов штурманской службы и учебников по математическим основам кораблевождения, навигации и по использованию МСН.

В монографии рассмотрены основные причины возникновения неопределённостей исходных данных для решения вероятностных задач кораблевождения. Произведён анализ влияния неопределённостей исходных данных на конечные результаты решения навигационных вероятностных задач применения важных видов оружия, навигационно-тактических задач и задач НБП. От постоянно существующих и случайных неопределённостей исходных данных не только страдает кораблевождение, но и понижается эффективность навигационно-гидрографического обеспечения ВМФ, а значит, и эффективность боевых действий Флота.

Рассмотрим совокупное влияние на конечные результаты (эффективность) кораблевождения и навигационно-гидрогрфического обеспечения ВМФ постоянно действующих неопределённостей трёх видов:

- неадекватности принятого закона распределения погрешностей,
- случайного характера средней квадратической погрешности, определяемой при небольшом количестве измерений,
- возможной степени несоответствия реальной точности МСН требованиям ТТЗ при тех методиках государственных испытаний МСН, которые применяются в настоящее время.

Результаты расчётов фактического количества $N_Ф$ нарушений заданного условия (сближение с опасностью на недопустимое расстояние и промах при стрельбе по цели по навигационным данным) приведены в табл. 8.5.2 для разных заданных вероятностей в виде двух значений – максимального $N_{Фmax}$ и медианного Me_N. Медианное значение говорит о том, что с вероятностью 50% количество $N_Ф$ будет равно или больше, чем Me_N, и с вероятностью 99% может дойти до N_{max}. В первой колонке для сравнения приведено значение допускаемого количества $N_{дп}$ нарушений на 1000 случаев.

Таблица 8.5.2

Фактическое количество нарушений заданного условия

Вероятн. $P_{зд}$, число $N_{дп}$	Причина неопределённости						Общее $N_{Фmax}$/ Me_N
	Закон распред.		Свойство СКП		Методика ГИ		
	$N_{Фmax}$	Me_N	$N_{Фmax}$	Me_N	$N_{Фmax}$	Me_N	
Задачи типа определения безопасного расстояния							
0,999; 1	10	6	34	9	54	3	98/18
0,997; 3	16	10	42	11	69	10	127/31
0,99; 10	27	19	45	12	86	13	157/44
0,95; 50	64	57	69	19	115	17	248/93
Задачи типа накрытия цели областью поражения оружия							
0,999; 1	34	9	65	22	146	5	245/36
0,997; 3	42	11	116	29	197	11	355/51
0,99; 10	45	12	118	30	240	20	403/62
0,95; 50	69	19	135	36	-310	40	514/95

Например, при заданной вероятности поражения цели 0,997 и стрельбе по навигационным данным с вероятностью от 50% до 99% количество промахов может быть от 51 до 355 на 1000 случаев против 3 допускаемых промахов вследствие ошибок навигационных данных стрельбы. А количество чрезмерных сближений с опасностями будет от 18 до 98 вместо допускаемого одного. К этому следует добавить ещё примерно 1/3 -1/2 числа $N_Ф$ за счёт дополнительных причин случайного характера.

Табличные данные говорят о том, с какими неожиданными трудностями столкнулся бы ВМФ при возникновении боевых действий на море вследствие низкой эффективности НГО. Для того, чтобы не допустить понижения эффективности НГО, необходимо исключить основные факторы, вызывающие неопределённость исходных данных для решения вероятностных задач. В масштабах штурманской службы это предполагает:

- расчёты предельных погрешностей с использованием законов Лапласа или М-распределения;
- расчёты предельных погрешностей с использованием верхней доверительной границы для СКП или для радиальной СКП;
- переход в навигации от принципа достаточной или допустимой точности (вспомним расчёты допустимого времени плавания по счислению) к принципу плавания с максимально возможной точностью и достоверностью в конкретных условиях (которые включают и необходимый отдых штурмана);
- достижение достоверности навигации в том числе и путём систематического контроля стабильности точностных характеристик МСН и особенно НК в море при продолжительном плавании.

Первые два пункта из этого перечня официально закреплены в уставном документе для штурманской службы – Методиках МВР-96 [94[. Последние два пункта вытекают из МВР-96, не противоречат никаким документам и хорошей штурманской практике и могут использоваться штурманами самостоятельно, не дожидаясь специальных указаний.

Методы и способы решения навигационных задач, обеспечивающие максимальную точность и достоверность навигации, рассмотрены в монографии. Поэтому, казалось бы, моногрфия решает неожиданно обнаруженную проблему понижения эффективности НГО. Однако, монография дойдёт не до всех штурманов, не все её прочитают, а из прочитавших не все примут к использования. Поэтому монография лишь привлекает внимание к обнаруженной проблеме и создаёт предпосылки для её решения.

Всё, что сказано о состоятельности и достоверности навигации, сводится к одному понятному тезису – *в современных условиях реальная*

точность навигации, особенно подводной, и качество решения задач кораблевождения ***примерно вдвое хуже, чем это предполагается.***

Если этот тезис неприемлем для руководства Штурманской сжбы и Управления навигации и гидрографии, то ими должны быть приняты организационные меры, и в их числе издание документа, регламентирующего навигационные расчёты, практического пособия для штурманов, объясняющего этот документ, и учебника по навигации в двух частях – «Элементарная навигация» и «Высокоточная навигация».

Относительно сомнительных методик испытаний МСН можно рекомендовать включать пункт об оптимальном критерии проверки точности НК в проект ТТЗ на разработку и изготовление НК и МСН. Тогда Изготовитель будет знать с самого начала, что у него нет полуторного запаса точности, который даёт ему критерий максимальной погрешности. Зная это, он будет реально оценивать свои возможности по удовлетворению требований ТТЗ на этапе их согласования, а не переоценивать их в полтора – два раза. И тогда не потребуется обманывать Флот и Родину с помощью дискриминационных критериев соответствия и методик испытаний МСН

. В любом случае от предложений монографии штурманская служба ничего не теряет, т. к. более высокая точность навигации и решения задач кораблевождения не может навредить штурманской службе, если даже эта точность кажется излишней.

Есть у коипндования и второй, более простой путь: дать монографию нескольким послушным рецензентам, которые найдут и/или придумают несколько несущественных недостатков и замечаний и на этом основании объявят монографию ошибочной, а вытекающие из неё выводы ложными. Все успокоятся, и всё будет, как вчера.

А вчера был такой хорошо забытый факт. В 1904-5 гг. Вторая Тихоокеанская эскадра русского флота на заводе Тосмаре в Либаве модернизировала орудия главного калибра для увеличения дальности стрельбы. Некто капитан А. Н. Крылов одновременно с этим предложил проект увеличения остойчивости эскадренных броненосцев (ЭБР), соединив отсеки трюмов трубами с клинкетами. Большие адмиралы ИнженерногоУправления отвергли этот проект. («Подумаешь, какой-то капитан на чём-то настаивает …»). Только механик «Орла» выполнил этот

проект за свой счёт без высокого повеления. В Цусимском сражении после попадания 15 снарядов 12-дюймового калибра последовательно перевернулись ЭБР «Князь Суворов», «Имп. Александр III» и «Бородино». Следующий в строю ЭБР «Орёл» после 15 попаданий уверенно оставался на плаву и продолжал вести бой! Получается, что русская эскадра могла бы прорваться во Владивосток (изменив этим результаты войны), т. к. у японцев заканчивался боезапас. Нет, победить мы не могли, т. к. стараниями Инженерного Управления наши снаряды обладали мизерной разрушительной силой. Флагман адмирала Того ЭБР «Микаса» получил 22 попадания 12-дюймовых снарядов, но даже не потерял боеспособности. Не русские артиллеристы виноваты в разгроме эскадры.

К сожалению, нам не известно, понесли наказание руководители Инженерного Управления, или нет, и мучились ли они угрызениями совести за то, что нанесли России максимальный ущерб, какой позволяли их должности.

Капитан А, Н, Крылов, ставший впоследствии одним из выдающихся советских академиков, мучился, хотя и не заслужил этого.

Конец текста книги.

Аннотация

В монографии развита теория, построены статистические модели погрешностей навигационных измерений, обоснованы новые способы решения задач оптимизации навигации, навигационно-тактических и стрельбовых задач кораблевождения. Рассмотрены основные причины возникновения неопределённостей исходных данных для решения вероятностных задач кораблевождения, произведён анализ влияния неопределённостей на конечные результаты решения задач. Показано, что постоянно существующие и случайные неопределённости исходных данных значительно понижают эффективность кораблевождения, навигационно-гидрографического обеспечения и эффективность боевых действий ВМФ. Разработаны меры преодоления неопределённостей.

Монография предназначена для специалистов штурманской службы ВМФ всех уровней, специалистов, которые осуществляют развитие

технических средств и методов навигации, а также для командного состава ВМФ разного уровня, поскольку речь идёт о понижении эффективности боевых действий ВМФ.

Монография издана на средства авторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абезгауз Г.Г. и др. Справочник по вероятностным расчетам. -М.: Воениздат, 1970, -536 с.

2. Абчук В. А., Матвейчук Ф. А., Томашевский Л,, П. Справочник по исследованию операций.. - М.: Воениздат, 1979. - 368 с.

3. Адамченко В.Н. Обработка радионавигационных измерений. - М.: Транспорт, 1983. - 56 с.

4. Айвазян С.А. Статистическое исследование зависимостей. - М.: Металлургия, 1968. - 247 с.

5. Алексеев Г. В., Владимиров О. А. О распределении измеренного модуля скорости течений в океаше./ Труды ААНИИ, 1976, Том 332, с.71 – 74.

6. Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. –СПб.: ГНЦ РФ, ЦНИИ «Электроприбор», 2003.–389 с.

7. Атлас океанов. Северный Ледовитый океан. ВМФ СССР, 1980. – 184 с.

8. Базаров Ю.И. Состояние и перспективы ГЛОНАСС.// IУ Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 26-28 марта 1997 г. - СП6.: ЦНИИ «Электроприбор», 1997. - С. 5-7.

9. Баранов Ю. К., Гаврюк М. И., Логиновский В. А. , Песков Ю. А. Н. Навигация. – СПб.: Изд. «Лань», 1997. – 512 с.

10. Белышев А. П., Клеванцов Ю. П., Рожков В. А. Вероятностный анализ морских течений. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 264 с.

11. Беляев Б. Н. Влияние переменного течения на точность плавания судна. - Л.: ЛПИ, 1977. - 72 с.

13. Беляев Б. Н. Анализ свойств показателей точности счисления пути и некоторые практические выводы./ Записки по гидрографии № 230, 1996. – С. 20 – 28.

14. Беляев Б.Н., Бродский П.Г., Комарицын А.А. и др. Основы теории навигационно-гидрографического и гидрометеорологического обеспечения Военно-Морского Флота. - СП6.: ГУНиО МО РФ, 2003. - 160 с.

15. Беляев Б. Н., Болдырев В. С, Применение теории случайных функций к изучению морских течений. / Океанология, 1963. С. 953 – 961.

16. Беляев Б. Н., Шейко Б. Н. Учёт влияния неопределённости гидрометеорологической информации на достоверность оперативно-тактических расчётов. / Записки по гидрографии, № 239, 1996. – С. 5 – 9.

17. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. - М.: Мир, 1974.- 464 с.

18. Большаков В. Д., Маркузе Ю. И. Практикум по теории математической статистики геодезических измерений. – М.: Недра, 1984. – 352 с.

19. Большаков В. Д. Теория ошибок измерений с основами теории вероятностей. – М.:Недра, 1965. – 184 с.

20. Бронштейн И. Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1980. - 976 с.

21. Бурдун Г. Д, Марков Б. Н. Основы метрологии. – М.: Изд. Стандартов, 1985. – 256 с.

22. Бекяшев К. А.,Сидриенко В. Ф. Безопасность нп море. Справочник. - Л.: Судостроение, 1988. -240 с.

23. Вальд А. Последовательный анализ. - М.: Физматгиз, 1960. - 263 с.

30. Вагущенко Л. Л., Стафеев А. М. Судовые автоматизированные системы навигации. – М.: Транспорт,1989. – 157 с.

*31. Вентцель Е. С. Теория вероятностей . – М.: Наука, 1969. – 576 с.

32. Виленкин С.Я. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций. - М.: Энергия, 1979. - 320 с.

34. Волгин Н.С., Махров Н.В., Юровский В.А. Исследование операций. Ч. 2. - Л.: ВМА, 1979.- 109 с.

35. Ганин М.П. Теория вероятностей и ее применение для решения задач ВМФ. - Л.: ВМОЛА, 1983. - 488 с.

38. Гордиенко А. И., Дремлюг В.В. Гидрометеорологическое обеспечение судовождения. – М.: Транспорт, 1989. - 240 с.

*39. ГОСТ 8.009-84. Нормируемые метрологические характеристики. – М.:1988. – 152 с.

*40. ГОСТ 8.010-90. Методика выполнения измерений. – М.:1991. – 16 с.

41. ГОСТ 11.002-73. Правила оценки анормальности результатов наблюдений. - М.: Госкомстат, 1975. - 18 с.

*42. ГОСТ 11.004-74 . Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения. – М.: Госкомстат, 1974. - 20 с.

43. ГОСТ 11. 005 – 74 Правила определения оценок и доверительных границ для параметров экспоненциального распределения и распределения Пуассона.–М.: 1974.29 с.

44. ГОСТ 11.006-74. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. – М.:1979. – 64 с.

*45. ГОСТ 16.263-70. Метрология. Термины и определения. – М.:1970. – 54 с.

46. ГОСТ РВ 15.211-2002 СРПП. Система разработки и постановки на производство. Военная техника. Порядок разработки программ и методик испытаний опытных образцов изделий (основные положения). - М.: Росстандарт, 2001. - 25 с.

47. ГОСТ РВ 8.570-98 ГСИ. Метрологическое обеспечение испытаний вооружения и военной техники (основные положения). - М.: Росстандарт, 1998. -18 с.

48. ГОСТ 23634-83. Морская навигация и морская гидрография. - М.: Стандарты, 1983. -12 с

49. Графики и запаси отсчётов радионавигационных параметров ВРМ-5, КПФ-2, рСДН-3, МАРС-75 на КП-247 за январь – август 1983.

50. Графики и запаси отсчётов радионавигационных параметров МАРС-75, РС-10 на КИП Херсонес за 1987, 1989 гг.

*51. Груздев Н.М. Безопасность плавания . -С-Пб, Военно-мормкой институт, 2002, -221 с.

*52. Груздев Н. М., Колтуненко В. В., Гладков Г. Е. Морская навигация.- М.: Воениздат, 1992. -472 с.

* 53. Груздев Н. М., Гладков Г. Е. Математическая бработка и анализ навигационной информации. - М.: Воениздат, 1993. - -153 с.

*54. Груздев Н.М. Теория навигационных погрешностей. – СПб.: СПБВМИ, 2002. – 325 с.

* 55. Груздев Н.М. Навигационная безопасность плавания. -С-Пб.:ВМФ РФ, 2002,-211 с.

56. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов, примзведений. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.

*57. Дмитриев В. И., Григорян В. Л., Катенин В.А. Навигациоя и лоция. – М.: ИКЦ Академкнига, 2007. – 471 с.

58. Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. Информационная надежность, контроль и диагностика информационных систем. - СП6.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. - 206 с.

59. Дьяконов В. П. Справочник по расчётам на микрокалькуляторах. – М.: Наука, 1989, - 403 с.

60. Добровольский А. Д., Залогин В. С. Моря СССР. – М.: Изд. МГУ, 1982. – 190 с.

61. Доронин Ю. П. Региональная океанология. – Л.: Гидрометеоиздат, 1986. – 303 с.

62. Ефимов А.Н. Предсказание случайных процессов. - М.: Знание, 1976. - 64с.

63. Закс Л. Статистическое оценивание.-М.: Статистика, 1976.-597с.

64. Иванов Б. Е. К вопросу о навигационной безопасности плавания. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 74 – 86.

65. Иванов Б. Е. О достоверности оценки вероятности навигационной безопасности плавания с учётом погрешности положения кромки фарватера./ Навигации и гидрография, № 24, 2007. – С. 83 – 88.

*66. ИМО Резолюция А. 817 (19) от 23. 11. 1995 г. Эксплуатационные требования к электронным картографическим навигационным информационным системам (ECDIS) с приложениями. – 20 с.

*67. ИМО Резолюция А-953 (23) 2003 г.

71. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. - М.: Мир, 1971. - 243 с.

72. Казакевич Д.И. Основы теории случайных функций в задачах гидрометеорологии. - Л.: Гидрометеоиздат, 1989. - 230 с.

73. Катенин В. А., Дмитриев В. И., Михальский В. А. Навигационное обеспечение судовождения. С-Пб ГУВК, 2005. –429 с.

74. Кемниц Ю. В, Теория ошибок измерений.– М.: Недра, 1967. 175с.

75. Козарук В.В., Ребо Я.Ю. Навигационные эргатические комплексы самолетов. - М.: Машиностроение, 1968. - 287 с.

76. Козлов А. Д. Оценка точности определения места корабля. –Л.: ГУ ВМС, 1954. 86 с.

*77. Кондрашихин В. Т. Определение места судна. – М.: Транспорт, 1989.- 230 с.

*78. Кондрашихин В. Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения. -М.: Транспорт, 1969. -256 с.

*79. Кораблевождение. / Под ред. А. П. Ковалева. – Л.: ВСОК ВМФ, 1971. – 316 с.

80. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – 831 с.

*81. Коугия В. А. Влияние ошибок исходных данных на результаты уравнивания. / Известия ВУЗ. Геодезия и аэрофотосъёмка, 1967, № 7, - С 67 – 75.

82. Коугия В. А., Сорокин А. И. Геодезические сети на море. – М.: Недра, 1979. – 272.

83. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. - М.: Мир, 1969.-398 с.

84. Куликов Е.И. Методы измерения случайных процессов. - М.: Радио и связь, 1986. - 241 с.

85. Лаврентьев А. В. Специализированная цифровая вычислительная машина «Карат». – Л.: ВВМУ им. М. В. Фрунзе, 1976. 36 с.

86. Лукомский Ю. А., Пешехонов В. Г., Скороходов Д. А. Навигация и управление движением судов. –СПб.: «Эдмор», 2002. – 360 с.

87. Луконин В. П. Методы математической статистики в кораблевождении (навигации). –Л.: ВМА, 1987. – 285 с.

88. Луконин В.П. Теория обработки навигационной информации. С-ПБ.: ВМА им. Н.Г.Кузнецова, 1993, 322 с.

89. Маликов И. М. Надёжность судовой электронной аппаратуры и систем автоматического управления. Л.: Судостроение, 1967. -315 с.

90. Маликов М. Ф. Основы метрологии. – М.: Коммерцприбор, 1949. – 479 с.

*91. МАМС. Руководство по навигационному оборудованию (NAVGUIDE).– СПб, 2001.– 171 с.

92. Мальцев А. С. Безопасность мореплавания на промысловых судах. – Одесса.: Маяк, 1988. – 70 с.

93. Международная конференция по охране человеческой жтзни на море. Лондон. 1974. М.: ЦРИА "Морфлот", 1978. -547 с.

*94. Методики вероятностных расчетов при решении навигационных задач на кораблях и судах ВМФ (МВР-96)./ Михальский В. А., Рябоконь В. А. – СПб.: ГУНиО, 1999. - 218 с.

96. Методика обработки навигационных измерений с оценкой точности. / Гаранин В. К. – Л.: ГУНиО МО, 1985, - 52 с.

98. Михальский В. А. Автоматизированная навигация. Л.: ВСОК ВМФ, 1982. – 280 с.

99. Михальский В. А., Катенин В. А. Адаптивный регрессионно-последовательный метод фильтрации. / Информационные технологии на транспорте. Сб. научных трудов СПГУВК. – СПб.: Политехника,2003. - С. 242 – 250.

100. Михальский. В. А., Катенин В. Анализ методики испытаний морских средств навигации. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 4. – СПГУВК, 2003. – С 119 – 127

101. Михальский В. А. Возможности повышения точности определения места по радиопеленгам на Каспийском море./ Сб. трудов КВВМКУ, вып 21. Баку, 1969. С. 46 – 50. (Секретно).

102. Михальский В. А. Возможности повышения точности радионавигационных обсерваций. / Морской сборник, № 1, 1973. – С. 49 – 52.

103. Михальский В. А. Выбор оптимального сочетания трёх линий положения и оценка точности обсервации./ Морской сборник, № 11, 1976. – С 49 – 52.

104. Михальский В. А. В целях безопасности плавания./ Морской сборник, № 9, 1995. – С. 36, 37.

105. Михальский В. А. Двумерные законы распределения погрешностей навигационной информации. / Шестая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. Сб. докладов – СПб, 2007. С. 88 – 92.

106. Михальский В.А., Тюлькин М.В. Использование эксцесса и асимметрии в критериях вида закона распределения погрешностей. / Тематический научный сборник. РЭО и РЭБ в ВМФ: Современное состояние, перспективы. - СПб.: ВСОК ВМФ, 2004 г., с. 279-287.

107. Михальский В. А. Задачи и проблемы навигационной метрологии. / Шестая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. Сб. докладов. – СПб, 2007. С. 77 – 82.

113. Михальский В. А. Исследование М-распределения погрешностей при решении задач навигации./ Третья Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). Тезисы докладов. – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 28.

114. Михальский В. А. Исторический обзор способов решения задачи навигационной безопасности плавания. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). Сб. докладов – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 77 – 81.

118. Михальский В. А. К вопросу об определении сноса судна с оценкой точности. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). Сб. докладов. – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 115 – 117.

119. Михальский В. А. К вопросу об определении статистических характеристик навигационной информации. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). Сб. докладов. – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 120 – 124.

120. Михальский В. А. К вопросу о решении задачи оценивания точности счисления. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 77 – 81.

124. Михальский В. А. Методика испытаний навигационных комплексов при ограничениях на время испытаний./ Тезисы докладов. / Научно-практическая конференция «Современные математические методы и новые информационные технологии при решении навигационных и военно-прикладных задач» 23 – 24 ноября 2000 г., МО РФ, СПб ВМИ. – С. 128.

128. Михальский В. А. Определение места корабля с помощью радионавигационных систем. – Л.: ВСОК ВМФ, 1070. – 170 с.

129. Михальский В. А. Определение оптимальной продолжительности сглаживания, числа и дискретности фиксаций навигационного параметра. / Записки по гидрографии, № 196, 1976. – С 22 – 29.

130. Михальский. В. А., Катенин В. А. Оптимальная методика испытаний морских средств навигации. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып 4. – СПГУВК, 2003. – С 113 – 119.

131. Михальский В. А. Оптимальное использование средств определения места и вычислительной техники. – Л.: ВСОК ВМФ, 1985, 315 с.

*132. Михальский В.А. Оптимальные методы и способы морской навигации. - Л.: ВСОК ВМФ, 1996. - 244 с.

135. Михальский В. А. Основы методов исследования операций. Части I, II, III. – Л.: ВСОК ВМФ, 1978. – 283 с.

139. Михальский В. А., Катенин В. А. Оценка навигационной безопасности плавания с использованием теории выбросов. / Безопасность водного транспорта: труды Международной конференции // Под общей редакцией Н. Г. Смирнова, А. С . Бутова, О. К. Бизюкина/ том 4. -НИЦ СПГУВК, 2003, с. 97—.99.

140. Михальский В. А., Тюлькин М. В. Оценка навигационной безопасности подводного плавания вблизи точечных опасностей. / Навигация и гидрография, вып. 23. – СПб.: МО РФ, 2006. С. 17 – 26.

141. Михальский В. А., Тюлькин М. В. Оценка навигационной безопасности подводного плавания вблизи множественных и протяженных опасностей. / Навигация и гидрография, № 23. – Спб, 2006. – С. 26 - 36.

143. Михальский В. А., Чумаков А. Ю. Оптимальный критерий соответствия точности навигационного комплекса требованиям тактико-технического задания./ Пятая российская научно-техническая конференция “Современное состояние и проблемы навигации и океанографии”(НО-2004). / СБ. докладов. СПб.:2ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 127 — 129.

144. Михальский В. А., Якушев А. А. Организация эксперимента при анализе точности навигационных параметров. / Шестая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. Сб. докладов. – СПб, 2007. С. 176 – 179.

145. Михальский В. А. Оценка точности определения места корабля. Морской сборник, № 2, 1984. – С 48 – 51.

150. Михальский В. А., Якушев А. А.Прогнозирование поправок навигационных параметров. / Шестая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. – СПб, 2007. Сб. докладов. С. 172 – 176.

151. Михальский В. А. Промежуточный закон М-распределения погрешностей навигационных измерений./ В сб. научных трудов СПГУВК Информационные технологии на транспорте. -СПб.: Политехника, 2003. -С. 101—.104.

152. Михальский В. А. Промежуточный закон М-распределения погрешностей измерений навигационных параметров. / Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 2004). / Сб. докладов. – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 2004. - С. 77 – 81.

154. Михальский В. А., Кушнарев А.Г., Тюлькин М. В., Катенин В. А. Теория и модели погрешностей навигационных измерений. – СПб.: ВСОК ВМФ, 2006. - … с.

156. Михальский В. А., Тюлькин М. В. Статистические характеристики течений океанов. / Безопасность мореплавания и ведения промысла, вып. 119, -СПб.: Судостроение, 2005. –С. 45 –48.

157. Михальский В. А. Статистические характеристики течений Балтийского моря и оценка точности счисления./ IX-th International Scientific-Technical Conference on the Part of Navigation Support of Human Activity on the Sea. Gdynia, 1994. – P. 180 – 186.

158. Михальский В.А. Статистические характеристики течений Северного моря./ X-th International Scientific-Technical Conference on the

Part of Navigation Support of Human Activity on the Sea. Gdynia, 1998. – P. 112 – 119.

160. Михальский В. А. Расчёты навигационной безопасности плавания в открытом море. / Морской сборник, № 1, 1997. С. 28.

162. Михальский В. А. Сравнение способов обработки показаний трёх датчиков навигационной информации. / Вторая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» (НО – 1995). Тезисы докладов. – СПб, ГНИНГИ МО РФ, 1995. - С. 28.

164. Михальский В.А., Кушнарев А.Г., Тюлькин М. В.,Чумаков А.Ю.. Теория статистических решений и методики проверки точности морских средств навигации. - СПб.: ВСОК ВМФ, 2004. -… с.

165. Михальский В. А. Точность радионавигационных измерений. – Баку.: ВМФ СССР, 1973. – 76 с.

166. Михальский В. А. Усреднение серий разновременных обсерваций. / Морской сборник, № 10, 1975. – С 47 – 50.

167. Михальский В. А. Энтропия и состоятельность решения задач кораблевождения. / Шестая Российская научно-техническая конференции «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. / Сб. докладов. – СПб, 2007. С. 82 – 84.

168. Михальский В. А., Якушев А. А., Софиенко А. Н. Эффективность метода наименьших квадратов в условиях неопределённости исходных данных. / Шестая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» НО – 2007. – СПб, 2007. Сб. докладов С. 168 – 172.

169. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Статистические характеристики сноса судна при счислении. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 10 – 15.

170. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Модель погрешностей относительного счисления. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 15 – 18.

171. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Практические расчёты радиальной СКП отерсительного счисления. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 18 – 21.

172. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Точность измерения вектора скорости сноса судна. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях.

Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 21 – 23.

173. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Модель погрешностей относительно-абсолютного счисления. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 23 – 27.

174. Михальский В. А., Батуев А. Н., Лысиков А. В. Модель погрешностей абсолютного счисления. / Технические средства судовождения и связи на морских и внутренних водных путях. Межвузовский сб. научных трудов, вып. 6. – СПб.: ГУВК, 2005. – С. 27 – 28.

175. Михальский В. А., Катенин В. А. Предупреждение навигационных аварий и столкновений судов. Монография. По договору с издательством «Академкнига» находится в редакции.

176. МИ 1317. Рекомендация. ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления, способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров. - М.: ФГУП ВНИИМС, 2004. - 50 с.

*177. Мореходные таблицы МТ-2000. – СПБ.: ГУНиО МО РФ, 2002. – 575 с.

178. Морской энциклопедический справочник. В 2-х томах. -Л.: Судостроение, 1986. Т. 1-2.

179. Мудров В.И.,Кушко В.А. Методы обработки измерений.-М., Сов. радио, 1976, -184 с.

182. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. -Л.: Энергоатомиздат, 1985. -247 с.

183. Новые технические средства судовождения/Под ред.
А.А. Якушенкова. - М.: Транспорт, 1973. - 264 с.

*185. Основные термины в области метрологии. Словарь-справочник / Юдин М.Ф. и др. - М.: Изд-во стандартов, 1989.- 112 с.

*186. Основополагающие стандарты в области метрологического обеспечения. - М.: Изд-во стандартов, 1983. - 273 с.

187. ОСТ5Р. 8872—95. Требования к точности выработки навигационных параметров и методы контроля выполнения заданных требований в процессе испытаний. ЦНИИ “Лот”, 1995. -21 с.

189. Пешехонов В.Г., Шарыгин Б.Л., Миронов Ю.В. Единая система инерциальной навигации и стабилизации «Ладога-М»//Морская радиоэлектроника. - 2003. - №1. - С.26-30.

190. Пономарёв В. Б. Условия безопасности мореплавания. – М.: Транспорт, 1976. – 182 с.

191. Попов В. Безопасность на морском транспорте. / Морской флот, № 2, 2007. С 16 – 19.

192. Попеко Г.П., Соломатин Е. П. Навигация (Курс кораблевождения, т. 1). -Л.: УГС ВМФ, 1961. -679 с.

*197. Практическое кораблевождение. Кн.1./ Под ред. А. П. Михайловского. - Л.: ГУНиО, 1988. - 896 с.

207. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Наука, 1979. - 549 с. 9.

208. Пугачев В.С. Введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1968. -368 с.

209. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. - М.: Наука, 1968. - 243 с.

*210. Радиотехнические средства навигационного оборудования европейской части СССР. - Л.: ГУНиО МО, 1984. - 189 с.

*211. Радиотехнические средства навигационного оборудования тихоокеанского побережья России. - СП6.: ГУНиО МО, 1993. - 186 с.

212. Родионов А. И. Сазонов А. Е., Автоматизация судовождения. - М.: Транспорт, 1983. -216 с.

213. Романенко А. Ф. , Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М. Сов . радио, 1968. 196 с.

*215. Руководство по оценке точности кораблевождения/ Гаранин В.К. и др. - Л.: ГУНиО МО, 1970. - 146 с.

216. Руководство по исследованию и контролю РНС дальнего действия с наземными станциями (РИК РНС)./ Тимофеев Д. Н., Михальский В. А. и др. – СПб.: ГУНиО МО,1997. – 140 с.

217. Руководство по исследованию и контролю РНС дальнего действия с наземными станциями (РИК РНС)./ Тимофеев Д. Н., Михальский В. А. и др. – СПб.: ГУНиО МО,2007. – 128 с.

*219. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. - М.: Наука, 1968.- 463 с.

220. Свешников А. А. Основы теории ошибок. – Л.: Ленинградский Университет, 1972. – 122 с.

222. Скворцов М. И. Систематические погрешности в судовождении. – М.: Транспорт, 1980. – 169 с.

223. Смирнов Е. Л. Гироскопические навигационные системы. – СПб.: «Элмор», 2004. – 394 с.

*224. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. –М.: Наука, 1969. -511 с.

*225. Советский энциклопедический словарь./ Гл. ред. А. М. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1989. – 1632 с.

226. Сорокин А. И. Теоретические основы гидрографических исследования. Л.: ГУНиО МО, 1972. – 196 с.

227. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. - М.: Наука, 1979. -832 с.

228. Справочник гидрографа по терминологии/ Филиппов Е.Л., Никитин Н.Н. - Л.: ГУНиО МО, 1989. - 286 с.

229. Солодовниченко Н.Б. Метрология, стандартизация и сертификация телекоммуникационных систем. - СП6.: ГМА им. С.О. Макарова, 2002. - 51 с.

230. Станишевский И.А. Стандартные обобщенные операторы и алгоритмы решения навигационных задач. Информационный листок

231. Суздаль В. Г. Теория игр для флота. – М.: Военизлат, 1976. 328 с.

234. Тартаковский Д.Ф., Ястребов А.С. Метрология, стандартизация и технические средства измерений. - М.: Высшая школа, 2001.- 205 с.

235. Тезиков А. Л. Методы и средства морской гидрографической съёмки. – М.: Мортехинформреклама, 1990. – 50 с.

236. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. - М.: Инфра, 1998. - 528 с.

238. Ухов К. С. Навигация.- М-Л.: Морской Флот, 1952. – 300 с.

239. Филиппов Ю.М., Сазонов А.Е. Теоретические основы автоматизации судовождения. - Л.: Судостроение, 1971. - 312 с.

240. Фролов С. В., Шостак Р. Я. Курс высшей математики. – М.: Высшая школа, 1966. 663 с.

241. Фрумкин В. Д ., Рубичев Н. А. Теория вероятностец и математическая статитстика в метрологии и измерительной технике. – М.: Машиносьроение, 1987. – 167 с.

242. Худсон д. Статистика для физиков. - М.: Мир, 1970. -296 с.

243. Шевцов А. Т. Вопросы изменчивости гидрологических элементов в Аравийском море./ Техническая информация в/ч 62728, № 13, 1970. – С 3 – 11.

*244. Шеннон К. Математическая теория связи./ В кн.: Работы по теории информации и кибернетике. - М.: Иностр. лит., 1963. С. 243—.312.

245. Шор Я. Б, Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. -М.: Сов. радио, 1962. -552 с.

*249. Эксплуатационные требования к электронным картографическим навигационным информационным системам (ECDIS) с приложениями. – 20 с.

250. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. - М.: Наука, 1976. - 415 с.

253. Яскевич А. П., Зурабов Ю. Г. Новые международные правила предупреждения столкновений судов в море (С кратким комментарием). М.: «Транспорт», 1975. – 390 с.

254. Millington P. Ground Wave Propagation under an Inhomogenuous Smouth Earth//Part 1. Proc. IEEE, - 1949.- V.96. № 16. - 489 p.

255 Samaddar S.N. Weather Effect jn Loran-C Propagation //Navigation. - 1980. V.27. № 1. P. 39 - 53.

256. Michalsky V. A. Accuracy of co-ordinates prognosis of object in motion./ XI th International Scientific-Technical Conference on the Part of Navigation Support of Human Activity on the Sea. Gdynia, 1998. – P. 112 – 119.

257. Michalsky V. Radiodewiacja fazova. / Przeglad Morski № 12, 1994. –P 13 – 17.

258. Michalsky V. Uwzlednianie nieadekwatnostci danych podzadkowych przy oceniewartosci parametrow nawigacyjnych metoda najmeniejszychkwadratow. / Przeglad Morski № 5, 1995. –P 23 – 27.

259. Thomas J., Ford and Jason Hamilton. A New Positioning Filter: Phase Smoothing in the Position Domain//Navigation. - 2003. - V. 50.- N2. - P. 68 - 78.

260. Donghyun Kim and Richard B. Langley On Ultrahigh-Precition GPS Positioning and Navigation//Navigation. - 2003. - V. 50. - N2. - P. 103.

261. Franz D. Bosse, Jonathan P. How. Demonstration of Adaptive Extended Kulman Filter for Low-Earth-Orbit Formftion Estimation Using CDGPS.// Navigation, Vol. 50, No. 2, 2003. P. 79 – 93.

262. Oceanographic Atlas of the North Atlantic Ocean. Section J. Tides and Currents. – W., 1965 - P. 76.

263. Surface Currents Naval Oceanographic Office Special Publication, 1978. - P.278.

264. Taguchj K., Sao K. Errors of Decca LOP Due to the Metal Structure of a Ship//IEEE Journal of Oceanic Engeneering. 1982. V. OE-7. – №1. - P. 59- 61.

Добавлено при корректуре

265. Алексеев Б. Ф. Маневрирование при плавании в узкостях. –М.: Морской транспорт, 1961. -34 с.

266. Балтийское море. Таблицы повторяемости скорости и направления течений по румбам./ Калининград.: 452 ГМЦ, 1985. -219 с.

267. Беляев Б.Н., Поздынин В.Д. Многомерные статистические характеристики морских течений и их использование //Океанология. - 1966. - №6. - С. 12-26.

269. Бесекерский В. А., Небылов А. В. Робастные системы автоматического управления. – М.:Наука, 1983. – 240 с.

270. Быков В.И., Никитенко Ю.И. Судовые радионавигационные устройства. - М.: Транспорт, 1976. - 399 с.

271 Вахтенные журналы плавмаяка Адлергрунд за 1926 – 1933 гг. – Калининград.: 452 ГМЦ.

272. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. - М.: Наука, 1988. - 480 с.

274. Дзюба В. Г., Иванов В. К., Ратьков И. В. Новая корабельная навигационная аппаратура СЧ-4./ Записки по гидрографии, № 263, 2005. – С. 35 – 39.

275 Добровольский А. Д., Залогин В. С. Моря СССР. – М.: Изд. МГУ, 1982. – 190 с.

276. Заколодяжный В. П. Состояние и пути развития зарубежных спутниковых навигационных систем./ Записки по гидрографии, № 263, 2005. – С. 53 – 67.

278. Кудрявая К. И. Морские гидрологические прогнозы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1974. -216 с.

279. Лаврентьев М. А., Шабат В. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1977. – 407 с.

280. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. - М.: Наука,

1971.- 576 с.

282. Михальский В. А. К вопросу об объединении законов распределения погрешностей измерения навигационных параметров./ Навигация и гидрография, № 24, - СПб.: МО РФ, 2007. – С 94 – 103.

285. Нормы проектирования морских каналов. РД 31.31.47-88. – М.: Министерство морского флота СССР. Мортехинформация, 1988.

286. Овчинников И. м, и др. Гидрология Средиземного моря. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976. – 375 с.

287. Основные черты геологии и гидрологии Японского моря./ Под ред. В. Н. Степанова. – М.: Изд. АН СССР, 1961. – 224 с.

*288. Ривкин С.С., Ивановский Р.И., Костров А.В. Статистическая оптимизация навигационных систем. - Л.: Судостроение, 1976. - 280 с.

289. Соскин И. М. Многолетние изменения гидрологических характеристик Балтийского моря. – Л.: Гидрометеоиздат, 1963. -160 с.

290. Справочник по управлению кораблём./ под. рук. А. А. Александрова. – М.: Воениздат, 1974. – 509 с.

291. Филиппов Д. М. Циркуляция и структура вод Чёрного моря. – М.: Наука, 1968. – 135 с.

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНЯ

АКФ автокорреляционная функция;
АС абсолютное счисление;
БС буйковая станция;
ВМ ведомая станция;
ВЩ ведущая станция;
ГАЛ гидроакустический лаг;
ГИ государственные испытания;
ГНИНГИ МО РФ – Государственный научно-исследовательский навигационно-гидрографический институт Министерства Обороны Российской Федерации
ЗТД заданная траектория движения;
ЗК задача кораблевождения;

ЗР закон распределения;
ИД исходные данные;
ИНС инерциальная навигационная система;
КП корреляция погрешностей;
КС критерий соответствия;
КТС коэффициент точности счисления;
ЛП линия положения;
ME “Microsoft Excel”;
МК метрология кораблевождения;
МНК метод наименьших квадратов;
НБП навигационная безопасность плавания;
НВС навигационная вычислительная система;
НИЦ научно-исследовательский центр;
НК навигационный комплекс;
НО навигационная опасность;
НП навигационный параметр;
ОМ обсервованное место;
ОС относительное счисление;
ПИ приёмоиндикатор;
ПК протяжённая коррекция;
ПНИ погрешность навигационных измерений;
РНС радионавигационная система;
СКЗ среднее квадратическое значение;
СКО среднее квадратическое отклонение;
СКП средняя квадратическая погрешность;
СМ счислимое место;
СХТ статистические характеристики течений;
ТПНИ теория погрешностей навигационной информации;
ТРС трасса распространения сигналов;
ТТЗ тактико-техническое задание;

ФРД фазовая радиодевиация;
ЦК цикл коррекции;